



УДК:533.9.01

<http://dx.doi.org/10.15407/dopovidi2016.01.041>

О. П. Новак

Інститут прикладної фізики НАН України, Суми

E-mail: novak-o-p@ukr.net

Рух іона в замагніченому електронному газі як розсіяння в деформованому кулонівському потенціалі

(Представлено академіком НАН України В. Ю. Сторіжком)

Розглянуто втрати енергії іона, що рухається в замагніченому електронному газі. Вважається, що поперечний рух електронів повністю пригнічено полем. Показано, що задача може бути зведена до руху однієї частинки в анізотропному потенціалі. Спостерігаються осциляції розсіяної частинки та переданої енергії в області малих прицільних параметрів.

Ключові слова: електронне охолодження, розсіяння, анізотропний потенціал.

Задача про енергетичні втрати частинки, що рухається в замагніченому електронному газі, має велике прикладне значення, оскільки лежить в основі методу електронного охолодження іонних пучків. Вказаний метод був запропонований Г. І. Будкером в 1967 р. [1] і полягає у зменшенні фазового об'єму пучка іонів внаслідок взаємодії з електронним згустком, що рухається з тією ж дрейфовою швидкістю та має малу температуру (розкид за швидкостями). Використання сильного магнітного поля, паралельного осі пучка, дозволяє значно посилити ефект охолодження, що пояснюється пригніченням поперечного поля руху електронів. Метод електронного охолодження широко використовується на сучасних прискорювачах та детально вивчався як експериментально, так і теоретично [2–5].

Тим не менше, залишається недостатньо вивченим механізм аномально швидкого охолодження негативних іонів. Зокрема, в експерименті MOSOL було показано, що енергетичні втрати іонів H^- можуть значно перевищувати втрати для H^+ [6, 7]. З даним спостереженням узгоджуються результати чисельного моделювання, проведеного для антипротонів у роботі [8], що виключає електронну структуру іонів H^- як можливу причину ефекту. Найбільший ефект спостерігається, коли швидкість іона направлена вздовж магнітного поля.

© О. П. Новак, 2016

Охолодження негативних іонів має велике практичне значення. Це пов'язано з необхідністю накопичення антипротонних пучків високої якості в експериментах на прискорювачах. Зокрема, дослідницька програма проекту FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research, Дармштадт) передбачає використання пучків антипротонів з відносним розкидом імпульсів $\Delta p/p \sim 10^{-5}$. Необхідні характеристики має забезпечити використання електронного охолоджувача на накопичувачі HESR (High Energy Storage Ring) [9].

Якісне пояснення аномального охолодження негативних іонів полягає в замагніченості електронного газу. Якщо в середньому радіус орбіти електрона значно менший від відстані між електронами, то їх рух можна вважати одновимірним.

В системі спокою іона електрони рухаються в потенціалі ями або бар'єру, залежно від знаку заряду іона. У випадку від'ємного іона потенціал має вигляд бар'єру, і для прицільних параметрів менше $\rho_0 = k e q_i / E_{e0}^2$ електрони відбиваються в зворотному напрямку, передаючи імпульс $2m_e v_{e0}$. Відповідно, енергія іона змінюється на величину $\Delta E = -2m_e v_{e0}^2 / m_i$. Дане явище відоме як "ефект бульдозера" [6, 7]. Якщо ж $q_i > 0$, то електрон рухається в потенціалі симетричної ями і передача імпульса відсутня.

В роботах [10] показано, що коректне врахування віддачі іона призводить до виникнення осциляцій електрона при розсіянні на позитивній мішені в області малих прицільних параметрів $\rho \lesssim \frac{m_e}{m_i} \rho_0$. Справді, якщо положення іона-мішені не зафіксоване, то він здатен значно прискорюватися під час зближення з електроном. Електрон може передати практично всю енергію мішені та опинитися в потенціалній ямі, де буде здійснювати коливання. Глибина ями, однак, зменшується внаслідок відльоту іона, і електрон з часом залишає її. Цікаво відзначити, що такий "замагнічений" електрон після розсіяння на позитивній мішені може змінити напрямок швидкості на протилежний.

В даній роботі показано, що задачу про розсіяння електронів замагніченого газу на іонах можна звести до задачі про рух частинки в деформованому Кулонівському потенціалі. Досліджено феномен осциляцій електрона в області малих прицільних параметрів при розсіянні на позитивному іоні.

Розсіяння в ефективному потенціалі. Оберемо напруженість магнітного поля такою, що радіус орбіти електрона R_{Le} значно менший за характерний розмір задачі (прицільний параметр), а радіус орбіти іона R_{Li} — значно більший:

$$R_{Le} \ll \rho \ll R_{Li}, \quad (1)$$

При цьому можна вважати, що електрон має лише одну ступінь свободи і рухається по прямолінійній траєкторії паралельно осі Ox . Впливом магнітного поля на іони, навпаки, знехтуємо. Крім того, знехтуємо також і власним магнітним полем рухомих зарядів і будемо вважати, що їх взаємодія описується кулонівським потенціалом:

$$U(R) = k \frac{e q_i}{R} \quad (2)$$

де R — відстань між частинками.

На рис. 1 схематично зображено розглядувану систему. Електрон може рухатися лише по прямій $y_e = \text{const}$, тоді як іон незафіксований і може вільно преміщуватися під дією потенціалу $U(R)$. Найбільш цікавим є випадок, коли початкова швидкість іона паралельна магнітному полю, оскільки при цьому ефект впливу знаку заряду іона максимальний. Тоді в розглядуваній моделі $\vec{v}_{i0} \parallel Ox$ і частинки при розсіянні залишаються в площині (x, y) .

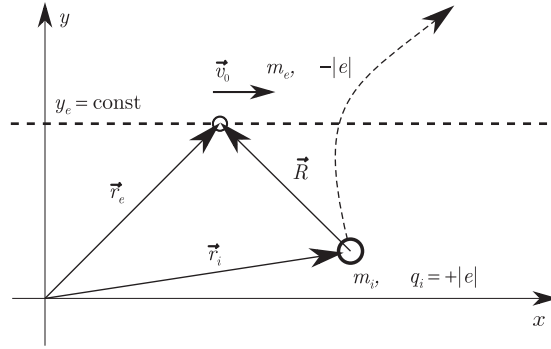


Рис. 1. Схематичне зображення розглядуваної системи. Іон може рухатися вільно, електрон лише вздовж прямої $y_e = \text{const}$

В такій системі виконуються закони збереження енергії та x -компоненти імпульсу. Відповідно, можна відділити рух центра мас системи вздовж осі Ox . Введемо нові координати:

$$\begin{cases} X = \frac{m_e x_e + m_i x_i}{m_e + m_i}, \\ x = x_i - x_e, \\ y = (y_i - y_e) \sqrt{\frac{m_i}{m}}, \end{cases} \quad (3)$$

де m — зведена маса і $y_e = \text{const}$. Тоді функція Гамільтона приймає вигляд

$$H = \frac{1}{2}(m_e + m_i)V_x^2 + \frac{1}{2}mv^2 + k \frac{eq_i}{\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{D^2}}}, \quad (4)$$

де $V_x = \dot{X}$, $v_x = \dot{x}$, $v_y = \dot{y}$, а також

$$D = \sqrt{\frac{m_i}{m}}. \quad (5)$$

Як бачимо, в системі центра мас, де $V_x = 0$, задача зводиться до руху частинки із зведеною масою m в деформованому кулонівському потенціалі

$$\tilde{U}(x, y) = k \frac{eq_i}{\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{D^2}}}. \quad (6)$$

Еквіпотенціальні лінії мають вигляд еліпсів з ексцентриситетом $\varepsilon = \sqrt{1 - D^{-2}}$. Приклади траєкторій частинки в потенціалі $\tilde{U}(x, y)$ зображено на рис. 2.

Зазначимо, що рух у такому потенціалі набуває нових ознак, нехарактерних для руху в кулонівському потенціалі. Як відомо, при русі в центрально-симетричному потенціалі коливання частинки можливі лише у випадку фінітного руху з $E < 0$. Якщо виконується $E > 0$, то траєкторія частинки гіперболи, причому при $\rho \rightarrow 0$ кут розсіяння прямує до значення $\chi_{cs} = \pi$. Також легко переконатися, що $\chi_{cs} = \pi/2$ при $\rho = \rho_0/2$. В анізотропному

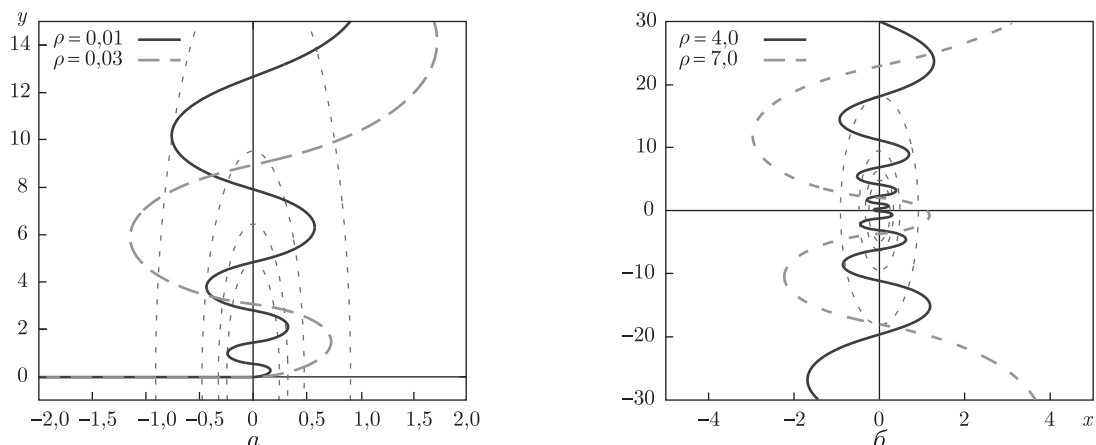


Рис. 2. Приклади траєкторій частинок в ефективному потенціалі $\tilde{U}(x, y)$ для випадку $eq_i < 0$ і $D = 20$: a — $\chi_0 = 0$, b — $\chi_0 = \pi/2$

потенціалі \tilde{U} , однак, коливання відносно осі Oy спостерігаються і при розсіянні з $E > 0$. Позначимо кути вльоту та вильоту частинки як χ_0, χ . Якщо $\chi_0 = 0$, то осциляції відбуваються за умови $\rho \lesssim \rho_0/D$, причому при $\rho \rightarrow 0$ кут вльоту прямує до значення $\pi/2$, а амплітуда коливань зменшується (рис. 2, a).

При $\chi_0 = \pi/2$ коливання частинки відносно осі Oy присутні для довільних значень прицільного параметра, тоді як рух вздовж Oy інфінітний (рис. 2, b). Значенню кута вльоту $\chi_0 = \pi/2$ відповідає випадок, коли при $t = -\infty$ електрон знаходиться у спокої, а іон рухається перпендикулярно осі Ox (див. рис. 1).

Виразимо зміну енергії іона після взаємодії із замагніченим електроном $E_T = E_i(\infty) - E_i(-\infty)$ через величини, що характеризують рух частинки в потенціалі (6). Тоді, диференціюючи рівняння (3) за часом, знайдемо:

$$E_T = E_0 \left[\varepsilon^2 (\sin^2 \chi - \sin^2 \chi_0) - 2 \frac{V_x}{v} (\cos \chi - \cos \chi_0) \right], \quad (7)$$

де $\varepsilon = \sqrt{1 - D^{-2}}$, $E_0 = mv_0^2/2$ — початкова енергія частинки; V_x — проекція швидкості центра мас на вісь x .

Зокрема, якщо іон знаходиться у спокої при $t = -\infty$, а також $eq_i < 0$, тоді знайдемо: $\chi_0 = 0$, $V_x = v_{e0}/D^2$, де v_{e0} — початкова швидкість електрона. Враховуючи, що $E_0 = \varepsilon^2 E_{e0}$, остаточно одержимо:

$$\frac{E_T}{E_{e0}} = \varepsilon^2 [\varepsilon^2 \sin^2 \chi + 2D^{-2}(1 - \cos \chi)]. \quad (8)$$

Для реальних значень мас електрона та іона маємо $D \gtrsim 50$. Нехтуючи доданками $\sim D^{-2}$, знайдемо спрощену формулу для переданої енергії:

$$E_T = E_{e0} \sin^2 \chi. \quad (9)$$

На рис. 3, a зображено графік залежності кута вльоту від прицільного параметра за умови $\chi_0 = 0$. Як бачимо, в області малих прицільних параметрів залежність $\chi(\ln \rho)$ має

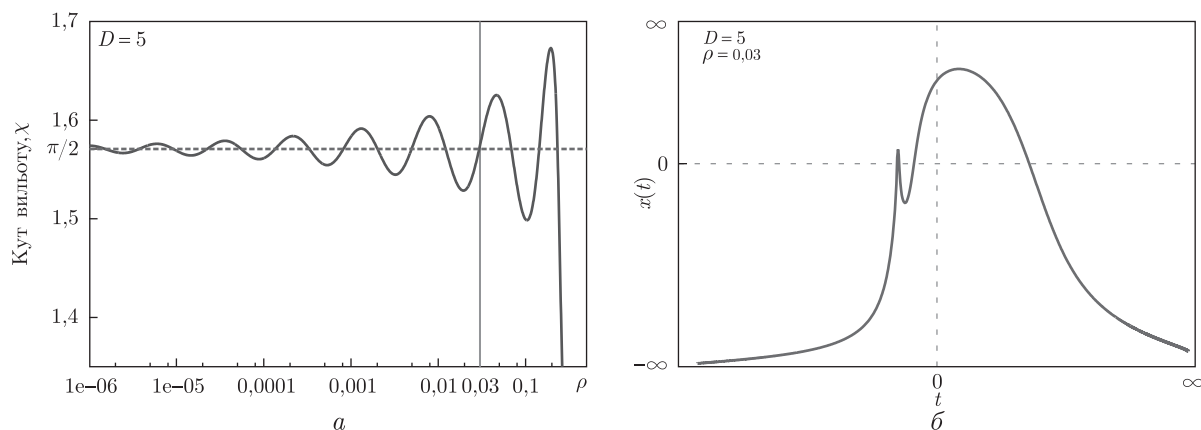


Рис. 3. Залежність кута вильйоту частинки від прицільного параметра в потенціалі $\tilde{U}(x, y)$ за умови $\chi_0 = 0$ (а) та залежність x координати частинки при розсіянні з прицільним параметром $\rho = 0,03$ (б)

вигляд коливань зі змінною амплітудою. Відповідні розрахунки показують, що їх частота прямо пропорційна параметру D та може бути наближено записана так:

$$\omega(D) \approx 0,707D. \quad (10)$$

Зазначимо, що кількість екстремумів функції $\chi(\ln \rho)$ в області прицільних параметрів, більших деякого значення ρ' , відповідає кількості поворотів частинки в напрямку x (рис. 1, б) при розсіянні з $\rho = \rho'$.

Автор висловлює вдячність акад. НАН України В.Ю. Сторіжжю та Р.І. Холодову за підтримку даної роботи.

Цитована література

1. Буджер Г. И. Эффективный метод демпфирования колебаний частиц в протонных и антипротонных накопителях // Атомная энергия. – 1967. – **22**, № 5. – С. 246–248.
2. Poth H. Electron cooling: Theory, experiment, application // Phys. Rep. – 1990. – **196**, No 3–4. – P. 135–297.
3. Пархомчук В. В., Скринский А. Н. Электронное охлаждение – 35 лет развития // Усп. физ. наук. – 2000. – **170**, No 5. – С. 473–493.
4. Khelemelya O. V., Kholodov R. I. Quantum field methods in the electron cooling // Probl. At. Sci. Tech. – 2013. – **85**, No 3. – P. 53–57.
5. Fedotov A. V. et al. Electron cooling: Theory, experiment, application // Phys. Rev. E – 2006. – **73**. – 066503.
6. Диканский Н. С. и др. Влияние знака заряда иона на силу трения в электронном охлаждении // ЖЭТФ – 1988. – **94**, № 1. – С. 65–71.
7. Диканский Н. С. и др. Предельные возможности электронного охлаждения // Препринт ИЯФ АН СССР. – 1988. – **88–61**. – 60 с.
8. Nersisyan H., Toepffer C., Zwicknagel G. Interactions Between Charged Particles in a Magnetic Field. – Berlin: Springer, 2007.
9. Galnander B. et al. HESR Electron Cooler Design study. Technical report. – The Svedberg Laboratory, Uppsala University, 2009.
10. Novak O., Kholodov R. Soliton-like solutions in scattering of electrons by an ion in magnetized plasma // Phys. Scr. – 2015. – **90**. – 045601 (4 p).

References

1. *Budker G. I.* Sov. At. Energy, 1967, **22**, No 5: 438–440 (in Russian).
2. *Poth H.* Phys. Rep., 1990, **196**, No 3–4: 135–297.
3. *Parkhomchuk V. V., Skriskii A. N.* Phys. Sci. Uspekhi, 2000, **43**(5): 433–452 (in Russian).
4. *Khelemelya O. V., Kholodov R. I.* Probl. At. Sci. Tech., 2013, **85**, No 3: 53–57.
5. *Fedotov A. V. et al.* Phys. Rev. E, 2006, **73**: 066503.
6. *Dikanskii N. S. et al.* Sov. Phys.–JETP, 1988, **67**: 35–40 (in Russian).
7. *Dikanskii N. S. et al.* Preprint 88-61, Novosibirsk, 1988 (in Russian).
8. *Nersisyan H., Toepffer C., Zwicknagel G.* Interactions Between Charged Particles in a Magnetic Field, Berlin: Springer, 2007.
9. *Galnander B. et al.* HESR Electron Cooler Design study. Technical re-port, The Svedberg Laboratory, Uppsala University, 2009.
10. *Novak O., Kholodov R.* Phys. Scr., 2015, **90**: 045601 (4pp).

Надійшло до редакції 28.07.2015

А. П. Новак

Институт прикладной физики НАН Украины, Сумы

E-mail: novak-o-p@ukr.net

Движение иона в замагниченном электронном газе как рассеяние в деформированном кулоновском потенциале

Рассмотрены потери энергии иона, движущегося в замагниченном электронном газе. Предполагается, что поперечное движение электронов полностью подавлено полем. Показано, что задача может быть сведена к движению одной частицы в анизотропном потенциале. Наблюдаются осцилляции рассеянной частицы и переданной энергии в области малых прицельных параметров.

Ключевые слова: электронное охлаждение, рассеяние, анизотропный потенциал.

O. P. Novak

Institute of Applied Physics of the NAS of Ukraine, Sumy

E-mail: novak-o-p@ukr.net

Ion motion in a magnetized electron gas considered as the scattering in a deformed Coulomb potential

The energy losses of an ion moving in a magnetized electron gas have been studied. The transverse motion of electrons is assumed to be completely suppressed by the field. It is shown that the problem can be reduced to the motion of a single particle in an anisotropic potential. The oscillations of the scattered particle and the transferred energy are found in the region of small impact parameters.

Keywords: electron cooling, scattering, anisotropic potential.