

Вахид Хасани Могоддам, И. В. Казачков

Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт»

## О распространении струй расплава в бассейне испаряющегося охладителя

*Исследуются особенности распространения толстых струй расплава кориума в подреакторном бассейне испаряющегося охладителя в пассивной системе защиты от тяжелых аварий на АЭС. Рассмотрены модели внедрения струй и охлаждения образующихся капель расплава, проведены вычислительные эксперименты для установления качественных и количественных характеристик системы, которые могут быть полезными при конструировании и внедрении систем пассивной защиты от тяжелых аварий с подреакторным бассейном воды.*

*Ключевые слова:* струя, расплав, кориум, пассивная система, тяжелая авария, охлаждение, капли.

Вахид Хасани Могоддам, І. В. Казачков

### Про розповсюдження струменів розплаву в басейні випаровуваного охолоджувача

*Досліджуються особливості розповсюдження товстих струменів розплаву кориуму в підреакторному басейні випаровуваного охолоджувача в пасивній системі захисту від тяжких аварій на АЕС. Розглянуто моделі проникнення струменів та охолодження крапель розплаву, що утворюються, проведено обчислювальні експерименти для встановлення якісних та кількісних характеристик системи, що можуть бути корисними у процесі конструювання та впровадження систем пасивного захисту від тяжких аварій з підреакторним басейном води.*

*Ключові слова:* струмінь, розплав, кориум, пасивна система, тяжка аварія, охолодження, краплі.

© Вахид Хасани Могоддам, И. В. Казачков, 2010

Для успешного применения и дальнейшего развития перспективных пассивных систем защиты от тяжелых аварий с подреакторным бассейном воды для удержания расплава кориума в контролируемом охлаждаемом состоянии в течение заданного интервала времени, до принятия мер по ликвидации последствий аварии [1]–[4], необходимо провести моделирование теплогидравлических процессов в таких системах. Одна из моделей рассматривалась [3], [4] в упрощенной постановке, без учета испарения охладителя в бассейне. Однако испарение воды за счет контакта с высокотемпературной струей расплава кориума может существенно влиять на процесс внедрения струи в бассейн, вплоть до парового взрыва, когда картина поведения струи в бассейне кардинально меняется. Кроме того, в начале внедрения в бассейн струя всегда имеет паровое окружение, так как за счет интенсивных радиационных потоков тепла от высокотемпературной струи расплава вода в бассейне начинает испаряться еще до прямого контакта струи с водой. В данной работе сделана попытка разработать математическую модель с учетом испарения воды в бассейне. Рассматривается также численная модель процесса охлаждения капли расплава, которая в совокупности с моделью проникания струи в бассейн поможет правильно оценить происходящие в бассейне физические процессы внедрения и охлаждения струи расплава.

### Разработка математической модели внедрения струи с испарением воды

Распространение струи в бассейне определяется архимедовыми силами, силой гидродинамического сопротивления бассейна и силой воздействия пара, движущегося навстречу струе. Интенсивное испарение жидкости в бассейне при внедрении в нее высокотемпературной струи приводит к паровым потокам, идущим навстречу внедряющейся струе, поскольку за счет высокого давления пара и большой архимедовой силы, действующей со стороны бассейна на пар, встречные струи пара могут обладать большой энергией. Особенностью внедрения высокотемпературных струй является то, что интенсивное парообразование в бассейне начинается еще до контакта струи с бассейном вследствие интенсивных радиационных тепловых потоков от струи к жидкости бассейна (теплообмен излучением очень высокий). Во многих случаях физическое явление сильно усложняется тем, что струя расплава фактически входит в бассейн в окружении встречной паровой струи. Сжимаемый пар будет выходить из бассейна как струя под действием давления пара и архимедовой силы бассейна на паровую струю, а струя расплава — внедряться в бассейн противоположно действию струй пара и преодолевать сопротивление жидкости в бассейне.

В задаче о внедрении струи (жидкого цилиндра) в бассейн анализируются некоторые дополнительные факторы, связанные с формой тела (обобщение для случая твердых тел), возможностью испарения жидкости при внедрении тела с высокой температурой и т. д. Процесс внедрения струи в бассейн жидкости рассматривается в предположении, что: струя (или тело) начинает внедряться в жидкость, имея некоторую начальную скорость  $V_0$ , которая в предельном случае может быть нулевой (внедрение струи или тела только за счет гравитационных сил); бассейн с жидкостью (в предельном случае это может быть

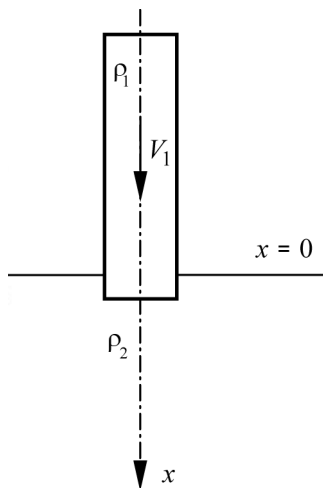


Рис. 1. Расчетная схема внедрения струи в бассейн

и газ) является покоящейся средой; тело мгновенно сообщают поверхности бассейна скорость, равную скорости тела в момент касания поверхности бассейна; внедряющаяся струя осесимметрична. Образование каверны на поверхности жидкости при ударе о поверхность не рассматривается. Снижение скорости струи в момент ее удара о поверхность жидкости бассейна оценивается на основе имеющихся в литературе данных. Лобовое сопротивление тела выражается через площадь поперечного сечения тела.

С учетом принятых упрощений, на основе описанной физической модели разрабаты-

вается математическая модель системы. Предполагается, что сопротивление жидкости внедряемому телу (струе) пропорционально гидродинамическому напору жидкости в головной части тела с коэффициентом, зависящим от формы тела и режима его движения [5], [6]. В простейшем случае цилиндр имеет сопротивление  $0,5\rho_2 V_1 S_1$ , где  $\rho$ ,  $V$ ,  $S$  — плотность, скорость тела, площадь сечения соответственно. Индексами 1 и 2 обозначается принадлежность величин телу и жидкости соответственно. Если внедряемое тело вошло в бассейн полностью, дальнейшее движение происходит при неизменной гравитационной силе, определяемой разницей веса тела и выталкивающей силы. До полного внедрения рассматриваемого тела в жидкость гравитационная сила, действующая на погруженную в жидкость часть тела, равна весу этой части тела минус архимедова выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости. После полного внедрения тела гравитационная сила не меняется по глубине. Далее тело продолжает внедрение за счет инерционных сил, действующих против силы лобового сопротивления жидкости, которая изменяется по мере изменения скорости внедряемого тела, и силы давления образующегося пара. Гравитационная сила определяется разностью плотностей жидкости и тела, увеличиваясь по мере внедрения до момента полного погружения тела, и действует в направлении движения, если жидкость менее плотная, или против движения — если жидкость более плотная.

При внедрении тел высокой температуры возможен также паровой взрыв в головной части тела на протяжении всего времени внедрения или в начальной стадии. Для этого случая предпринята попытка оценить влияние давления образующегося пара на процесс внедрения горячего тела. Поскольку образующийся пар будет в дальнейшем двигаться вдоль поверхности тела вверх по паровому слою вокруг тела, процесс движения усложняется и применяемая оценка является приближенной в количественном соотношении, однако она позволяет провести качественный анализ явления. Вначале для простоты рассматривается внедрение тела цилиндрической формы. Движение происходит вертикально, сверху вниз или снизу вверх (возможные физические реализации последнего варианта здесь не обсуждаются). Скорость движения струи (тела) равна  $V_1 = dx/dt$ , где  $x$  — координата, отсчитываемая от

поверхности вглубь бассейна,  $x = 0$  — уравнение поверхности бассейна (рис. 1). Радиус цилиндрической струи равен  $a$ , длина —  $h$ , начальная скорость струи до касания с поверхностью жидкости в бассейне —  $V_0$ .

Уравнение движения струи в бассейне с водой можно записать в следующем виде:

$$\rho_1 h \frac{dV_1}{dt} = g(\rho_1 h - \rho_2 x) - \alpha \rho_2 V_1^2 - \beta \rho R T_1, \quad (1)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения (если тело движется вниз, то  $g$  — положительная величина, если вверх — отрицательная);  $h$  — длина цилиндра;  $\rho$  — плотность пара;  $T_1$  — температура пара;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $\alpha$  — коэффициент лобового сопротивления (зависит от формы тела и режима обтекания, для простых оценок можно положить  $\alpha = 0,5$ );  $\beta$  — эмпирическая константа, подлежащая определению из эксперимента ( $\beta_{\max} = 1$ ; при отсутствии влияния парообразования  $\beta = 0$ ). Для простоты влияния парового взрыва в головной части тела оценивается по уравнению состояния идеального газа и полагается, что температура тела за время его внедрения в бассейн не успевает измениться значительно ( $T_1 = \text{const}$ ) либо она известна:  $T_1(x)$ .

Уравнение (1) выражает условие сохранения количества движения. Слева в этом уравнении стоит инерционная сила, справа — архимедова сила, сила сопротивления жидкости бассейна внедряющейся в бассейн струе и сила давления, создаваемого паром испаряющейся в бассейне жидкости. Используя выражение для скорости движе-

ния струи  $V_1 = \frac{dx}{dt}$  и поделив уравнение (1) на  $\rho_1$ , его мож-

но записать в таком виде:

$$h \frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha \rho_{21} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + g(\rho_{21} x - h) + b = 0, \quad (2)$$

где  $\rho_{21} = \rho_2/\rho_1$  — отношение плотностей жидкости и струи (или другого внедряющегося в бассейн тела);  $b = \beta R T_1 \rho/\rho_1$  — некоторая константа или известная функция температуры. Предпоследний член в (2) является константой  $gh(\rho_{21} - 1)$  при  $x \geq h$  (полное погружение тела). Если удар струи (или тела) о поверхность жидкости незначителен (плавный вход тела в жидкость), скорость тела в начальный момент касания поверхности меняется незначительно, и начальные условия для уравнения (1) или (2) имеют вид

$$t = 0, x = 0, V_1 = \frac{dx}{dt} = V_0. \quad (3)$$

При наличии парового взрыва возможны различные ситуации: если  $gh > b$ , скорость внедряющегося тела может нарастать, как рассмотрено выше, а при  $gh \leq b$  — всегда убывает. Причем в случае малой начальной скорости внедряющегося тела влияние парообразования (парового взрыва) может быть сильнее влияния гравитационных сил, и даже определяющим в случае очень высоких температур внедряющегося тела. При высокой скорости тела гравитационные силы мало влияют на процесс внедрения, а паровой взрыв может препятствовать внедрению в бассейн сильнее, чем сопротивление жидкости. Высокоскоростное проникание тел в жидкость определяется, главным образом, инерционными силами и сопротивлением среды,

определение которого представляет значительные трудности [6]—[12]. При этом часто случаи внедрения струй и твердых тел в жидкость и твердые тела различаются лишь параметрами сред и могут рассматриваться в рамках одной и той же модели. Данная модель также может применяться для анализа внедрения струй в бассейн в случае малого изменения скорости струи.

### Анализ и обоснование математической модели системы

При большой скорости тела и большой плотности жидкости в момент касания головной части тела о поверхность жидкости происходит удар. Ускорения границ жидкости имеют большие значения в течение очень короткого промежутка времени, поэтому можно рассмотреть предельный случай импульсного (ударного) изменения. Большие массовые силы непосредственно на жидкость не действуют, однако мгновенное изменение в движении границ будет создавать бесконечно большие градиенты давления, которые порождают мгновенное изменение скорости жидкости. Ни скорость границы, ни скорость жидкости не становятся большими во время такого изменения, поэтому члены в уравнении движения жидкости, содержащие скорости или их градиенты по координатам, пренебрежимо малы по сравнению с локальной производной скорости по времени. Согласно Дж. Бэтчелору [13], импульс силы, действующей на осесимметричное тело с плоской носовой частью сразу же после прямого удара о поверхность жидкости, равен  $\frac{4}{3}\rho_2 a^3 V_0$ . Решение получено из рассмотрения приближенных уравнений движения жидкости без ограничения на вязкость жидкости (за время удара не успевает проявиться). Пренебрегая вязкой диссипацией, можно получить оценку начальной скорости проникания тела, пользуясь уравнением сохранения импульса:

$$\rho_1 \pi a^2 h V_0 = \rho_1 \pi a^2 h V_n + \frac{4}{3} \rho_2 a^3 V_0, \quad (4)$$

где  $V_n$  — скорость проникания тела в жидкость (начальная скорость внедрения струи в бассейн). Из уравнения (4)

$$V_n = \left(1 - \frac{4a}{3\pi h} \rho_{21}\right) V_0. \quad (5)$$

Как видно из выражения (5), скорость проникания струи (тела), отнесенная к начальной скорости (на подходе к поверхности бассейна), зависит только от относительных размеров струи (тела) и отношения плотностей жидкости в бассейне и струи (тела). Тонкие тела проникают без удара, даже если жидкость более плотная, чем тело. И в случае малой плотности жидкости любые тела проникают в бассейн без удара. Но если тело не тонкое и жидкость достаточно плотная, потери скорости тела при вхождении в жидкость за счет удара о поверхность могут быть значительными. Из (5) следует, что при

$$\frac{a}{h} = \frac{3\pi}{4} \rho_{12} \approx 2,355 \rho_{12} \quad (6)$$

вся скорость тела теряется во время удара, а при  $a > 2,355 \rho_{12} h$  скорость проникания в жидкость становится

отрицательной, т. е. тело отскакивает от поверхности жидкости вверх. Рассмотренная особенность начального участка внедрения высокоскоростных тел в жидкость показывает, что при любой скорости тела в случае (6) цилиндр отдает всю кинетическую энергию при ударе о поверхность, и парадокс заключается в том, что тело с меньшей скоростью, не допускающей удара о поверхность, проникает в жидкость глубже. Как видно из (5), существует также предельный случай, когда  $a \gg \rho_{12} h$  (тонкая пластина, ударяющаяся о плотную жидкость), и скорость тела после удара приобретает максимально возможное отрицательно значение.

Анализ проникания тел в жидкость требует во многих случаях также учета коэффициентов присоединенных масс. Сделать это можно, введя в первый член уравнений (1), (2) дополнительную присоединенную массу, которая для удлиненного цилиндрического тела составляет более 0,2 от массы жидкости в объеме движущегося тела; для шара, соответственно, 0,5, а для пластины порядка 1. Поскольку во многих случаях  $\rho_{12} \ll 1$  (например, отношение плотностей жидкости и стали  $\rho_{12} \approx 1/7,8$ ), для тонких (удлиненных) тел коэффициенты присоединенных масс можно не учитывать. Для затупленных тел влияние присоединенных масс может быть значительным. Так, для шара добавка к массе движущегося тела составляет порядка 6 %. При внедрении в жидкость низкой плотности (газ) удара о поверхность нет и влияние присоединенных масс мало. В некоторых случаях необходимо учитывать также влияние подсоса воздуха при внедрении струи в бассейн, но эта задача представляет отдельный интерес и здесь не приводится.

Рассматривается задача Коши для дифференциального уравнения (2) с начальными условиями

$$t = 0, x = 0, \frac{dx}{dt} = V_n, \quad (7)$$

где  $V_n$  задается по формуле (5) при наличии удара (затупленное тело, внедряющееся в плотную жидкость при больших скоростях) или  $V_n = V_0$  (тонкое тело или затупленное, но движущееся сравнительно медленно либо в среде малой плотности, когда тело входит в жидкость плавно).

Уравнение (2) удобно представить в таком виде:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha A \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + g \rho_{12} + C = 0, \quad (8)$$

где  $A = \rho_{12}/h$ ;  $C = b/h - g$ ;  $Ax = \rho_{12} = \text{const}$  при  $x \geq hx \geq h$ .

Нелинейное дифференциальное уравнение (8) имеет аналитическое решение, которое будет рассмотрено и проанализировано ниже. Уравнение представлено в размерной форме, но во многих случаях безразмерная форма записи уравнений предпочтительна ввиду ее более общего представления и применения. Поэтому запишем далее задачу Коши (7), (8) в безразмерном виде, отнеся скорость к  $V_0$ , расстояние — к радиусу струи  $a$ , время — к величине  $a/V_0$ :

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = \bar{v}, \quad \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} = -\left[\varepsilon \alpha \rho_{21} \bar{v}^2 + \frac{1}{\text{Fr}^2} (\bar{x} \varepsilon \rho_{21} + \bar{b} - 1)\right], \quad \bar{x} \leq 1/\varepsilon; \quad (9)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{x} = 0, \quad \bar{v} = \bar{v}_n, \quad (10)$$

где последний член во втором уравнении системы (9) при  $\bar{x} > 1/\varepsilon$  равен  $(\rho_{21} - 1)/\text{Fr}^2$ ;  $\text{Fr}^2 = V_0^2/(ga)$ ;  $\text{Fr}$  — число

Фруда;  $\varepsilon = a/h$  — отношение радиуса цилиндра к его длине;  $\bar{b} = n/V_0^2$  — отношение потенциальной энергии образующегося пара к кинетической энергии струи;  $\bar{v}_n = 1$  или  $\bar{v}_n = 1 - 4\varepsilon\rho_{21}/(3\pi)$  (в случае удара струи о свободную поверхность жидкости в начальный момент внедрения в бассейн). Черточками в безразмерной математической модели (9), (10) обозначены безразмерные величины. Уравнение второго порядка записано в виде системы двух уравнений первого порядка. Начальные условия (10) выражают, что на поверхности бассейна в начальный момент скорость струи равна скорости на подходе к бассейну за вычетом потери на удар о поверхность бассейна (следуя Бэтчелору).

Математическая модель (9), (10) допускает упрощенные аналитические решения и в общем случае легко реализуется на ЭВМ для ситуационного моделирования в широком диапазоне варьируемых параметров. Она позволяет найти основные закономерности проникания струи расплава в бассейн в зависимости от отношения плотностей жидкостей струи и бассейна, температуры расплава (давления пара), безразмерного критерия — числа Фруда, выражающего отношение инерционных сил к гравитационным силам, и других параметров. Из решения задачи Коши (9), (10) определяются зависимости глубины проникания струи в бассейн и скорости проникания как функции времени. Безразмерная модель одинаково пригодна для любых случаев внедрения струи одной жидкости в пространство, занятое другой жидкостью, или твердого тела в жидкость либо в твердое тело, независимо от конкретных свойств материалов. Применение модели ограничено только соблюдением условий и основных допущений, которые были положены в основу при ее разработке. Далее разработанная модель внедрения высокотемпературной струи в бассейн охладителя применена для анализа особенностей проникания струи кориума в подреакторный бассейн с водой.

### Решение задачи распространения толстой струи в испаряющемся охладителе

Аналитические решения дифференциального уравнения (8) имеют вид:

$$\frac{dx}{dt} = \gamma_1 \operatorname{tg} \left[ \gamma_1 \left( c_1 - \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t \right) \right] \text{ при } \rho_{21} > 1 - \frac{b}{gh}; \quad (11)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma_2 \operatorname{cth} \left[ \gamma_2 \left( c_2 - \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t \right) \right] \text{ при } \rho_{21} < 1 - \frac{b}{gh}, \frac{dx}{dt} > \gamma_2; \quad (12)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma_2 \operatorname{th} \left[ \gamma_2 \left( c_3 + \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t \right) \right] \text{ при } \rho_{21} < 1 - \frac{b}{gh}, \frac{dx}{dt} < \gamma_2; \quad (13)$$

где  $\gamma_1^2 > 0$ ;  $\gamma_2^2 > 0$ ;  $c_1, c_2, c_3$  — константы, определяемые из решения при  $x \leq h$ :

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{gh(\rho_{21}-1)+b}{\alpha\rho_{21}}}, \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{gh(1-\rho_{21})-b}{\alpha\rho_{21}}}, \quad \gamma_2^2 = -\gamma_1^2;$$

$\operatorname{cth} z = \frac{e^{2z} + 1}{e^{2z} - 1}$ ,  $\operatorname{th} z = 1/\operatorname{cth} z$  — гиперболические котангенс и тангенс. Выражения (11)—(13) представляют предельный

случай общего решения уравнения (8) при  $x > h$ . Поскольку константы интегрирования можно определить только из сопряжения с решением дифференциального уравнения (8) для  $x \leq R$ , данные соотношения дают лишь возможность качественного анализа решения задачи на участке  $x \geq h$  и могут быть полезны для установления адекватности построенной математической модели. При достаточно плотной жидкости, а также скорости ниже критической струя (тело) проникает на определенную глубину, а при достаточно высокой скорости на большом расстоянии от поверхности бассейна в случае, когда плотность жидкости ниже критической, тело движется с постоянной скоростью  $\gamma_2$  до бесконечности. Для более подробного анализа закономерностей внедрения тела в жидкость проинтегрируем полученные простые дифференциальные уравнения первого порядка (11)—(13). В результате получим следующие выражения для глубины внедрения струи:

$$x = \frac{h}{\alpha\rho_{21}} \ln \left| \cos \left[ \gamma_1 \left( c_1 - \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t \right) \right] \right| + d_1; \quad (14)$$

$$x = \frac{h}{\alpha\rho_{21}} \ln \left| \exp \left[ \gamma_2 \left( c_2 - \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t \right) \right] - \exp \left[ \gamma_2 \left( \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t - c_2 \right) \right] \right| + d_2, \quad (15)$$

$$\rho_{21} < 1 - \frac{b}{gh}, \quad \frac{dx}{dt} > \gamma_2;$$

$$x = -\frac{h}{\alpha\rho_{21}} \ln \left| \exp \left[ \gamma_2 \left( c_3 + \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t \right) \right] + \exp \left[ -\gamma_2 \left( \frac{\alpha\rho_{21}}{h} t + c_3 \right) \right] \right| + d_3, \quad (16)$$

$$\rho_{21} < 1 - \frac{b}{gh}, \quad \frac{dx}{dt} < \gamma_2,$$

где  $d_1, d_2, d_3$  — константы интегрирования, подлежащие определению из сопряжения каждого из полученных частных решений (14)—(16) с общим решением уравнения (8) или из эксперимента (аналогично — с константами интегрирования  $c_1, c_2, c_3$ ). При наличии парового взрыва глубина проникания струи (тела) и скорость движения снижаются, причем в случае высокотемпературной струи (расплав ядерного топлива) эффект может быть настолько значительным, что полностью определит весь процесс. По мнению многих авторитетных в данной области исследователей, имеется даже возможность парового взрыва, при котором расплав выбрасывается паром из бассейна в окружающее пространство.

Далее рассматривается аналитическое решение задачи внедрения струи расплава в бассейн с охладителем с испарением охладителя. В общем случае нелинейное дифференциальное уравнение (9) можно представить в виде

$$\frac{dx}{dt} = V, \quad \frac{dV}{dt} = -(\alpha AV^2 + gAx + C), \quad (17)$$

откуда следует, с учетом ранее введенных выражений  $A$  и  $C$  скорость имеет тенденцию к убыванию во времени, за исключением случая  $Ax < 1$ , т. е.  $x < h\rho_{12}$ , что соответствует начальному участку, для которого выполняется условие  $\alpha AV^2 + g(Ax - 1) + b/h < 0$ , т. е.  $V^2 < gh(1 - \rho_{21}) - b$

при  $x \geq h$  или  $V^2 > gh(1 - \rho_{21}) - b$  при  $x < h$ . Из анализа положительности выражения в скобках, которое может нарушаться только в случае  $Ax < 1$  и для которого далее выводится условие, видно, что в случае достаточно большого влияния парового взрыва это условие, рассмотренное здесь как исключение, невозможно, так как должно быть  $gh(1 - \rho_{21}) > b$  (при  $x \geq h$ ) или  $g(h - \rho_{21}x) > b$  (при  $x < h$ ).

Система дифференциальных уравнений (9) имеет особую точку  $\bar{x}_0 = (1 - \bar{b})\rho_{12}/\varepsilon$ ,  $\bar{v}_0 = 0$ , что в отсутствие парового взрыва дает  $\bar{x}_0 = \rho_{12}/\varepsilon$ ,  $\bar{v}_0 = 0$ . С учетом того, что система (9) справедлива на участке  $\bar{x} \leq 1/\varepsilon$ , особая точка входит в область определения, т. е. является реальной:  $\rho_{21} \geq 1 - \bar{b}$  после точки  $\bar{x} = 1/\varepsilon$ . Если  $\rho_{21} < 1 - \bar{b}$ , то особой точки не будет. Без парообразования ( $\bar{b} = 0$ ) особая точка отсутствует, если жидкость менее плотная, чем струя (тело). Парообразование снижает этот порог вплоть до нуля, возможен даже выброс тела из жидкости за счет парового взрыва ( $\bar{b} > 1$ ). При отсутствии парообразования особая точка движется вглубь жидкости (глубина проникания тела увеличивается) с уменьшением относительной толщины тела и отношения плотностей жидкости и тела.

Второе уравнение автономной системы (9) можно разделить на первое и получить уравнение фазовых траекторий рассматриваемой системы

$$\frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} = -\frac{\varepsilon\alpha\rho_{21}\text{Fr}^2\bar{v}^2 + \varepsilon\rho_{21}\bar{x} + \bar{b} - 1}{\text{Fr}^2\bar{v}} \quad (18)$$

с граничными условиями

$$\bar{x} = 0, \quad \bar{v} = \bar{v}_n. \quad (19)$$

Уравнение первого порядка (18) каждой точке  $(\bar{x}, \bar{v})$  ставит в соответствие наклон проходящей через нее кривой  $d\bar{v}/d\bar{x}$ . Получающееся поле направлений («изображение» дифференциального уравнения на фазовой плоскости) позволяет построить фазовый портрет системы в виде качественной обобщенной кривой  $\bar{v}(\bar{x})$  и отсюда определить решение уравнения по заданным начальным значениям  $\bar{x}$  и  $\bar{v}$ . Можно начать с построения геометрического места точек постоянного наклона  $d\bar{v}/d\bar{x} = m$  (изоклины, линии равных градиентов скорости по направлению движения струи или твердого тела). С учетом изложенного

$$\varepsilon\alpha\rho_{21}\text{Fr}^2\bar{v}^2 + m\text{Fr}^2\bar{v} + \bar{b} + \varepsilon\rho_{21}\bar{x} - 1 = 0,$$

откуда

$$\bar{v}_{1,2} = \frac{-m\text{Fr} \pm \sqrt{m^2\text{Fr}^2 - 4\varepsilon\alpha\rho_{21}(\bar{b} + \varepsilon\rho_{21}\bar{x} - 1)}}{2\varepsilon\alpha\rho_{21}\text{Fr}}. \quad (20)$$

Следуя (20), можно определить условие действительности скорости проникания струи или тела (real  $\bar{v}$ ):

$$\bar{x} \leq \bar{x}_* = \frac{\rho_{12}}{\varepsilon} \left( 1 + \frac{m^2\text{Fr}^2}{4\alpha\varepsilon} \rho_{12} - \bar{b} \right) = \bar{x}_0 + \frac{m^2\text{Fr}^2}{4\alpha\varepsilon^2} \rho_{12}^2. \quad (21)$$

Условие (21) определяет максимально возможную глубину проникания струи в бассейн (тела в жидкость) при разных параметрах. При  $m = 0$  (скорость не меняется по  $\bar{x}$ )  $\bar{x}_* = \bar{x}_0$ . В особой точке  $\bar{x} = x_0$  скорость равна нулю и струя останавливается. Однако после этого более плотная струя, чем жидкость в бассейне, может продолжить движение за счет гравитационных сил вниз, а в случае более плотной жидкости в бассейне — вверх. Но в последнем случае струя просто распределит ся по бассейну и прекратит свое существование как таковая, в то время как твердое тело будет продолжать движение.

При наличии парового взрыва участок погружения струи (тела) может быть коротким. Если оценить его по максимальному градиенту в начале погружения, когда

$$m_0 = -\frac{\alpha\varepsilon\rho_{21}\bar{v}_n^2\text{Fr}^2 + \bar{b} - 1}{\text{Fr}^2\bar{v}_n}, \quad (22)$$

условие непроникания тела в жидкость имеет вид  $\bar{b}_* = 1 + \alpha\varepsilon\rho_{21}\bar{v}_n^2\text{Fr}^2$ , откуда с учетом удара о поверхность

$$\bar{b}_* = 1 + \alpha\varepsilon\rho_{21}\text{Fr}^2 \left( 1 - \frac{4\varepsilon}{3\pi}\rho_{21} \right)^2. \quad (23)$$

Для тонкого тела и малой плотности жидкости ( $\varepsilon\rho_{21} \ll 1$ ) из (23) следует

$$\bar{b}_* = 1 + \alpha\varepsilon\rho_{21}\text{Fr}^2,$$

что при малых скоростях струи (тела), когда  $\text{Fr}^2 \approx 1$  или  $\text{Fr}^2 \ll 1$ , выражает уравновешивание веса струи (тела) давлением парового потока. При  $\text{Fr}^2 \gg 1$  величина  $\bar{b}_*$  может значительно превышать единицу.

Для численного решения краевой задачи (18), (19) и вычислительного эксперимента на ЭВМ построим вначале изоклины, учитывая, что параметр  $m$  изменяется от значения  $m_0$  в начале процесса внедрения струи в бассейн до 0, причем  $m_0$  может быть и положительным, как обсуждалось ранее (разгон за счет значительных архимедовых сил или парового взрыва). Очевидно, что изоклины являются параболами по скорости проникания струи в бассейн:

$$\bar{x} = \frac{\rho_{12}}{\varepsilon} (1 - \bar{b}) - \frac{\rho_{12}}{\varepsilon} m\text{Fr}^2\bar{v} - \alpha\text{Fr}^2\bar{v}^2. \quad (24)$$

Исследование функции (24) на экстремум по  $\bar{v}$  показывает, что максимум  $\bar{x}(\bar{v})$  равен ранее найденному значению  $\bar{x}_*$  (21):

$$\bar{x} = \bar{x}_*, \quad \bar{v}_* = -\frac{\rho_{12}}{2\varepsilon\alpha} m. \quad (25)$$

Как видно из (25), максимальная глубина проникания струи (тела) в бассейн при  $m < 0$  (убывание скорости по  $\bar{x}$ ) будет такой же, как и при  $m > 0$ . Отличие состоит лишь в том, что в первом случае  $\bar{v}_* > 0$  (движение вниз), а во втором —  $\bar{v}_* < 0$  (движение в обратном направлении), т. е. тело либо замедляется до точки остановки и затем идет вверх, либо остается неподвижным в точке  $\bar{x} = \bar{x}_*$  ( $\bar{v}_* = 0$  при  $m > 0$ ). Интересно, что через точку  $\bar{x}_0$  проходят все фазовые траектории системы. По представленным данным можно изучить все возможные варианты развития системы при изменении ее параметров.

**Моделирование охлаждения образующихся в бассейне капель расплава**

Свободные поверхности струи подвержены возмущениям. При нарастании возмущений от поверхности струи отделяются капли, которые затем могут в свою очередь распадаться на более мелкие капли. Постепенно на отдель-

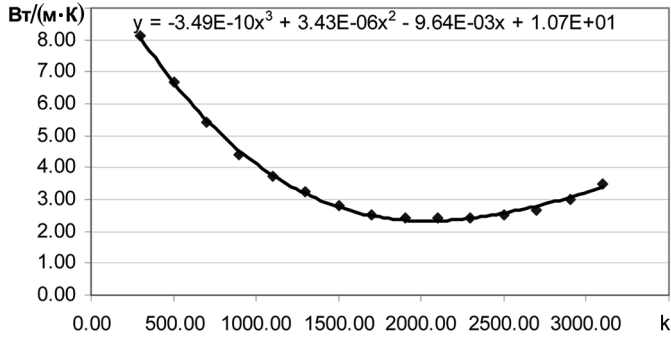


Рис. 2. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры

ные фрагменты и капли распадается вся струя. Явление диспергирования струи на капли, их последующее охлаждение и застывание, а затем охлаждение застывших частиц — серьезные самостоятельные проблемы. В данной работе кратко анализируется процесс остывания капли, поскольку он лимитирует интенсивность охлаждения расплава кориума в подреакторном бассейне охладителя. Численное решение трехмерной нестационарной задачи теплопроводности для частицы решалось в следующей постановке:

$$\rho_1 c \frac{dT_1}{dt} = \text{div}(k \cdot \text{grad} T_1) + q; \quad (26)$$

$$t = 0, T_1 = T_1^0 \cdot \exp(-x^2 - y^2); x^2 + y^2 + z^2 = 1, T_1 = T_1^0, \quad (27)$$

где  $k$  — коэффициент теплопроводности ядерного топлива (зависимость от температуры представлена на рис. 2);  $q = 108/(4/3 \cdot 3,14)$  — интенсивность внутренних тепловыделений в топливе (все единицы в СИ);  $c = 2849$  — удельная теплоемкость;  $\rho_1 = 8000$ ;  $T_1$  — температура топлива. Коэффициент теплопроводности — нелинейная функция

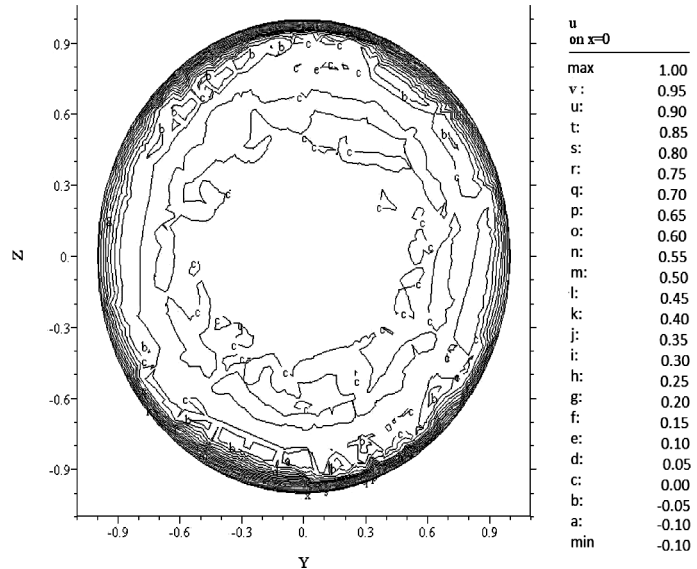
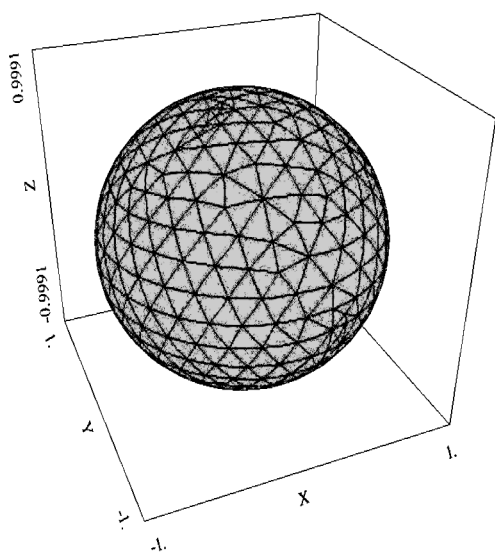


Рис. 3. Расчетная сетка для частицы топлива (слева) и температуры в плоскости yz частицы при  $t = 1,0, x = 0$

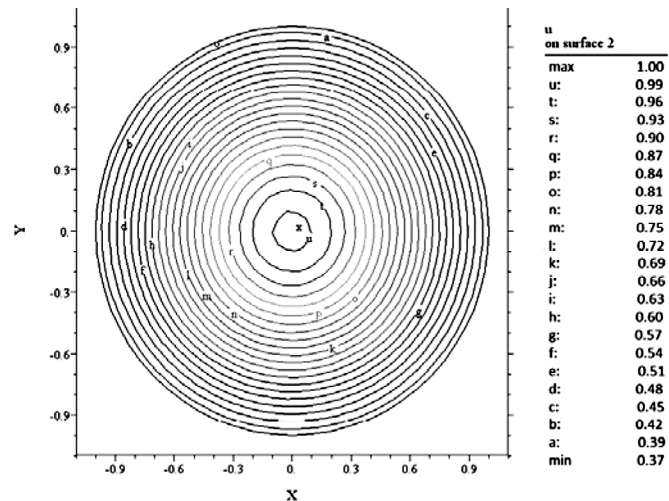
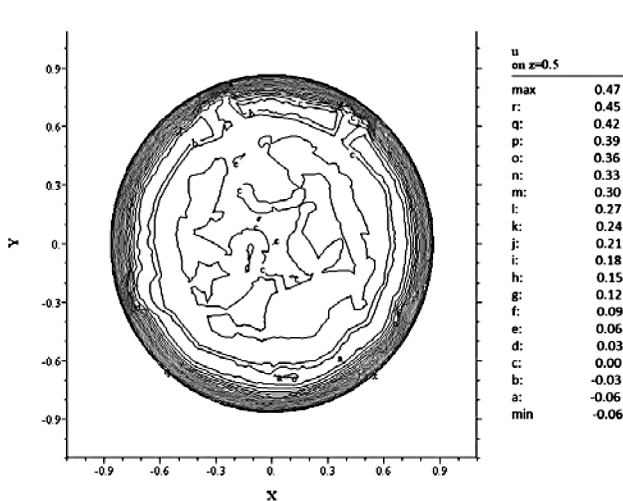


Рис. 4. Распределение температуры в плоскости ху частицы при  $z = 0,5$  (слева) и по полусфере частицы,  $t = 1,0$

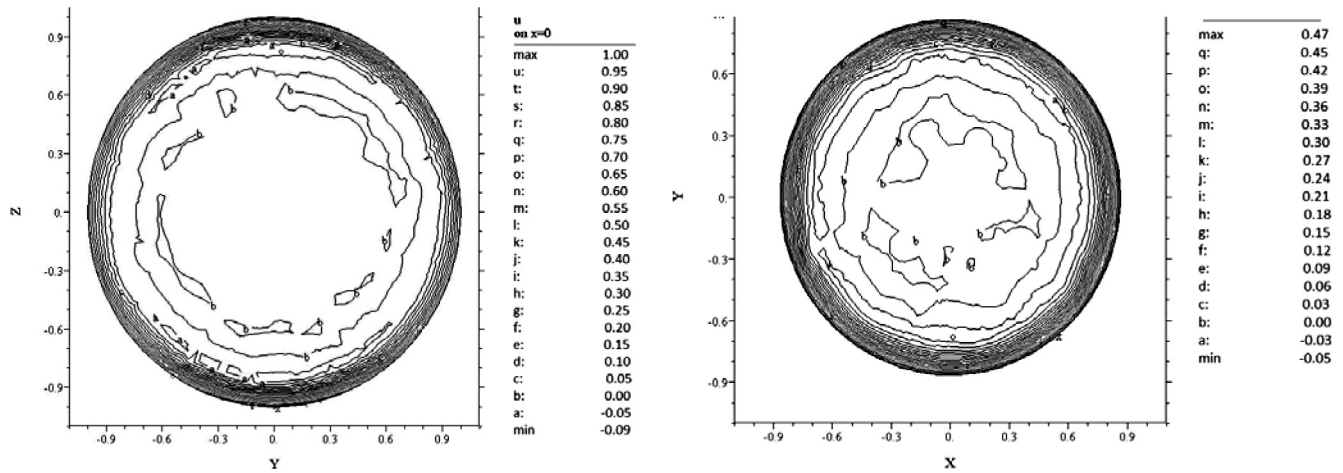


Рис. 5. Распределение коэффициента теплопроводности в плоскости  $yz$  частицы при  $t = 1,0$ ,  $x = 0$  (слева) и температуры в плоскости  $yz$  частицы при  $t = 600$ ,  $z = 0,5$

температуры. В начальный момент времени температура задана в виде экспоненциального распределения, убывание идет от центра к поверхности частицы топлива.

Решение поставленной нелинейной трехмерной краевой задачи для уравнения теплопроводности (26), (27) получено численно методом конечных объемов. Программа для компьютерного моделирования составлена в среде платформы FLEX PDE. Результаты расчетов представлены на рис. 3–5.

Как видно из рис. 2, зависимость коэффициента теплопроводности от температуры значительна, однако в диапазоне реальных температур при тяжелой аварии на АЭС она менее существенна и мало влияет на результаты расчетов, что следует из рис. 3–5, соответствующих моментам времени 1,0 и 600. Эволюцию полей температуры на отрезке времени от 1 до 600 можно проследить по полученным данным компьютерного моделирования для моментов времени от  $t = 1,0$  до  $t = 600$ . Нетрудно заметить, что на указанном интервале времени изменения системы незначительные. По полученной методике можно провести детальные расчеты в каждом конкретном случае и выполнить оценку параметров системы пассивной защиты от тяжелых аварий.

### Выводы

Разработанные математические модели внедрения высокотемпературных струй расплава в бассейн испаряющегося охладителя, пригодные также для моделирования внедрения высокотемпературных тел цилиндрической формы, позволили установить основные закономерности таких систем. Полученные результаты представлены в виде размерных и безразмерных краевых задач и их аналитических решений для ряда предельных случаев, дающих понимание особенностей изучаемой системы и взаимодействия разных варьируемых параметров.

Последнее важно ввиду ограниченных возможностей проведения физических, а тем более — натуральных испытаний для систем пассивной защиты от тяжелых аварий на АЭС. В реальных ситуациях, к сожалению, варьируемость параметров очень высока, поскольку, начиная с физических свойств расплава кориума, неопределенность исходных данных при моделировании тяжелых аварий неустранима

и поэтому требует ситуационного моделирования для установления пределов возможного развития событий. Расчет фазового портрета исследуемой системы позволяет установить наиболее общие закономерности ее развития. Это устраняет необходимость детальных расчетов в широком диапазоне варьируемых параметров, так как можно вначале выбрать только наиболее интересные варианты, отбросив нереальные или неинтересные с какой-либо точки зрения. Например, из полученных результатов можно определить максимальную глубину проникания струи (тела) в бассейн и установить параметры, при которых это возможно. Имея представленный арсенал разработанных размерных и безразмерных математических моделей внедрения высокотемпературных струй в бассейн испаряющегося охладителя, полученные аналитические решения и упрощенные формулы для ряда предельных случаев, легко представить картину поведения струи в бассейне и вычислить критические для работы пассивной системы защиты от тяжелых аварий значения параметров: максимальную глубину проникания струи в бассейн, ширину занимаемой расширяющейся в бассейне струей области, размер дисперсий, получаемых при распаде струи на капли и последующем дальнейшем распаде капель на более мелкие капли. Если глубина проникания струи определяет требуемую глубину бассейна (поскольку радиоактивный расплав кориума не должен вступать в контакт с дном бассейна), то размер образующихся капель и ширина области, занимаемой струей и каплями в бассейне, лимитирует процесс охлаждения капель и процессы их последующего застывания и затвердевания. Последнее определяет интенсивность и качество контролируемого охлаждения расплава кориума, что важно для успешного выполнения основной задачи пассивной системы защиты АЭС от тяжелой аварии.

### Список литературы

1. Казачков И. В., Али Хасан Могоддам. Моделирование гидравлических процессов при тяжелых авариях на АЭС: Монография. — К.: НТУУ «КПИ», 2008. — 172 с.
2. Казачков И. В. Современное состояние и некоторые проблемы моделирования тяжелых аварий на зарубежных АЭС // Ядерная и радиационная безопасность. — 2003. — № 1. — С. 25–34.
3. Ali Hasan Mogaddam, I. V. Kazachkov. Modelling of the corium melt interaction with water and vapour during severe accidents

at NPP// 3<sup>rd</sup> WSEAS Int. Conf., Univ. of Cambridge, February 23–25, 2008. — P. 71–76.

4. Вахид Хасани Могаддам, Казачков И. В. О моделировании изгибных возмущений струй расплава в подреакторном бассейне с водой при тяжелой аварии на АЭС // Ядерная физика и энергетика. — 2009. — Т. 10. — № 3. — С. 293–298.

5. Park H. S., Kazachkov I. V., Sehgal B. R., Maruyama Y. and Sugimoto J. Analysis of Plunging Jet Penetration into Liquid Pool in Isothermal Conditions/ ICMF 2001: Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, Louisiana, U.S.A., May 27 — June 1, 2001. — P. 65–69.

6. Лаурентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. — М.: Наука, 1973.

7. Kolev N. I. Verification of IVA5 computer code for melt-water interaction analysis/ Proc. NURETH-9. — 1999. — P. 90–99.

8. Итоговый отчет по проекту COTELS за 2000 год: РГП НЯЦ РК, Инв.№ 54 от 22.11.05 г.

9. Математическое моделирование теплогидравлических процессов, тяжелых аварий на ядерных реакторах: Аналит. обзор РГП НЯЦ РК, Инв. № 83 от 26.10.04 г.

10. Eichelberger J. Experimental test of the theory of penetration by metallic jets// J. Appl. Physics. — 1956. — V. 27. — 1.

11. Кинеловский С. А., Маевский К. К. Проникание кумулятивных струй в твердую преграду// Журнал прикладной механики и технической физики. — 1989. — 2.

12. Акаев А. С., Васильев Ю. С., Зверев В. В., Нугуманов Д. К. Применение «FLUENT» для описания теплогидравлических процессов в экспериментальных устройствах, моделирующих развитие тяжелой аварии в ядерном реакторе// Вестник НЯЦ РК. — 2005. — Вып. 3. — С. 24–31.

13. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости: Пер. с англ. — М.: Мир, 1973. — 778 с.

Надійшла до редакції 18.02.2010.