



**ЖДАНОВ Валерій Іванович** — доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу астрофізики Астрономічної обсерваторії Київського національного університету імені Тараса Шевченка



**ШТАНОВ Юрій Володимирович** — доктор фізико-математичних наук, завідувач лабораторії астрофізики і космології Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

## У ПОШУКАХ ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ: ШЛЯХ ДО ВІДКРИТТЯ, ТРІУМФ, ПЕРСПЕКТИВИ

Інтерв'ю з В.І. Ждановим і Ю.В. Штановим

*11 лютого 2016 р. сталася подія, на яку чекало не одне покоління фізиків. Учасники міжнародної наукової колаборації LIGO виступили із заявою про те, що їм вдалося зафіксувати гравітаційні хвилі — коливання кривини простору-часу, породжене злиттям двох чорних дір на відстані приблизно 1,3 млрд світлових років. Про історію пошуків гравітаційних хвиль, про дивовижні технологічні рішення і значущість цього відкриття для подальшого розвитку астрономії ми говорили з доктором фізико-математичних наук, професором Валерієм Івановичем Ждановим і доктором фізико-математичних наук Юрієм Володимировичем Штановим.*

Гравітаційні хвилі — це коливання кривини простору-часу, які поширюються зі швидкістю світла. Їх існування було передбачене загальною теорією відносності (ЗТВ) Ейнштейна сто років тому. Упродовж останнього півстоліття фізики в усьому світі докладали колосальних зусиль для їх експериментального виявлення. Восени 2015 р. під час першого сеансу спостережень на детекторі aLIGO (Advanced Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) [1], побудованому в США, було зареєстровано гравітаційно-хвильовий сплеск. Після кількох місяців ретельної перевірки 11 лютого 2016 р. на пресконференції наукової колаборації LIGO у Вашингтоні було оголошено про експериментальне відкриття гравітаційних хвиль. «Шановні пані та панове! Ми виявили гравітаційні хвилі! Ми зробили це!» — емоційно підбив підсумок виконавчий директор LIGO Девід Рейц (David Reitze).

Випромінювати гравітаційні хвилі можуть будь-які тіла, що рухаються з прискоренням, однак проблема полягає в тому, що гравітаційне випромінювання надто слабе, щоб його зафіксувати. Потрібна якась катастрофічна подія, вибух грандіозної потужності, наприклад злиття чорних дір, нейтронних зір, колапс ядра наднової. Гравітаційна хвиля при взаємодії з пробними масами змушує їх рухатися одна відносно одної, але ці рухи надзвичайно малі. Коли хвилі від злиття двох чорних дір



Обсерваторії LIGO в Лівінгстоні, штат Луїзіана і в Хенфорді, штат Вашингтон [1]

масами 29 і 36 мас нашого Сонця, подолавши відстань приблизно 1,3 млрд світлових років, досягли Землі, вони мали амплітуду порядку  $10^{-22}$ – $10^{-21}$ , а детектори в LIGO зафіксували зсув фази лазерного променя, що відповідає зміщенню дзеркального відбивача на величину, яка в тисячу разів менша за діаметр протона.

Гравітаційно-хвильовий сигнал було зафіксовано двома інтерферометрами LIGO, розміщеними на відстані понад 3000 км один від одного, із затримкою в 7 мс, що повністю відповідає теоретичним розрахункам. Сигнал тривав близько 0,2 с, і його було виміряно зі статистичною достовірністю, вищою за  $5,1\sigma$ . Проте, як запевняють учасники колаборації, він був настільки сильним, що його можна було «бачити» неозброєним оком на фоні завад. Крім того, за іронією долі, частота сигналу приблизно збігається з частотою людської мови, і вчені змоделювали його у звуковій формі (фізично ці явища різні, але частоти однакові — від де-

сятків герців до кілогерців), — так званий *chirp*, або цвірінькання, що сприяло зацікавленості широкої громадськості. Тепер кожен мав змогу послухати гравітаційну хвилю від злиття двох чорних дір.

— *Минулого року вся світова наукова спільнота відсвяткувала 100-річчя загальної теорії відносності. А на початку цього року ще один тріумф теорії Ейнштейна — пряме спостереження гравітаційних хвиль. Це просто якась магія круглих дат!*

— Так, прийнято вважати, що 100-річчя ЗТВ було в минулому році. У листопаді 1915 р. Альберт Ейнштейн зробив доповідь, в якій навів рівняння релятивістської теорії тяжіння. Цьому передував довгий і непростий шлях, під час якого, працюючи з 1907 р. над узагальненням спеціальної теорії відносності, Ейнштейн розробив увесь понятійний апарат. Однак дехто має думку, що справжній відлік ЗТВ слід починати з березня 1916 р., коли в журналі *Annalen der Physik* Ейнштейн опублікував великий огляд «Основи загальної теорії відносності», в якому детально описав фізичні принципи релятивістської теорії гравітації, виклав основи теоретичного апарату і дав докладне обґрунтування рівнянь ЗТВ. Крім того, у червні з'явилася ще одна його стаття «Наближене інтегрування рівнянь поля тяжіння», де вперше було обговорено існування гравітаційних хвиль.

Безпосереднє спостереження гравітаційних хвиль відбулося 14 вересня 2015 р., а фінальна публікація з'явилася в журналі *Physical Review Letters* 11 лютого 2016 р. [2]. Як бачите, збіг за датами з різницею у століття ще повніший, але нічого магічного, сподіваємося, тут немає.

Взагалі, це тріумф скоріше не теорії Ейнштейна, а можливостей сучасних технологій. Теорій, альтернативних ЗТВ, було і є багато, але, якщо теорія релятивістська, для фахівців очевидно, що має бути певне хвильове рівняння, як ми це маємо, наприклад, в електродинаміці. Отже, питання скоріше не в тому, чи існують взагалі хвилі гравітації, а в тому, щоб параметри експериментально спостереженої хвилі збігалися з передбаченнями ЗТВ. Хоча

після багаторічних тестувань цієї теорії особливих сумнівів у цьому не було.

Ейнштейн показав, що в його теорії гравітації є випромінювання, яке може відірватися від джерела і поширюватися зі швидкістю світла. Ви вже зазначали, що воно дуже слабе і зареєструвати його надзвичайно складно, однак, як бачите, виявилось можливо.

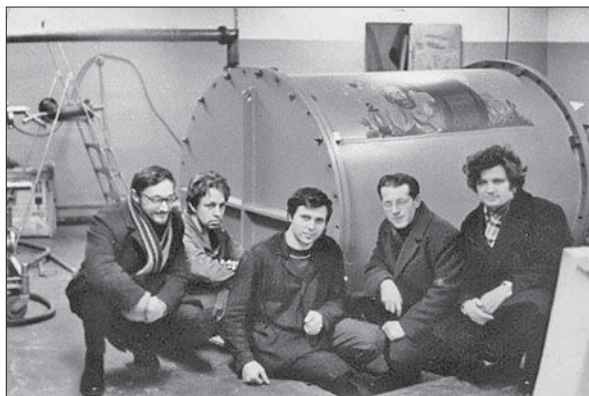
— *Упродовж багатьох десятиліть фізики намагалися задетектувати гравітаційні хвилі. Розкажіть, будь ласка, детальніше про етапи цього «полювання».*

— У першій половині минулого століття фізики не надто вірили, що вдасться зафіксувати гравітаційні хвилі. У 1960-х роках Джозеф Вебер (Joseph Weber) з Мерілендського університету почав конструювати резонансні детектори — цілісні циліндри з чутливими п'єзодатчиками з обох боків, добре ізольовані від сторонніх коливань і вібрацій. Принцип реєстрації досить простий — під дією гравітаційної хвилі циліндр вібрує в такт викривленням простору-часу, що й реєструють датчики. У 1969 р. Вебер опублікував статтю, в якій повідомив про те, що він отримав сигнал одразу на двох таких резонансних детекторах, віддалених один від одного на 2 км. Точність його детекторів була на рівні  $10^{-16}$ , але Вебер вважав, що в центрі нашої галактики можуть відбуватися катастрофічні події, які дадуть сигнал з амплітудою коливань такого порядку.

Вебер мав досить високий авторитет у своїй галузі і його повідомлення стали справжньою науковою сенсацією. Однак багато науковців скептично поставилися до отриманих результатів. Численні дослідницькі групи по всьому світу почали будувати подібні детектори, але так і не змогли зафіксувати нічого схожого на веберівський сигнал. Тим не менш роботи Вебера дали поштовх для розвитку досліджень у цьому напрямі. З того часу і розпочалося, як Ви кажете, «полювання» на гравітаційні хвилі.

— *Українські фізики також долучилися до цих пошуків?*

— Так, у Києві у 1970-х роках також шукали гравітаційні хвилі. Цим займалася дослідниць-



Біля гравітаційно-хвильового детектора. Зліва направо: М.М. Полозов, С.В. Копилов, А.М. Свиридов, Ю.С. Владимиров, К.А. Пірагас. Київ. 1970-ті роки

ка група при Інституті теоретичної фізики АН УРСР. Зачинателем цих робіт у колишньому Радянському Союзі був професор Московського державного університету Володимир Борисович Брагінський. Він, до речі, один із учасників наукової колаборації LIGO і співавтор статей, у яких було повідомлено про детектування гравітаційних хвиль [2, 3].

На початку 1970-х років після циклу вимірювань на детекторі веберівського типу в Москві Брагінський домовився про проведення експериментальних робіт у Києві з академіком АН УРСР Олексієм Зіновійовичем Петровим — відомим фізиком-теоретиком, автором всесвітньо відомої алгебраїчної класифікації гравітаційних полів, який тоді очолював відділ теорії відносності і гравітації в Інституті теоретичної фізики. Отже, в рамках теми Державного комітету з науки і техніки СРСР розпочалися підготовчі роботи з перевірки спостережень Вебера. У підвалі готелю «Феофанія» зібраний резонансний детектор. Ось він на фото. Як бачите, дослідники жартома намалювали на вакуумній камері давньогрецького філософа Діогена, який сидить у бочці та прислухається до «гравітаційної музики небесних сфер».

На жаль, Олексій Зіновійович Петров невдовзі помер, і подальші роботи очолив професор Казимир Антонович Пірагас. Згодом під його керівництвом роботи було продовжено в Українському центрі метрології та стандартиза-



ції Держстандарту СРСР. У результаті вдалося досягти такого рівня точності вимірювань, який був у Вебера, однак достовірних подій, зумовлених гравітацією, зафіксовано не було — так само, як і в усіх подібних наукових лабораторіях в інших країнах. Точність детекторів була тоді недостатньою, резонували вони у вузькому діапазоні частот, тому надійних результатів так і не отримали. Щодо подій, зареєстрованих Вебером, усі зійшлися на тому, що вони мали негравітаційне походження, але його роботи дали потужний поштовх створенню більш досконалих гравітаційних детекторів.

Зауважимо, що інколи ці установки називають гравітаційними антенами, однак термін «антена» походить від латинського слова *antenna* — «щогла, рея», що зовсім не схоже на резонансні чи лазерно-інтерферометричні системи.

До речі, опис напрямків та перспектив гравітаційно-хвильової астрономії можна знайти у книзі «Общая теория относительности: признание временем», яка минулого року вийшла друком у видавництві «Наукова думка» [5].

**— Як я розумію, більш перспективною виявилася ідея побудови детектора на принципі інтерферометра, яку і було застосовано в проекті LIGO?**

— Детектор LIGO — це, по суті, сучасна інтерпретація інтерферометра Майкельсона, на якому ще в XIX ст. було встановлено неспостережуваність «ефірного вітру», що згодом привело до створення спеціальної теорії відносності.

В інтерферометрі LIGO реєструють відносні зміни відстані між двома парами вільно підвішених пробних мас — дзеркал, які утворюють резонатор Фабрі—Перо у двох плечах системи. Через коливання кривини простору-часу, зумовлені проходженням гравітаційної хвилі, відстань між дзеркалами трохи змінюється. При цьому чим довше плече, тим більше зміщення, яке фіксують за допомогою інтерференції лазерних променів з різних рукавів. Такі детектори можуть реєструвати коливання в ширшому діапазоні частот, від 10 Гц до 10 кГц,

ніж веберівські детектори, в яких діапазон реєстрації є близьким до резонансних частот робочого тіла детектора.

Уперше ідею інтерферометричного детектування гравітаційних хвиль запропонували радянські фізики М.Є. Герценштейн і В.І. Пустовойт ще в 1962 р., але тоді їхня стаття, опублікована в ЖЕТФ, не привернула до себе особливої уваги наукової спільноти. До речі, Владислав Іванович Пустовойт — наш земляк, народився у Бердянську, закінчив Дніпропетровський університет.

**— Сьогодні детектори веберівського типу ще використовують для пошуку гравітаційних хвиль чи вони повністю відійшли в минуле?**

— Наскільки нам відомо, принаймні два детектори такого типу ще працюють. Наразі вони досягли точності на рівні  $10^{-18}$ , і в принципі можна собі уявити, що в нашій галактиці станеться якась катастрофічна подія, яку вони зможуть зафіксувати, однак імовірність цього невелика.

**— А як розпочинався проект LIGO?**

— Цей проект у 1980-х роках запропонували професори Каліфорнійського технологічного інституту Кіп Торн (Kip Thorne) і Рональд Древер (Ronald Drever) і професор Массачусетського технологічного інституту Райнер Вайсс (Rainer Weiss). У результаті було побудовано комплекс із двох обсерваторій, одна з яких розташована на Тихоокеанському узбережжі США, в Хенфорді, штат Вашингтон, а інша — на відстані 3 тис. км, в Лівінгстоні, штат Луїзіана. Оскільки швидкість гравітаційних хвиль дорівнює швидкості світла, сигнал має прийти на дві обсерваторії з різницею в кілька мілісекунд, що дозволить приблизно визначити напрямок, в якому знаходиться джерело сигналу.

Основним елементом кожної обсерваторії є дві взаємно перпендикулярні вакуумні камери довжиною близько 4 км, у кінцях яких підвішені дзеркала. Ці дзеркала розміщені на складній 4-ступеневій системі підвісів, яка, у свою чергу, висить на динамічній платформі, здатній ефек-

тивно нівелювати зовнішні вібрації. На вході в установку лазерний промінь розщеплюється, багаторазово (до 400 разів) проходить обома камерами, відбиваючись від дзеркал. Завдяки цьому, по-перше, зростає ефективна довжина пробігу в кожному з плечей приладу і, відповідно, змінюється фаза кожного оптичного сигналу, а по-друге, під час цього багаторазового пробігу в кожному з рукавів лазерний промінь додатково накачується енергією, що підвищує потужність променя. Змінне поле гравітаційної хвилі приводить до змінного зсуву фази оптичного сигналу. Потім промені лазера з різних рукавів суміщаються та інтерферують. У кінцевому рахунку на виході маємо сигнал, модульований гравітаційною хвилею, який і реєструє фотодетектор (рис. 1).

Детекторний комплекс LIGO було запущено в 2002 р. і працював він до 2010 р. За цей період сигналів від гравітаційних хвиль зареєструвати не вдалося. Це було не так вже і дивно, оскільки оцінки показували, що в тій частині Всесвіту, яку тоді «прослуховував» детектор, імовірність досить потужного катаклізму була невеликою. В обсерваторіях провели глибоку модернізацію, розробили нові лазери, нові системи гідравлічної та електромагнітної стабілізації дзеркал, поліпшили роботу детекторів. Це дозволило істотно знизити рівень шумів і набагато збільшити чутливість приладів. Тепер учені могли зафіксувати сплески, породжені злиттям чорних дір на відстані в сотні мегапарсеків, а нейтронних зір — на відстані 60 Мпк. Очікувалося, що частина Всесвіту, доступна для гравітаційно-хвильового прослуховування, збільшиться в десятки разів.

Удосконалений комплекс aLIGO (Advanced LIGO) запустили на початку осені 2015 р. Усього через три дні, рано-вранці 14 вересня, на ньому було зафіксовано сигнал, який можна було інтерпретувати як сплеск гравітаційного випромінювання. Упродовж кількох місяців учасники колаборації ретельно все перевіряли, аналізували отримані дані і врешті-решт 11 лютого 2016 р. сповістили наукову спільноту про детектування гравітаційної хвилі, породженої злиттям двох чорних дір.

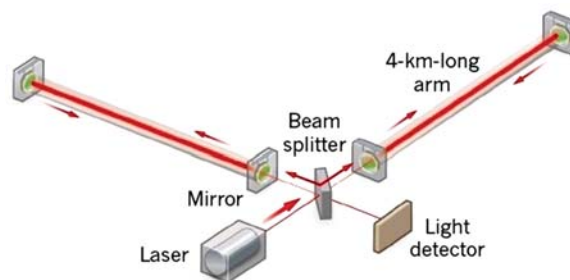


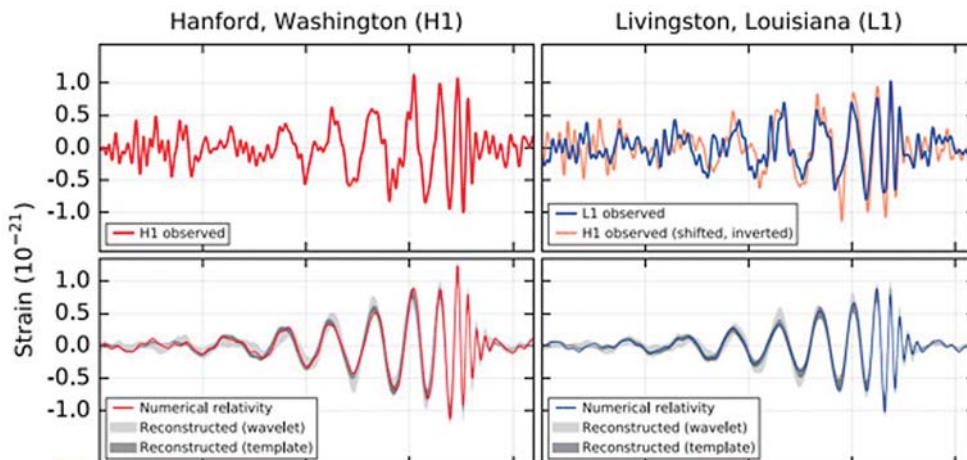
Рис. 1. Схема детекторного комплексу LIGO [4]

### — А що саме зафіксували детектори LIGO?

— Ось, дивіться, на рис. 2 зверху наведено профілі сигналів, зареєстрованих незалежними детекторами у Хенфорді та Лівінгстоні, а знизу — відповідні шаблони, тобто результати чисельного моделювання конкретної події. Розрахунки проводили для найрізноманітніших варіантів об'єктів, їхніх мас, моментів обертання, кутів та багатьох інших параметрів, і для різних випадків було накопичено різні шаблони можливих сигналів. Загалом сам принцип опрацювання сигналу полягає в тому, що здійснюється постійний пошук у шумі, тобто експериментатори перебирають, пробувають шаблони, щоб виявити, який з них найкраще підходить до спостережуваних даних. Ось чому, зокрема, знадобилося так багато часу від моменту фіксації сигналу до оголошення результатів — щоб остаточно перекоонатися, що це дійсно сигнал, перевірити всі шаблони і розрахунки. І ось чому так важливо було зафіксувати сигнал одразу на двох різних детекторах.

Ми бачимо, що сигнал спочатку слабо поступає на фоні шуму, а потім наростає і за амплітудою, і за частотою. Підбираючи різні шаблони, дослідники з'ясували, злиття яких саме космічних об'єктів спричинюють коливання такої форми. Виявилось, що в цьому випадку відбулося злиття двох чорних дір.

Масу об'єктів визначили за частотою коливань — чим більша маса, тим нижча частота. У нашому випадку маси чорних дір становили приблизно 36 і 29 сонячних мас, і злилися вони в одну чорну діру масою 62 маси Сонця. При цьо-



**Рис. 2.** Зверху: сигнал від події GW150914 (зліва наведено сигнал, зареєстрований в Хенфорді, справа — в Лівінгстоні, на який накладено перемасштабований сигнал з Хенфорда, щоб було видно збіг). Знизу: результати чисельного моделювання процесу для найбільш подібних параметрів чорних дір [1]

му енергія, еквівалентна трьом сонячним масам, розсіялася у вигляді гравітаційних хвиль.

Крім того, з кінцевої амплітуди сигналу, знаючи з теоретичних розрахунків початкову енергію та часові характеристики процесу випромінювання, можна визначити відстань. Вийшло 400 мегапарсеків, щоправда з досить великою похибкою.

За різницею в часі (7 мс) прибуття фронту хвилі на детектори у Хенфорді та Лівінгстоні розрахували кут між напрямком на джерело і лінією, яка сполучає обсерваторії, що дало змогу виокремити у Всесвіті кільце, звідки прийшов сигнал. Оскільки гравітаційна хвиля поперечна, то за різницею амплітуд на двох детекторах ділянку, де розташоване джерело, вдалося звузити до півмісяця площею близько 600 квадратних градусів.

— **Статистична достовірність отриманого сигналу становить 5,1 $\sigma$ . Це багато чи мало?**

— Це дуже непогана статистична достовірність. Самі учасники колаборації пояснюють це так: якщо припустити, що отриманий результат — це накладання статистичних флуктуацій, яке випадково дало подібний сплеск, то повторення такої події довелося б чекати 200 тис. ро-

ків. Отже, можна впевнено казати, що виявлений сигнал не є випадковою флуктуацією.

— **Ви вже говорили, що ця подія є справжнім триумфом сучасних технологій. Розкажіть, будь ласка, детальніше, які труднощі довелося подолати вченим та інженерам на шляху до успіху.**

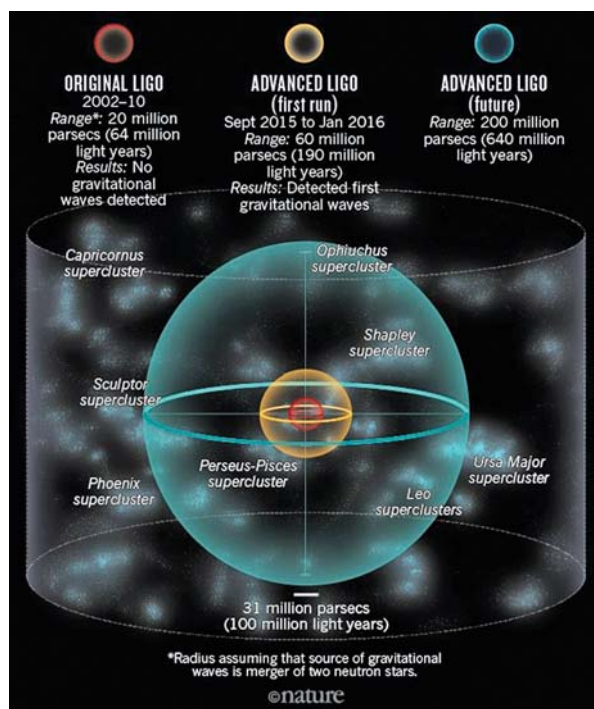
— Ну, труднощів було багато. Це і суто механічні й інженерні проблеми: як сконструювати систему підвісів дзеркал, щоб максимально уникнути зовнішньої вібрації, і оптичні, оскільки відбивач має бути майже ідеальним, і фундаментальні теоретичні питання. Взагалі в цьому комплексі все має префікс *над-*. Вимірювані ефекти фантастично мізерні — надмалі, лазерне джерело має бути одночасно і достатньо потужним, і надзвичайно стабільним за частотою, дзеркала — майже ідеально відбивати промінь, вакуум у камерах — надглибоким, механічна стабілізація системи — вершиною інженерної досконалості.

Крім того, квантова поведінка фотонів у резонаторі і принцип невизначеності обмежують чутливість датчика стандартною квантовою границею. Це можна пояснити так. На детектор приходять потік фотонів. Для чіткого і безперервного сигналу потрібно, щоб фотонів

було багато, в іншому разі ми не зможемо виділити окремі фотони, що створить шум. Для того щоб було багато фотонів, потрібен потужний лазер, а чим потужніший лазер, тим сильніше він впливає на дзеркало, знижуючи точність вимірювань. Поки що шум цього роду не є великою проблемою, але з підвищенням точності вимірювань його внесок зростатиме, і слід заздалегідь мати готове рішення.

— **Тобто планується подальша модернізація детекторів aLIGO?**

— Так, очікується, що до 2020 р. aLIGO в кілька етапів вийде на заплановану чутливість, яка дасть змогу фіксувати такі події, як злиття нейтронних зір, віддалених від нас на відстані до 200 Мпк. Для подій з більшим енергетичним виплеском, таких як злиття чорних дір, відстань, доступна для реєстрації, може досягти гігапарсека. Тобто доступний для спостере-



**Рис. 3.** Об'єм Всесвіту, доступний LIGO для гравітаційно-хвильового спостереження. Червона куля відповідає можливостям LIGO в період 2002–2010 рр., жовта — нинішньому стану aLIGO, блакитна — проектній чутливості модифікованого aLIGO в майбутньому [4]



**Рис. 4.** Мережа нинішніх і майбутніх гравітаційно-хвильових детекторів [3]

ження об'єм Всесвіту зросте порівняно з першим сеансом ще в десятки разів (рис. 3).

До того ж наприкінці цього року мають завершитися роботи з модернізації італійської обсерваторії Virgo. Три детектори, рознесені в просторі, за методом тріангуляції набагато підвищують достовірність результатів і звужають сектор небесної сфери, в якому знаходиться джерело гравітаційних хвиль. Крім того, в Японії будівництво аналогічного гравітаційно-хвильового детектора KAGRA перебуває вже на стадії завершення. У Німеччині модернізують детектор GEO600. В Індії до 2022 р. планують запустити детектор LIGO-India. Спочатку хотіли побудувати цю установку в Австралії, але австралійський уряд реагував досить мляво й ініціативу перехопили індуси. В Індії є дуже потужна група теоретиків-хвильовиків, які беруть активну участь у колаборації LIGO, а керівництво країни багато уваги приділяє розвитку науки. Очікуємо, що через кілька років у світі буде створено цілу мережу гравітаційно-хвильових детекторів (рис. 4). Є також плани з виведення гравітаційно-хвильових інструментів у космос, що дозволить фіксувати низькочастотні гравітаційні хвилі. Європейське космічне агентство вже працює над проектом космічної обсерваторії для пошуку гравітаційних хвиль eLISA, але це справа вже більш віддаленого майбутнього.

— **Як ви вважаєте, чи дадуть Нобелівську премію за це досягнення?**

— Те, що дадуть, сумнівів не викликає, питання лише — кому. У 1993 р. Нобелівську пре-



мію з фізики присудили за відкриття подвійної системи, яку потім було використано для того, щоб отримати непряму вказівку на існування гравітаційних хвиль. Джозеф Тейлор (Joseph Taylor) і Рассел Халс (Russell Hulse) у 1974 р. виявили подвійну систему нейтронних зір PSR B1913+16. Одна з компонент цієї системи є пульсаром, що обертається навколо своєї осі з постійною кутовою швидкістю, і це дозволило дуже точно виміряти маси обох зір та з'ясувати особливості їх орбітального руху. Виявилось, що орбітальний період цієї подвійної системи щороку скорочується на 75 мкс. Ця величина добре узгоджується з розв'язками рівнянь загальної теорії відносності, що описують втрату енергії через гравітаційне випромінювання.

Сьогодні ж ми маємо пряме детектування гравітаційних хвиль, а це означає, що гравітаційно-хвильова астрономія стає повноправним розділом науки. Це новий інструмент дослідження Всесвіту і вивчення космічних

катаклізмів, оскільки для гравітаційних хвиль перешкод немає, вони практично не поглинаються і не відбиваються речовиною, тобто джерело, яке породило їх, можна бачити крізь інші об'єкти. Сигнали від подій типу злиття чорних дір у принципі можна отримати лише за допомогою гравітаційних хвиль. Тепер можна також перевірити численні теорії і припущення в космології, набагато краще зрозуміти будову і еволюцію Всесвіту. Крім того, отримано пряме свідчення злиття подвійних чорних дір. У подальшому ми можемо дізнатися багато чого нового про одні з найцікавіших об'єктів Всесвіту – нейтронні зорі.

Отже, детектування гравітаційних хвиль відкриває абсолютно новий фронт науки, який досі був виключно теоретичним.

— ***Щиро дякую за цікаву розмову, панове!***

— Дякуємо Вам!

*Розмову вела  
Олена МЕЛЕЖИК*

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Advanced Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory. <http://www.ligo.org/science/GW-GW2.php>.
2. Abbott B.P. et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.* 2016. 116: 061102.
3. Abbott B.P. et al. Astrophysical implications of the binary black hole merger GW150914. *Astrophys. J. Lett.* 2016. 818(2): L22.
4. Castelvechi D., Witze A. Einstein's gravitational waves found at last. *Nature*. 2016. <http://www.nature.com/news/einstein-s-gravitational-waves-found-at-last-1.19361>.
5. Александров А.Н., Вавилова И.Б., Жданов В.И., Жук А.И., Кудря Ю.Н., Парновский С.Л., Федорова Е.В., Яцкив Я.С. Общая теория относительности: признание временем. К.: Наук. думка, 2015.