

В.М. Карпенко, О.В. Карпенко

ЕНЕРГОІНФОРМАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ ФІЗИЧНОГО ОСЦИЛЯТОРА НЕОДНОРІДНОГО ПІВПРОСТОРУ

Розглянуто динаміку фізичного осцилятора (точки неоднорідного півпростору) енергоінформаційним методом, який відрізняється від класичного методу аналізу динаміки корпускулярної моделі незгасаючого осцилятора, побудованої за фізикою маси Ньютона, і методу аналізу динаміки хвильової моделі осцилятора в квантовій механіці, побудованої за фізикою імпульсу Гамільтона, енергетичним зображенням динамічних параметрів осцилятора, що дало змогу узагальнити корпускулярну і хвильову моделі осцилятора, отримати коректний розв'язок оберненої динамічної задачі з визначення незгасаючих, загасаючих і резонансних характеристик і параметрів осцилятора за даними його загальної енергії і координат.

Ключові слова: осцилятор, динаміка, метод Ньютона, метод Гамільтона, енергоінформаційний метод, функція детермінованої імовірності, фізична лінія, неоднорідний і непружний півпростір, модель ФДІ-кванта.

Вступ. Широкий клас практичних і наукових задач пов'язаний з коливними процесами. Методи математичного аналізу коливних процесів є найбільш розробленою частиною математики [2, 5, 13, 15, 16, 19, 20]. Незважаючи на це, теорія коливань продовжує розвиватися в напрямі моделювання нелінійних коливань матеріальних систем різного походження, зумовлених регулярними і стохастичними одиничними збуреннями даних систем.

Загальна проблема. Особливий інтерес аналізу коливальних процесів у природознавчих і технічних науках становлять задачі *визначення власних параметрів системи зареєстрованими параметрами її руху після дії одиничного збурення системи.*

Труднощі розв'язання таких задач полягають в інформаційній обмеженості методологій, за якими розв'язують ці задачі, оскільки в них використовують кількість шуканих параметрів у рівняннях, більших за кількість самих рівнянь, що моделюють динаміку системи в одній точці фізичного простору. Для зведення до відповідності кількості рівнянь і шуканих параметрів слід збільшувати кількість контрольованих точок динаміки системи, що можливо для макросистем і неможливо для мікросистем, оскільки кожен контроль якісно змінює динаміку квантової системи.

§ 1. КЛАСИЧНІ ТЕОРІЇ АНАЛІЗУ КОЛИВАНЬ

Розглянемо викладене на моделі фізичного осцилятора як фізичної точки (ФТ).

Відомі методології розв'язання загальної проблеми. Динаміка макро- і мікрофізичного осцилятора підпорядковується закону збереження і структуризації загальної енергії у вигляді

$$\xi(t) = K(t) + U(t), \quad (1)$$

де $K(t) = 0,5mv^2(t)$ – кінетична енергія, маса і швидкість ФТ; $U(t) = 0,5\mu x^2(t)$ – потенціальна енергія, пружність і зміщення ФТ від стану рівноваги.

Відомі два методи дослідження фізичної інформативності рівняння (1), а саме метод Ньютона для корпускулярної (макро-)моделі осцилятора і метод Гамільтона для хвильової (мікро-)моделі осцилятора. Результати аналізу обох методів добре відомі [2, 15, 16].

Обидва методи використовують одну метрологічну методологію Гаусса $R[s-t]$ – простір і час не залежні від енергії як змісту руху матерії, тобто *вільними* параметрами у рівнянні (1) є час, маса, пружність, загальна енергія. Відповідно до цих заданих параметрів визначають *залежні* кінематичні параметри руху осцилятора: переміщення, швидкість і прискорення руху. Таку методологію названо *прямою* – *кількість заданих вільних параметрів динаміки системи більша за кількість залежних шуканих параметрів.*

На практиці (геофізики, фізики, техніки) ставлять обернені задачі для осцилятора, у яких заданими параметрами є три *залежні* параметри *прямої* методології: переміщення, швидкість і прискорення руху, а шуканими параметрами є чотири *вільні* параметри: час, маса, пружність, загальна енергія. Таку методологію названо *оберненою*, а задачі – *оберненими.*

Постановка оберненої задачі осцилятора: *на основі рівняння (1) визначити миттєві фізичні параметри осцилятора – енергію, масу, пружність, якщо задано миттєві значення швидкості поширення (у сейсмографах додаються переміщення і прискорення) коливань.*

Оскільки рівняння одно, а шуканих параметрів три, коректність розв'язання таких задач потребує розвитку існуючої методології, що використовує невсебічний взаємозв'язок понять ко-

ливань ФТ (загальна енергія, параметри руху в незалежній множині часу і простору, фізичні її параметри) в напрямі виявлення всебічного зв'язку цих понять.

Згідно з аналізом існуючих підходів [15] щодо розв'язання задач коливань, у теорії випадкових вимушених коливань розглядають такі розв'язки:

- 1) пошук імовірнісних характеристик руху системи за даними (експериментальними) ймовірнісних характеристик зовнішніх збурень (*пряма задача*);
- 2) пошук імовірнісних характеристик зовнішніх збурень за даними (експериментальними) ймовірнісних характеристик вібрацій (*обернена задача*);
- 3) визначення властивостей системи (її оператора і параметрів) за даними (експериментальними) ймовірнісних характеристик на вході й виході системи (*задача ідентифікації*);
- 4) синтез систем, що мають задані властивості стосовно певного класу зовнішніх збурень (*задача синтезу або задача оптимізації*).

У публікації [17] зазначено, що *обернені задачі* взагалі і зокрема в геофізиці побудовані на прямій методології, тобто для відомих прямих функцій динаміки виду $D(x, y, z, t) = f(E, \mu, m, t)$ шукають обернені функції $D(E, \mu, m, t) = f^{-1}(x, y, z, t)$, де (x, y, z, t) – параметри простору і часу; (E, μ, m) – фізичні параметри системи; $D(x, y, z, t)$ – динаміка системи в просторі і часі із заданими фізичними параметрами системи (E, μ, m) ; $D(E, \mu, m, t)$ – динаміка системи в часі з визначеними фізичними параметрами системи (E, μ, m) . Відсутність фізичної природи часу і відповідної математичної моделі для нього вимагає від дослідників використовувати час однаковим у прямих і обернених функціях, не як фізичну величину, а як рівномірну метрику, що не є адекватним до фізичного обертання процесу (наприклад: стиснення \neq розтягнення). Тому для розв'язання обернених задач з визначення шуканих параметрів системи на основі *прямой* методології найскладнішим є час, що має відповідати визначеному фізичному параметру.

Розглянемо метод Ньютона аналізу динаміки макрофізичного осцилятора в метричному просторі Гауса $\mathbf{R}[s - t]$ (простір–час) як аналіз динаміки корпускули. Існують два загальні: (стаціонарний і нестаціонарний) варіанти і два підваріанти стосовно $\eta(t)$:

$$1) \quad \frac{d\xi(t)}{dt} = \eta(t) = 0; \quad (2)$$

$$2) \quad \frac{d\xi(t)}{dt} \neq 0 = \begin{cases} \eta(t) > 0 \\ \eta(t) < 0 \end{cases} \Rightarrow \quad (3)$$

$$\Rightarrow m\ddot{x}(t)\dot{x}(t) \pm \frac{d\xi(t)}{dt} + \mu x(t)\dot{x}(t) = 0. \quad (4)$$

Розглянемо варіант 2) з $\xi(t) = \xi = \text{const}$ – фіксований енергетичний стан.

Для умови (2) та $dm/dt \equiv d\mu/dt = 0$ рівняння (1) має вигляд

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = m\dot{x}(t)\ddot{x}(t) + \mu x(t)\dot{x}(t) = 0, \quad (5)$$

звідки одержуємо систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 0 \\ m\ddot{x}(t) + \mu x(t) \neq 0 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) \neq 0 \\ m\ddot{x}(t) + \mu x(t) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

з відомими розв'язками:

$$\begin{cases} x_m = \sqrt{2\xi/\mu}, \quad \omega_0^2 = \mu/m = -\ddot{x}(t)/x(t), \\ \text{для умови } K = U \Rightarrow \dot{x}^2(t) = \omega_0^2 x^2(t), \\ x(t) = x_m \sin(\omega_0 t), \quad x^2(t) = x_m^2 \sin^2(\omega_0 t), \\ \dot{x}(t) = x_m \omega_0 \cos(\omega_0 t), \\ \text{для умови } K \neq U \Rightarrow \dot{x}^2(t) = x_m^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t) = \\ = \omega_0^2 x_m^2 - \omega_0^2 x^2(t). \end{cases} \quad (7)$$

Розглянемо метод Гамільтона аналізу динаміки мікрофізичного осцилятора [2, 16] як аналіз динаміки хвилі у вигляді моделі

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega_0^2}{2} x^2; \quad (8)$$

де H – гамільтоніан; p, m – імпульс і маса частинки-хвилі; ω_0 – власна її частота; x – відхилення її від центру рівноваги.

Оскільки в мікрофізичному осциляторі неможливо одночасно визначити координату і швидкість, постулюємо рівняння Шредінгера у вигляді

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = H\Psi, \quad (8.1)$$

де Ψ – хвильова функція; \hbar – стала Планка, що дає змогу отримати рівняння руху мікрофізичного осцилятора у вигляді

$$\ddot{\Psi} + [\lambda - \varepsilon^2]\Psi = 0, \quad (8.2)$$

де $\lambda = \frac{2\xi}{\hbar\omega_0}, \varepsilon^2 = \frac{x^2}{x_m^2}$ – безрозмірні параметри.

Розв'язками рівняння (8.2) є відомі [4, 18] для $\lambda = 2n + 1, n = 0, 1, 2, 3, \dots$, функції виду

$$\begin{cases} \Psi(\varepsilon) = e^{\frac{1}{2}\varepsilon^2} H_n(\varepsilon) \\ H_n(\varepsilon) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{\varepsilon^2} \frac{d^n e^{-\varepsilon^2}}{d\varepsilon^n}, \end{cases} \quad (8.3)$$

де $H_n(\varepsilon)$ – поліноми Чебишева–Ерміта.

Розглянемо методологію аналізу динаміки ФТ у сейсморозвідці [17], що розташована на земній поверхні неоднорідного півпростору (геологічного середовища (ГС)) і є осцилятором (сеймоприймачем) з незмінними пружними фізико-механічними параметрами (рис. 1).

Змістом аналізу динаміки ФТ у сейсмічному експерименті методом профілювання поверхні півпростору є визначення внутрішніх фізичних і структурних неоднорідностей півпростору, які утворюють відбиті сейсмічні імпульси. Ці імпульси приводять до вимушених коливань поверхні півпростору. Амплітуду, швидкість і прискорення переміщень цих коливань реєструє сейсмограф (сеймоприймач) з незмінними параметрами: маси, пружності, загасання, координат стану рівноваги. В загальному випадку в основі моделі передачі сейсмічного імпульсу (рис. 1) лежать рівняння згортки $h(t) = \delta(t) \cdot W_g$, де $\delta(t)$ і $h(t)$ відображають переміщення $z(t)$ або швидкість переміщення $\dot{z}(t)$ земної поверхні; W_g – нелінійна передавальна функція ГС, безрозмірна величина. Параметри ГС мають такі особливості: не залежать від часу спостереження, стохастично розподілені у просторі, детерміновано залежать від геостатичної (термобаричної) енергії за глибиною півпростору. Існуюча методологія аналізу динаміки ФТ неоднорідного півпростору у технологіях сейсморозвідки ґрунтується на таких уявленнях і моделях:

- $h(t)$ є моделлю сейсмотраси, як вагова функція, що у сейсморозвідці має вигляд імпульсів – дзвіноподібного, Пузирьова, Бреховських, Лемба, Гельфанда, Ламе, Берлаге, Ріккера;
- $\delta(t)$ є імпульсоїд [4] у вигляді $\delta(t)$ -функції Дірака;
- величина W_g може мати властивості:
 - передавальної функції неоднорідного ГС лінійної;
 - передавальної функції неоднорідного ГС, що складається з N послідовних однорідних шарів з відповідними передавальними функціями;

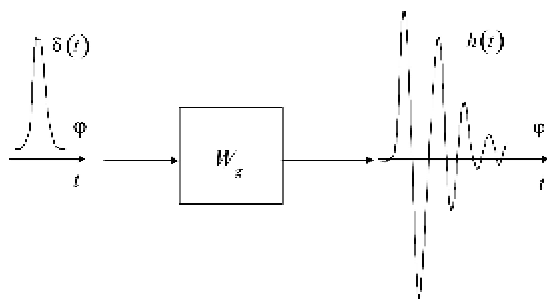


Рис. 1. Модель зондування неоднорідного півпростору: $\delta(t)$ – заданий сейсмічний імпульс; $h(t)$ – вагова функція неоднорідного ГС; W_g – модель неоднорідного півпростору ГС

- відобразити, що передача P -хвилі відбувається за законами лінійної теорії пружності (однорідні й неоднорідні, лінійні та з елементами слабкої нелінійності хвильові рівняння).

Це дає змогу за даними перших вступів ВСП і МСГТ будувати функцію $h(z)$ з нормуванням амплітуд і визначати глибину розміщення різного роду неоднорідностей (структурної, фізичної, літологічної та інших). Так, коректна інтерпретація структурної макронеоднорідності виконується з успішністю до 90 %, а фізичної неоднорідності – не проводиться, що зумовлює успішність пошуку покладів вуглеводнів у світі на рівні 50 %, в Україні, за даними 630 структур Дніпровсько-Донецької западини (ДДЗ), – 39 % [14].

§ 2. ТЕОРІЯ ЕНЕРГОІНФОРМАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ КОЛИВАНЬ

Розглянемо розв'язки задачі визначення всебічного фізичного зв'язку понять коливань ФТ (загальної енергії, параметрів руху і самої ФТ), установленого об'єднанням законів збереження, перенесення, змінення та упакування енергії у фізичному просторі.

За методом енергоінформаційного аналізу хвильового поля (МЕА-ХІП) проаналізуємо коливання ФТ неоднорідного півпростору (рис. 1) у метрологічній системі $\mathbf{R}[E]$ – незалежна енергія, та $\mathbf{R}[E - s - t]$ – простір і час залежні від енергії; а в методологію геофізичного дослідження ГС сейсморозвідкою введемо такі уявлення:

- $\delta(t)$ – заданий імпульс Дірака короткочасної дії $\delta_0(t=0)\Delta t_0$, Дж·с, із заданою енергією, яку визначають і розглядають однаковою $\delta_0(t-t_i)\Delta t_0$ дією на кожен шар неоднорідного півпростору; Δt_0 – тривалість часу дії (~5 мкс), що набагато менша за інтервал часу між відліками реєстрації коливань системи ФТ–ГС на сейсмотрасі (~2 мс – подвійний час);
- $h(t)$ – вагова функція згортки короткочасної дії імпульсу Дірака на інтервалі Δt_0 з передавальною функцією шару у вигляді $h(t) = W_g(t) \cdot \delta_0(t-t_i) \cdot \Delta t_0$, Дж·с, яку реєструють у заданій ФТ неоднорідного півпростору;
- W_g – передавальна функція однорідного шару неоднорідного ГС на просторовому інтервалі $\Delta z_i = V_{pi} \Delta t_0$ (де V_{pi} – інтервальна швидкість P -хвилі), утвореного нескінченною кількістю фізичних точок (система ФТ), енергетичний стан яких моделює функція детермінованої імовірності (ФДІ) [9, 11] у вигляді $W_g = \exp\{-\psi^2(t_i)\}$, де $\psi^2(t_i)$ – енергетична фаза (досліджена у цій статті); передавальна функція шару враховує:
 - всі його нелінійності нескінченного порядку;

- всі його фізичні і геометричні параметри;
 - всі закони міженергетичних відносин, а саме закони збереження, змінення, перенесення та упакування енергії;
 - всі частоти його коливань під час збурення сейсмічним імпульсом;
- г) дія заданого сейсмічного імпульсу дорівнює сумарній дії відбитих сейсмічних імпульсів, заереєстрованих на поверхні півпростору:

$$\delta_0(t=0)\Delta t_0 = \sum_1^M h(t_i),$$

де

$$h(t_i) = \int_0^{\Delta t_0} W_g[t_i] \delta_0(t-t_i) dt_i, \text{ Дж}\cdot\text{с};$$

$$\delta_0(t-t_i) = \int_0^{t_i} \left\{ \iiint_w \zeta_0(x, y, z, t) dw \right\} dt = \text{const} -$$

функція фокусування всієї енергії імпульсу Дірака у ФТ фронту променя, Дж;

$$\zeta_0(x, y, z, t) = d[\delta_0(t) / w(x, y, z)] / dt -$$

потужність потоку енергетичної щільності збуреного півпростору імпульсом Дірака у ФТ фронту променя, Дж/с/м³;

t_i – час дії імпульсу Дірака на фізичну точку неоднорідного півпростору; $W_g[t_i]$ – передавальна функція шару ГС в інтервалі часу t_i , що відповідає певній глибині розміщення неоднорідного півпростору, параметри якого змінюються тільки у певному часовому інтервалі від дії енергії імпульсу Дірака.

Наведені уявлення є більш інформативними й адекватними до сейсмічного експерименту, оскільки єдиним змінним параметром сейсмоприймача тут є енергія його збурення, яка змінюється стохастично на кожному відліку контрольованих коливань як коливань ФТ неоднорідного півпростору.

Згідно з концепцією МЕА-ХП [7] про залежність форм руху часу і простору від змісту руху – енергії, для коректного розв’язку *оберненої задачі* необхідно, щоб і маса, і пружність також залежали від енергії, як і швидкість переміщення. Інакше кажучи, кількість заданих параметрів має дорівнювати кількості шуканих параметрів. Зазначене можна відобразити на одному параметрі, для якого слід побудувати функцію $\xi = f(\xi)$. Ясно, що для фізичних задач цим єдиним параметром має бути загальна енергія, оскільки фізичні параметри системи і параметри її руху комплексно входять у визначення цієї енергії. Клас функцій виду $\xi = f(\xi)$ названо енергоінформаційним $\xi[\xi]$, а метрологічний простір $\mathbf{R}[\xi]$ існування цих функцій – енергоінформаційним, що відображається у метрологічний

простір $\mathbf{R}[\xi - s - t]$ диференціюванням функцій $\xi = f(\xi)$ у часі або у просторі. Цей клас функцій спрощує розв’язання прямих і обернених задач не тільки математичної геофізики, а й фізики взагалі, оскільки дає змогу визначати фізичні параметри та їх комбінації у досліджуваному просторі, наприклад: $K = f_1(\xi)$, $U = f_2(\xi)$ – кінетичну і потенціальну енергії; $d\xi/dt = N$ – потужність; $d\xi/dx = F$ – силу; $N/F = V$ – швидкість; $d\xi/dV^2 = m$ – масу; $d\xi/dx^2 = \mu$ – пружність, та інші шукані параметри для ФТ, і, навіть, простору структури, який заповнює і утворює ця енергія відповідно.

В статті розглянуті питання, пов’язані з невідомими досі інформаційними властивостями динаміки фізичного осцилятора, які вдається при використанні енергоінформаційного методу аналізу його руху як руху фізичної точки, що має загальну, кінетичну енергії і перебуває у просторі потенціальної енергії. Суть цих особливостей полягає в тому, що кінематичні параметри руху, а також фізичні параметри самого осцилятора вважаємо залежними від загальної енергії, що дає можливість розділити математичне визначення маси і жорсткості осцилятора.

Оскільки внутрішня структура фізичних величин m , μ невідома, а вони є складовими параметрами енергії, то в енергоінформаційному методі ці величини уявляють залежними від енергії у такому вигляді:

$$m = \frac{2K(t)}{\dot{x}^2(t)}, \quad \mu = \frac{2U(t)}{x^2(t)}. \quad (9)$$

Розглянемо випадок $\eta(t) = 0$, $m = \text{const}$, $\mu = \text{const}$.

Підставивши рівняння (9) в рівняння (5), отримуємо диференціальне рівняння

$$\frac{d^2\xi(t)}{dt} = \frac{2K(t)}{\dot{x}^2(t)} \dot{x}(t) \ddot{x}(t) + \frac{2U(t)}{x^2(t)} x(t) \dot{x}(t) = 0, \quad (9.1)$$

а система диференціальних рівнянь в E - S - t -уявленні матиме вигляд

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 0 \\ \ddot{x}(t) + \frac{U(t)}{K(t)} \frac{\dot{x}(t)}{x(t)} = 0. \end{cases} \quad (9.2)$$

Розглянемо розв’язок другого диференціального рівняння в системі рівнянь (9.2) з початковими умовами: $t = t_0$; $x(t_0) = x_0$; $\dot{x}(t) = V_0$.

Покладемо $\frac{\dot{x}(t)}{x(t)} = y(t)$, тобто $\dot{x}(t) = x(t)y(t)$, $\ddot{x}(t) = \dot{x}(t)y(t) + x(t)\dot{y}(t)$. Виразимо друге рівняння системи (9.2) через $y(t)$ у вигляді

$$\dot{y}(t) + a(t)y^2(t) = 0, \quad (10)$$

$$\text{де } a(t) = \left(1 + \frac{U(t)}{K(t)} \right) = \frac{\xi}{K(t)}.$$

Розв'язком рівняння (10) буде інтеграл

$$\int \left(-\frac{\dot{y}(t)}{y^2(t)} \right) dt = \int a(t) dt + C_0; \quad (11)$$

якщо $a(t) = \text{const}$ – розв'язок у точці

$$y(t) = \frac{1}{\int a \cdot dt + C_0} = \frac{1}{at + C_0} \quad (11.1)$$

якщо $a(t) = \text{var}$ – довільний розв'язок на відрізку

$$y(t) = \frac{1}{\int a(t) dt + C_0} = \frac{1}{\xi \int \frac{dt}{K(t)} + C_0} = \frac{1}{\int \left[1 + \frac{U(t)}{K(t)} \right] dt + C_0} = \frac{1}{\int \frac{U(t)}{K(t)} dt + t + C_0}. \quad (11.2)$$

Для осцилятора розв'язок на відрізку

$$y(t) = \frac{1}{\int \frac{U(t)}{K(t)} dt + t + C_0} = \left\{ \frac{U(t)}{K(t)} = \frac{0,5\mu x_m^2 \sin^2 \varphi(t)}{0,5m x_m^2 \omega_0^2 \cos^2 \varphi(t)} = \text{tg}^2 \varphi(t) \right\} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_0} \int \text{tg}^2 \varphi(t) d\varphi + t + C_0} = \frac{\omega_0}{\text{tg} \varphi(t) + C_0} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{U(t)}{K(t)} + C_0}}. \quad (11.3)$$

Використавши початкові умови в точці: $t = t_0$; $x(t_0) = x_0$; $\dot{x}(t) = V_0$, $a = \text{const}$, визначимо C_0 ; для рівняння (11.1)

$$C_0 = \frac{x_0}{V_0} - at_0, \quad (11.4)$$

для рівняння (11.3)

$$C_0 = \frac{\omega_0 x_0}{V_0} - \text{tg} \varphi(t_0) = 0. \quad (11.5)$$

Оскільки $y(t) = \frac{\dot{x}(t)}{x(t)}$, остаточні розв'язки другого диференціального рівняння в системі рівнянь (9.2) такі: для $a = \text{const}$

$$\int \frac{1}{x(t)} dx + C_1 = \int \frac{1}{at + C_0} dt \Rightarrow \Rightarrow \ln x(t) C_1 = \frac{1}{a} \ln |at + C_0| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{C_1} (at + C_0)^{1/a}; \quad (12.1)$$

для осцилятора $a(t) = \text{var}$

$$\int \frac{1}{x(t)} dx + C_1 = \int \frac{\omega_0 dt}{\text{tg} \varphi(t) + C_0} \Rightarrow \Rightarrow \ln x(t) C_1 = \frac{1}{C_0^2 + 1} [C_0 \varphi(t) + \ln |\sin \varphi(t) + C_0 \cos \varphi(t)|] \Rightarrow \Rightarrow x(t) = \frac{1}{C_1} e^{\frac{C_0 \varphi(t)}{C_0^2 + 1}} |\sin \varphi(t) + C_0 \cos \varphi(t)|^{\frac{1}{C_0^2 + 1}} = \frac{1}{C_1} \sin \varphi(t) \Big|_{C_0=0}, \quad (12.2)$$

тобто це – відоме рішення (7).

В загальному випадку закону зміни $a(t) = \text{var}$ розв'язок

$$\int \frac{1}{x(t)} dx + C_1 = \int \frac{1}{\int \frac{U(t)}{K(t)} dt + t + C_0} dt = \int \frac{dt}{\xi \int \frac{dt}{K(t)} + C_0} \Rightarrow \Rightarrow x(t) = \frac{1}{C_1} e^{\int \frac{dt}{\xi \int \frac{dt}{K(t)} + C_0}}. \quad (12.3)$$

Використавши початкові умови в точці: $t = t_0$; $x(t) = x_0$; $\dot{x}(t) = V_0$, визначимо C_1 із рівняння (12.1), що моделює фіксовані енергетичні стани:

$$C_1 = \frac{1}{x_0} (at_0 + C_0)^{1/a} = \frac{1}{x_0} \left(\frac{x_0}{V_0} \right)^{1/a},$$

тоді

$$x(t, a) = x_0 \left(a \frac{V_0 t}{x_0} - a \frac{V_0 t_0}{x_0} + 1 \right)^{1/a} = x_0 \left\{ a \frac{V_0}{x_0} (t - t_0) + 1 \right\}^{1/a}, \quad (13)$$

$$\text{де } a = \frac{T+U}{T} = \frac{\xi}{\xi-U} = \text{const}.$$

Для випадку $\frac{V_0}{x_0} (t - t_0) = 1$ і $a \rightarrow \infty$

$$x(t, a) = x_0 \cdot \lim_{a \rightarrow \infty} (a+1)^{1/a} = x_0 \cdot e; \quad (14)$$

- 1) для умови $U = 0$ розв'язок $x(t) = V_0(t - t_0) + x_0$ – це рух у непотенціальному просторі Евкліда;
- 2) для умови $U = \frac{1}{2}\xi$ розв'язок

$$x(t) = x_0 \sqrt{2 \frac{V_0}{x_0} (t - t_0) + 1} -$$

це рух у частково потенціальному параболічному просторі;

3) для умови $U \rightarrow \xi$ розв'язок $x(t) = x_0 \cdot e^{\frac{V_0(t-t_0)}{x_0}}$ – рух у повністю потенціальному гіперболічному просторі.

Висновки.

1. Для кожного значення потенціальної енергії існує своя функція (якості руху ФТ – поступального, параболічного, гіперболічного) зміни координати в часі.
2. Енергоінформаційне уявлення руху осцилятора зі сталою загальною енергією дає змогу одержати в $R[\xi - s - t]$ функцію для переміщення залежно від енергії:

$$x(t) = x_0 \left\{ \left(\frac{\xi}{\xi - 0,5\mu x^2(t)} \right) \frac{V_0}{x_0} (t - t_0) + 1 \right\}^{1/\left(\frac{\xi}{\xi - 0,5\mu x^2(t)}\right)}. \quad (15)$$

Рівняння (15) можна розглянути у двох варіантах:

$$\begin{aligned} F(\mu) &= \frac{\xi}{\xi - 0,5\mu x^2(t)} \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] - \\ &- \ln \{ \xi f(t) + \xi - 0,5\mu x^2(t) \} + \\ &+ \ln \{ \xi - 0,5\mu x^2(t) \} = \\ &= \frac{\xi}{\xi - U(\mu, t)} \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] - \\ &- \ln \{ \xi f(t) + \xi - U(\mu, t) \} + \\ &+ \ln \{ \xi - U(\mu, t) \} = 0; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} F(m) &= \frac{\xi}{K(m, t)} \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] - \\ &- \ln \{ \xi f(t) + K(m, t) \} + \ln \{ K(m, t) \} = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

де $f(t) = \frac{V_0}{x_0} (t - t_0)$ – функція початкових умов.

Продиференціювавши (16) і (17) по μ і m окремо, визначимо значення μ і m

$$\begin{aligned} \frac{dF(\mu)}{d\mu} &= - \frac{\xi \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right]}{\left[\xi - 0,5\mu x^2(t) \right]^2} 0,5x^2(t) - \\ &- \frac{-0,5x^2(t)}{\left[\xi f(t) + \xi - 0,5\mu x^2(t) \right]} + \frac{-0,5x^2(t)}{\left[\xi - 0,5\mu x^2(t) \right]} = 0, \end{aligned} \quad (18.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF(m)}{dm} &= - \frac{\xi \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right]}{\left[0,5mx^2(t) \right]^2} + \\ &+ \frac{1}{\left[\xi f(t) + 0,5mx^2(t) \right]} - \frac{1}{\left[0,5mx^2(t) \right]} = 0 \end{aligned} \quad (18.2)$$

у вигляді

$$\mu = \frac{2\xi}{x^2(t)} \left\{ 1 - \frac{f(t) \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right]}{\left[f(t) - \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] \right]} \right\} = \text{const}, \quad (19)$$

$$m = - \frac{\xi}{0,5x^2(t)} \frac{\ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] f(t)}{\left(\ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] - f(t) \right)} = \text{const}, \quad (20)$$

де функція початкових умов $f(t)$, визначена залежно від частоти власних коливань, енергії, переміщення, часу, має вигляд

$$\begin{aligned} f(\xi, x, t) &= \frac{\ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right]}{1 - \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] - \omega_0^2 \frac{x^2(t)}{\dot{x}^2(t)} \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right]} = \\ &= \frac{\ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right]}{\left[1 - \ln \left[\frac{x(t)}{x_0} \right] \right]^{\frac{\xi}{K}}}. \end{aligned} \quad (20.1)$$

Рівняння (19), (20) є енергоінформаційним розв'язком обернених задач осцилятора:

- 1) визначення динамічних параметрів осцилятора за даними кінематичних параметрів і загальної енергії його руху;
- 2) визначення енергії відбитого імпульсу Дірака у ФТ, де встановлений сейсмоприймач, за заданими фізичними параметрами осцилятора і зареєстрованими кінематичними параметрами його руху.

Для умови

$$C_0 = 0 \quad \text{і} \quad C_1 = \frac{1}{x_0} (at_0 + C_0)^{1/a} \Big|_{C_0=0} = \frac{1}{x_0} (at_0)^{1/a}$$

рівняння (12.1) і його похідні за часом матимуть вигляд

$$x(t) = x_0 \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/a}, \quad (21)$$

$$\dot{x}(t) = x_0 \frac{1}{t_0} \frac{1}{a} \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/a-1}, \quad (22)$$

$$\ddot{x}(t) = x_0 \frac{1}{t_0^2} \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/a-2}. \quad (23)$$

Це перший результат енергоінформаційного аналізу динаміки фізичного осцилятора.

На основі відношення рівнянь (23) і (21) або їх підстановки у рівняння (6) з використанням значень a з рівняння (10) і значення ω_0^2 з системи рівнянь (7) виводимо енергоінформаційне рівняння фізичного осцилятора у вигляді

$$\begin{aligned} \psi^2(t) &= \frac{KU}{\xi^2} = -\frac{\ddot{x}}{x} t^2 = \frac{\mu}{m} t^2 = \\ &= \omega_0^2 t^2 = \varphi^2(t) = \frac{1}{4} \sin^2(2\omega_0 t), \end{aligned} \quad (24)$$

яке дорівнює рівнянню Ейлера [8]

$$t^2 \ddot{x}(t) + b_1 t \dot{x}(t) + b_0 x(t) = 0 \quad \text{при} \quad b_1 = 0. \quad (25)$$

На підставі результату (24) отримуємо такі енергоінформаційні рівняння фізичного осцилятора:

$$t^2 \ddot{x}(t) + \varphi^2(t) x(t) = 0, \quad (26.1)$$

$$\ddot{x}(t) + \left[\frac{\varphi^2(t)}{t^2} = \omega_0^2 \right]_{\substack{t \rightarrow \infty \\ \varphi(t) \rightarrow \infty}} x(t) = 0, \quad \ddot{x}(t) + f(t) x(t) = 0, \quad (26.2)$$

середня частота

$$\ddot{x}(t) + \left[\frac{\sin^2(2\omega_0 t)}{4t^2} \right] x(t) = 0 \Rightarrow \ddot{x}(t) + [\omega_0^2]_{t \rightarrow 0} x(t) = 0, \quad (26.3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + \left[\frac{K(t)U(t)}{\xi^2 t^2} \right] x(t) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \ddot{x}(\tau) + \left[\frac{K(\tau)U(\tau)}{\xi^2 \tau^2} \right]_{t=\tau=\text{const}} x(\tau) = 0, \end{aligned} \quad (26.4)$$

$$\ddot{x}(\tau) + \left[\frac{U(\tau)}{\xi} - \frac{U^2(\tau)}{\xi^2} \right]_{t=\tau=\text{const}} \left\langle \frac{x(\tau)}{\tau^2} \right\rangle = 0, \quad (26.5)$$

миттєве прискорення

середнє прискорення

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) - \left[\frac{\mu^2 \langle \dot{x}^4(t) \rangle}{4\xi^2} t^2 - \frac{\mu \langle \dot{x}^2(t) \rangle}{2\xi} \right] x(t) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \langle \dot{x}(t) \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} \dot{x}(t) dt \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ C = -\frac{\mu \langle \dot{x}^2(t) \rangle}{2\xi} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \ddot{x}(t) - [C^2 t^2 + C] x(t) = 0, \end{aligned} \quad (26.6)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) - [\omega_0^2 t^2 \cos^2 \{ \varphi(t) \} - 1] \omega_0^2 \cos^2 \{ \varphi(t) \} x(t) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \{ C(t) = -\omega_0^2 \cos^2 \varphi(t) \} \Rightarrow \\ \Rightarrow \ddot{x}(t) - [C^2(t) t^2 + C(t)] x(t) = 0. \end{aligned} \quad (26.7)$$

Нижче викладено аналіз результатів (24), (26).

1. Параметр $\frac{TU}{\xi^2} = \psi^2$ названо **енергоінформаційною (енергетичною) фазою енергетичного**

інваріанта динаміки осцилятора як аргумент ФДІ [9,11] спільної дії законів енергетичного метаморфізму (якісного взаємного перетворення одного виду енергії (кінетичної) в інший (потенціальну)), а саме збереження, змінення, перенесення та упакування енергії, дію яких моделюємо системою рівнянь (32).

Кожне з рівнянь (26) має власний розв'язок, відповідний конкретній фізичній ситуації.

2. Рівняння (26.1) характеризує фізичну ситуацію розподілу сталої фази π в часі. Так, на сейсмограмі $\varphi(t) \sim N\pi$, $N \gg 1$ – кількість півхвиль на сейсмограмі за час спостереження.

Рівняння тісно пов'язане зі спеціальним рівнянням Ріккати і рівнянням Бесселя [6]. Для вікна на сейсмограмі $\varphi(t) = \pi = \text{const}$ параметри α і β мають визначення: $\alpha + \beta = 1 - b_1$, $\alpha\beta = \varphi^2$, і для умови $b_1 = 0$ розв'язки диференціального рівняння (26) відомі у вигляді

$$x(t) = \begin{cases} C_0 t^\alpha + C_1 t^\beta & \text{для} \quad \alpha \neq \beta, \\ t^\alpha (C_0 + C_1 \ln t) & \text{для} \quad \alpha = \beta, \\ t^r [C_0 \cos(s \ln t) + C_1 \sin(s \ln t)] & \text{для} \quad \alpha, \beta = r \pm js, \end{cases} \quad (28.1)$$

де фізичний зміст, в енергоінформаційному поданні, α і β визначено, як $\alpha = T/\xi$, $\beta = U/\xi$ для випадків $\alpha \neq \beta$ і $\alpha = \beta = 1$ при $\varphi^2 = 0$. Якщо $\varphi^2 = 1$, то $r = \alpha$, $s = \beta$.

Зображення параметрів α і β у вигляді

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = \varphi^2, \end{cases}$$

а також поява нового міженергетичного співвідношення для осцилятора $\frac{TU}{\xi^2} = \varphi^2$ дає

зможу застосувати до рівняння (26.1) теоретичні основи енергоінформаційного методу аналізу (МЕА) детерміновано-стохастичного руху фізичної точки, які наведені у публікаціях [7, 8, 10, 11].

3. Рівняння (26.2) для математичної ситуації $f(t) = \text{var}$, що характеризує загальний закон зміни частоти коливань осцилятора в часі і в межах сталої фази π , після певних математичних перетворень:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + \tilde{\psi}^2(t) \cdot x(t) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} f(t) &= \tilde{\psi}^2(t) = \frac{\psi^2(t)}{t^2} \\ \dot{x}(t) &= x(t)u(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \dot{u}(t) + u^2(t) = -\tilde{\psi}^2(t) \Rightarrow u(t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) + f(t) \cdot x(t) &= g(t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(t) = -u(t) \\ g(t) = C_0 e^{F(t)} \\ F(t) = \int_0^{T/2} f(t) dt = - \int_0^{T/2} u(t) dt \end{array} \right\} &\Rightarrow \\ \Rightarrow x(t) = e^{-F} \left(C_1 + \int_0^{T/2} g(t) e^F dt \right), \end{aligned}$$

має загальний розв'язок

$$x(t) = e^{\int_0^{T/2} u(t) dt} \left(C_1 + C_0 \int_0^{T/2} e^{-\int_0^{T/2} u(t) dt} dt \right), \quad (28.2)$$

де $\tilde{\Psi}^2(t) = \frac{\Psi_0^2}{t^2}$; функцію $u(t)$ відшукуємо в результаті інтегрування

$$\int \frac{du(t)}{-u^2(t) + u(t) - \Psi_0^2} + C_0 = \int \frac{dt}{t} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4\Psi_0^2 > 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{2}{\sqrt{4\Psi_0^2 - 1}} \operatorname{arctg} \frac{2u(t) - 1}{\sqrt{4\Psi_0^2 - 1}} + C_0 = \ln t \\ 4\Psi_0^2 < 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt{4\Psi_0^2 - 1}} \ln \left[\frac{2u(t) - 1 - \sqrt{1 - 4\Psi_0^2}}{2u(t) - 1 + \sqrt{1 - 4\Psi_0^2}} \right] + C_0 = \ln t \\ 4\Psi_0^2 = 1 \Rightarrow \left[\frac{2}{2u(t) - 1} \right] + C_0 = \ln t. \end{array} \right\} (28.3)$$

Амплітуди коливань у рівнянні (26.2) монотонно зменшуються [6].

4. Рівняння (26.3) для математичної ситуації $f(t) = \operatorname{var}$ характеризує фізичні умови періодичної зміни частоти від часу коливань осцилятора. За аналогією розв'язання рівняння (26.2), запишемо рівняння (26.3), як рівняння Ріккати [8], у вигляді

$$\dot{u}(t) + u^2(t) = -\frac{\sin^2(2\omega_0 t)}{4t^2}. \quad (28.4)$$

Визначення функції $u(t)$ для рівняння (28.4) дає змогу знайти загальний розв'язок для рівняння (26.3) у вигляді функції (28.2).

Для сталих значень правої частини $\tilde{\Psi}_0 = \frac{\sin^2(2\omega_0 t)}{4t^2} = \operatorname{const}$ функція, що задовольняє диференціальному рівнянню (26.3), відома і є рівнянням (7).

5. Рівняння (26.4) для математичної ситуації

$$f(\tau) = \left[\frac{K(\tau)U(\tau)}{\xi^2 \tau^2} \right]_{f=\tau=\operatorname{const}} = \tilde{\Psi}_0^2(\tau) = \operatorname{const},$$

що характеризує коливання осцилятора з частотою $\omega_0 = \omega(\tau) = \frac{\sqrt{K(\tau)U(\tau)}}{\xi \tau} = \tilde{\Psi}_0(\tau) = \operatorname{const}$ про-

тягом часу $\tau = 0,001$ с, має відомий розв'язок (7). Для $f(t) = \operatorname{var}$ розв'язок аналогічний розв'язку рівняння (26.2) і є функцією (28.2).

6. Рівняння (26.5) для математичної ситуації $f(t) = \operatorname{var}$, що характеризує можливі енергетичні стани коливань осцилятора залежно від його пружних фізико-механічних параметрів, заданої загальної енергії і потенціальної енергії середовища, подібні до тих, що визначають у квантовій механіці як рівняння енергетичних станів осцилятора:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(\tau) + \left[\frac{U(\tau)}{\xi} - \frac{U^2(\tau)}{\xi^2} \right]_{f=\tau=\operatorname{const}} \left\langle \frac{x(\tau)}{\tau^2} \right\rangle_{\text{середнє прискорення}} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \ddot{\Psi} + [\lambda - \varepsilon^2] \Psi = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

де $\lambda = \frac{U}{\xi}$, $\varepsilon^2 = \frac{U^2}{\xi^2}$ – безрозмірні параметри; $\Psi = x/\tau_0^2$ – функція прискорення, $\tau_0 = 0,5T$ – час півперіоду.

Розв'язки рівняння (29) відомі [2, 16] для $\lambda = 2n + 1$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, функції

$$\begin{cases} \Psi(\varepsilon) = e^{-\frac{1}{2}\varepsilon^2} H_n(\varepsilon), \\ H_n(\varepsilon) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{\varepsilon^2} \frac{d^n e^{-\varepsilon^2}}{d\varepsilon^n}. \end{cases} \quad (29.1)$$

Із рівняння осцилятора (29) із змінною загальною енергією виводимо бінарну квадратичну форму

$$\begin{aligned} U^2(\tau) - \xi U(\tau) - \frac{\ddot{x}(\tau)\tau^2}{x(\tau)} \xi^2(\tau) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\ddot{x}(\tau)}{x(\tau)} = -\omega^2 \\ U(\tau) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow U^2(\tau) + \xi(\tau)U(\tau) + \varphi^2(\tau)\xi^2(\tau) = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

У праці [3] бінарними квадратичними формами модельовано 6500 структур кристалів. Цей результат дає змогу вивчати міженергетичні відношення (30) в контексті структуризації фізичного простору, що вивчається кватерніонами виду $\xi = K + iU_x + jU_y + kU_z = \operatorname{Re}[\xi] + \operatorname{Im}[\xi]$, де ξ , K , U_x , U_y , U_z – цілі раціональні числа, що відображають дискретні властивості енергії.

7. Рівняння (26.6) для математичної ситуації $f(t) = \operatorname{var}$, що характеризує фізичну ситуацію рівномірного розподілу енергетичної фази на

півперіоді, має розв'язком функцію [6, рівняння (2.13)], що моделює стохастично-детерміновану динаміку осцилятора:

$$x(t) = e^{0,5ct^2} \left[C_1 + C_2 \int e^{0,5ct^2} dt \right]. \quad (31)$$

8. Рівняння (26.7) для математичної ситуації $f(t) = \text{var}$ подібне до рівняння (26.6), тільки має змінні коефіцієнти. Розв'язок для цього рівняння на цей час не знайдено.

Наведені дослідження стосовно енергоінформаційного аналізу динаміки фізичного осцилятора в неоднорідному півпросторі узагальнюються наступними уявленнями, що дають змогу сумісно розглядати задачі фізики, алгебри і геометрії в енергетичному аспекті.

В основу ідентифікації фізики (енергії), алгебри (цілі числа), геометрії (кривизни лінії на поверхні) в МЕА покладено системи функціональних рівнянь як співвідношень дійсних цілих чисел, розглянутих замкненою системою простих операторів. Так, між енергіями E , K , U ФТ є такі системи між-енергетичних співвідношень:

$$\begin{cases} a_- + a_+ = \xi, \\ a_- - a_+ = \psi_1, \end{cases} \quad (32.1)$$

$$\begin{cases} a_- + a_+ = \xi, \\ a_- a_+ = \psi_2, \end{cases} \quad (32.2)$$

$$\begin{cases} a_- + a_+ = \xi, \\ a_- / a_+ = \psi_3, \end{cases} \quad (32.3)$$

де $a_- = \frac{K}{E_0}$; $a_+ = \frac{U}{E_0}$; $\xi = \frac{E}{E_0} = 1$ – нормовані види

кінетичної, потенціальної та загальної енергій відповідно; ψ_i – повільні функції енергетичного метаморфізму (якісного і кількісного перетворення одного виду енергії в інший за поступального, параболічного, гіперболічного, еліптичного і стохастичного рухів).

Фізична інтерпретація системи рівнянь (32.1)–(32.3) викладена у статті [10], геометрична – у статті [9], але математичний аналіз в обох випадках однаковий:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Закон збереження енергії} \\ \text{(функція Гамільтона)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Закон збереження енергії} \\ \text{(функція Гамільтона)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Закон зміни енергії;} \\ \text{(функція Лагранжа)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Закон переносу енергії;} \\ \text{(функція Пойтінга)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Закон збереження енергії} \\ \text{(функція Гамільтона)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Закон упакування енергії.} \\ \text{(функція Ньютона)} \end{array} \right.$$

Математичне узагальнення систем рівнянь (32) у фізичній інтерпретації зведено до **рівняння енергетичного інваріанта** динаміки ФТ у вигляді

$$\varepsilon^2 - \xi\varepsilon + \xi^2\psi_0^2 = 0, \quad (33)$$

де $\varepsilon = \xi \left(0,5 \pm \sqrt{0,25 - \psi_0^2} \right)$ – оператор енергії, може

бути як комплексним для $\psi_0 > 0,5$, так і дійсним числом для $0 \leq \psi_0 \leq 0,5$ залежно від значення енергетичної фази ψ_0

$$\left\{ \psi_0^2 = \frac{a_- a_+}{\xi^2} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\psi_1^2}{\xi^2} \right) = \frac{\psi_2}{\xi^2} = \frac{\psi_3}{(1 + \psi_3)^2} \right.$$

Наприклад, для сейсмограми $\psi_0 \sim 270\pi$, тобто оператор енергії – комплексне число.

Для $\psi_0 > 0,5$ рівняння (33) має однозначні співвідношення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \xi \left(0,5 + \sqrt{0,25 - \psi_0^2} \right) + \\ + \xi \left(0,5 - \sqrt{0,25 - \psi_0^2} \right) = a_- + a_+ = \xi, \\ \varepsilon_1 \varepsilon_2 = \xi \left(0,5 + \sqrt{0,25 - \psi_0^2} \right) \xi \times \\ \times \left(0,5 - \sqrt{0,25 - \psi_0^2} \right) = a_- a_+ = \xi^2 \psi_0^2. \end{array} \right.$$

Аналіз рівняння (33) показує, що для необхідної умови $\psi_0 = 1 = \omega_0 T = 2\pi f T$ це рівняння має важливі фізичні властивості.

Так, співвідношення виду

$$\xi^2 = K^2 + 2KU + U^2 = KU \Rightarrow K^2 + U^2 = -KU,$$

де K і U – дійсні значення, виконується для від'ємної потенціальної енергії, а для додатної потенціальної енергії виникає співвідношення виду

$$\xi^2 = K^2 + U^2 = KU = (K + jU)(K - jU),$$

де K і U утворюють комплексне число. Для додатної потенціальної енергії при $\psi_0 = 1$ рівнянню (33) задовольняють, що показано в праці [3], кватерніони виду $\varepsilon = K + iU_x + jU_y + kU_z$:

$$\varepsilon^2 - 2K\varepsilon + \xi^2 = 0, \quad (34)$$

де $\xi^2 = K^2 + U_x^2 + U_y^2 + U_z^2$ – модуль кватерніона.

Повна ідентифікація рівнянь (33) і (34) досягається для достатньої умови

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi^2 = K^2 + U_x^2 + U_y^2 + U_z^2 = K^2 + U^2 \\ \xi = 2K \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3K^2 = U^2 \\ U^2 = \frac{3}{4}\xi^2 = \frac{1}{4}\xi^2 + \frac{1}{4}\xi^2 + \frac{1}{4}\xi^2 = U_x^2 + U_y^2 + U_z^2, \\ \xi = 2K \end{array} \right.$$

тобто $\xi^2 = 2K = 2U_x = 2U_y = 2U_z$, що справедливо для рівномірного розподілу потенціальної енергії за напрямками X, Y, Z , а для односпрямованого руху осцилятора вздовж, наприклад, напрямку X існує відоме енергетичне співвідношення $\xi = K + U_x = \frac{1}{2}\xi + \frac{1}{2}\xi$, на якому ґрунтується класична динаміка. Енергоінформаційний аналіз встановлює існування енергетичного співвідношення

$$\begin{cases} \xi = K + iU_x + jU_y + kU_z = \frac{a + ia_x + ja_y + ka_z}{2} \\ \xi^2 = K^2 + U_x^2 + U_y^2 + U_z^2 = \frac{1}{4}\xi^2 + \frac{1}{4}\xi^2 + \frac{1}{4}\xi^2 + \frac{1}{4}\xi^2. \end{cases} \quad (34.1)$$

Кватерніон (34.1), за визначенням [3], є цілим. Основна властивість кватерніонів полягає в тому, що сума, різниця і доданок цілих кватерніонів складають цілий кватерніон.

Енергетична фаза $\psi_0 = 1$ дає однозначну ідентифікацію статичних властивостей кватерніонів з динамічними (енергетичними) властивостями просторового осцилятора і названа структуроутворювальною енергетичною фазою.

Розглянемо аналіз систем рівнянь (32) стосовно фізичного осцилятора.

Для системи рівнянь (32.1), як функцій Гамільтона і Лагранжа, інформативність аналізу фізичної ситуації розширюється і рівняння (32.1) має вигляд

$$\begin{cases} \xi = K + U \\ L = K - U \end{cases} = \begin{cases} 0,5mx^2(t) \pm 0,5\mu x^2(t) \\ \xi + L = 2K \\ \xi - L = -2U. \end{cases} \quad (35)$$

Розв'язками диференціального рівняння (35) є функції

$$\int \omega_0 dt = \begin{cases} -j \int \frac{dx(t)}{\sqrt{x^2(t) \pm 2\frac{\xi(t)}{\mu}}} + C_0 \\ \int \frac{dx(t)}{\sqrt{2\frac{\xi(t)}{\mu} - x^2(t)}} + C_0 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \varphi(t) = \begin{cases} -j \ln \left| x(t) + \sqrt{x^2(t) \pm 2\frac{\xi(t)}{\mu}} \right|, & x^2(t) > 2\frac{\xi(t)}{\mu} \\ \arcsin \frac{x(t)}{\sqrt{2\frac{\xi(t)}{\mu}}}, & x^2(t) < 2\frac{\xi(t)}{\mu}, \end{cases} \quad (36)$$

які мають загальні кінцеві рівняння для переміщення вигляду

$$x(t) = \sqrt{\frac{2\xi}{\mu}} \sin \varphi(t) \quad \text{або} \quad x(t) = \sqrt{\frac{2L}{\mu}} \sin \varphi(t), \quad (37)$$

а також загальне рівняння для енергетичної фази

$$\begin{cases} \psi_0^2 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\psi_1^2}{\xi^2} \right) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{L^2}{\xi^2} \right) = \frac{KU}{\xi^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \left(\frac{L^2}{\xi^2} - 1 \right) = \frac{UK}{\xi^2} = \varphi^2(t) \\ L = \xi \sqrt{1 + 4\varphi^2(t)}. \end{cases} \end{cases} \quad (38)$$

Для системи рівнянь (32.2) результат, розглянутий попередньо, $\psi = \varphi$, вказує на сумісне існування між енергетичних співвідношень

$$\begin{cases} K + U = \xi \\ KU = \xi^2 \varphi^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} U = \xi \left(0,5 \pm \sqrt{1/4 - \varphi^2} \right) \\ K = \xi \left(0,5 \mp \sqrt{1/4 - \varphi^2} \right). \end{cases} \end{cases} \quad (39)$$

Так, друге рівняння в системі рівнянь (39) можна вважати системою диференціальних рівнянь

$$\frac{\mu x^2(t) m \dot{x}^2(t)}{4\xi^2} = \frac{K(t)U(t)}{\xi^2} = \varphi^2(t) = \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi(t), \quad (40)$$

або

$$x(t)\dot{x}(t) = \begin{cases} 2 \frac{\sqrt{K(t)U(t)}}{\omega_0 m} \\ 2 \frac{\xi t}{m} \\ \frac{\xi}{\omega_0 m} \sin(2\omega_0 t), \end{cases} \quad (41)$$

які мають розв'язки

$$\frac{1}{2} x^2(t) + C_0 = \begin{cases} \frac{2}{\omega_0 m} \int \sqrt{K(t)U(t)} dt \\ \int 2 \frac{\xi t}{m} dt = \frac{\xi}{m} t^2 = \frac{\xi}{\mu} \omega_0^2 t^2 \\ \int \frac{\xi}{2\omega_0^2 m} \sin(2\omega_0 t) d2\omega_0 t = \\ = -\frac{\xi}{2\omega_0^2 m} \cos(2\omega_0 t). \end{cases} \quad (42)$$

Останнє рівняння системи рівнянь (42) має відомий розв'язок (24). Два невідомі енергетичні розв'язки в системі рівнянь (42) дають нову інформацію про властивості руху осцилятора. Так, розв'язок вигляду

$$\frac{1}{2} x^2(t) + C_0 = \frac{2}{\omega_0 m} \int \sqrt{K(t)U(t)} dt \quad (43)$$

для фіксованого енергетичного стану ФТ розкриває властивості її руху як функцій для простору і часу залежно від енергії:

$$x^2(t) = \frac{4t}{\omega_0 m} \sqrt{KU}, \quad \sqrt{\frac{U}{K}} = 2\omega_0 t = 2\varphi(t), \quad C_0 = 0. \quad (44)$$

З другого рівняння системи (41) випливають енергетичні функції

$$\frac{1}{2}x^2(t) = \begin{cases} \frac{\xi}{m}t^2 \\ \frac{\xi}{\mu}\omega_0^2 t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{\xi} = 1 \\ \frac{U}{\xi} = \omega_0^2 t^2 = \varphi^2(t). \end{cases} \quad (45)$$

Для системи рівнянь (32.3) результат, розглянутий попередньо, вказує на сумісне існування міженергетичних співвідношень, яке запишемо з урахуванням результату (41):

$$\begin{cases} K + U = \xi \\ K = U / 4\varphi^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U = \xi \frac{4}{4 + \varphi^2}, \\ K = \xi \frac{\varphi^2}{(4 + \varphi^2)}. \end{cases} \quad (46)$$

Для системи рівнянь (46) запишемо диференціальні рівняння

$$\frac{0,5m\dot{x}^2(t)}{0,5\mu x^2(t)} = \frac{K(t)}{U(t)} = \frac{1}{4}\varphi^{-2}(t), \quad (47)$$

або

$$\dot{x}(t)/x(t) = \begin{cases} \pm\omega_0 \sqrt{\frac{K(t)}{U(t)}} \\ \pm\omega_0 \frac{1}{2}\varphi^{-1}(t). \end{cases} \quad (48)$$

Для системи диференціальних рівнянь (48) існують такі розв'язки для фіксованих енергетичних станів:

$$\ln x(t) + C_0 = \begin{cases} \pm \int \omega_0 \sqrt{\frac{K}{U}} dt = \pm \omega_0 t \sqrt{\frac{K}{U}} = \pm \frac{K}{\xi} \\ \pm \int \omega_0 \frac{1}{2} \varphi^{-1}(t) dt = \pm \frac{1}{2} \ln t, \end{cases} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= C_0 e^{\pm \omega_0 \int \sqrt{\frac{K(t)}{U(t)}} dt} = \\ &= \begin{cases} \frac{K(t)}{U(t)} = \text{const} \\ \frac{K}{U} = \frac{\xi^2}{U^2} \varphi^2 \end{cases} = \\ &= C_0 e^{\pm \sqrt{\frac{K}{U}} \frac{\sqrt{KU}}{\xi}} = C_0 e^{\pm \frac{K}{\xi}} = C_0 e^{\pm \frac{K}{U} \varphi^2}, \end{aligned} \quad (49.1)$$

$$x^2(t)t^{\pm 1} = C_0 [\text{Дж}\cdot\text{с}, \text{Дж}/\text{с}]. \quad (49.2)$$

Диференціальне рівняння (47) у загальному випадку має вигляд

$$\frac{\dot{x}^2(t)}{x^2(t)} = \begin{cases} \omega_0^2 \frac{K(t)}{U(t)} \\ \frac{K^2(t)}{\xi^2 t^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0^2 \frac{1}{4} \varphi^{-2}(t) = \frac{1}{4t^2} \end{cases}$$

$$\dot{x}^2(t) - x^2(t) \omega_0^2 \frac{K(t)}{U(t)} = 0 \quad (50.1)$$

$$\Rightarrow t^2 \dot{x}^2(t) - x^2(t) \frac{K^2(t)}{\xi^2} = 0 \quad (50.2)$$

$$t^2 \dot{x}^2(t) - \frac{1}{4} x^2(t) = 0. \quad (50.3)$$

Розглянемо розв'язки диференціальних рівнянь (50).

1. **Нелінійне диференціальне рівняння (50.1)** першого порядку можна перевести у диференціальне рівняння другого порядку у двох варіантах:

для фіксованого енергетичного стану еквіпотенціальної поверхні

$$\begin{aligned} \left[\ddot{x} - 0,5\dot{x} \frac{d}{dt} \left[\frac{K(t)}{U(t)} \right] - x\omega_0^2 \frac{K(t)}{U(t)} \right] \dot{x} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \frac{K(t)}{U(t)} = \text{const} \right\} \Rightarrow \ddot{x} - x\omega_0^2 \frac{K}{U}_{K=\pm U} = 0; \end{aligned} \quad (51.1)$$

для змінного енергетичного стану довільної поверхні

$$\begin{aligned} \left[\ddot{x} - 0,5\dot{x} \frac{d}{dt} \left[\frac{K(t)}{U(t)} \right] - x\omega_0^2 \frac{K(t)}{U(t)} \right] \dot{x} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{K(t)}{U(t)} = \text{var} \\ f(t) = -0,5 \frac{d}{dt} \left[\frac{K(t)}{U(t)} \right] \\ g(t) = -\omega_0^2 \frac{K(t)}{U(t)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow [\ddot{x}(t) + \dot{x}(t)f(t) + x(t)g(t)] \dot{x} = 0. \end{aligned} \quad (51.2)$$

Розв'язками диференціальних рівнянь (51) є відомі функції [8].

В загальному випадку диференціальне рівняння (50.1) має такий розв'язок:

$$\begin{aligned} \dot{x}^2(t) - x^2(t)\omega_0^2 \frac{K(t)}{U(t)} = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\dot{x}(t) - x(t)\omega_0 \sqrt{\frac{K(t)}{U(t)}} \right] \left[\dot{x}(t) + x(t)\omega_0 \sqrt{\frac{K(t)}{U(t)}} \right] = 0, \\ \text{звідки} \\ x(t) = x_0 e^{\pm \omega_0 \int \sqrt{\frac{K(t)}{U(t)}} dt} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{\xi} = \frac{\xi}{U} \varphi^2, \\ \frac{K}{U} = \frac{\xi^2}{U^2} \varphi^2 \end{array} \right\} = \\ = x_0 e^{\pm \omega_0 \int \frac{\xi}{U(t)} \varphi(t) dt} = x_0 e^{\pm \xi \omega_0^2 \int \frac{t}{U(t)} dt}. \end{aligned} \quad (52.1)$$

2. Нелінійне диференціальне рівняння (50.2) для осцилятора має розв'язок

$$\begin{aligned} t^2 \dot{x}^2(t) - x^2(t) \frac{K^2(t)}{\xi^2} = 0 &\Rightarrow \{x^2(t) = x_0^2 - \omega_0^2 \dot{x}^2(t)\} \Rightarrow \\ \Rightarrow x(t) = C_0 \pm \int \sqrt{\frac{x_0^2 K^2(t)}{[\xi^2 t^2 + \omega_0^2 K^2(t)]}} dt, \end{aligned} \quad (52.2)$$

або після диференціювання

$$\begin{aligned} t^2 \dot{x}^2(t) - x^2(t) \frac{K^2(t)}{\xi^2} = 0 &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 \omega_0^2 = x_0^2 \omega_0^2 - \dot{x}^2 \\ 2x \dot{x} \omega_0^2 = -2 \dot{x} \ddot{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(t^2 \ddot{x} + \dot{x}(t) \left[t + \frac{K(t) \dot{K}(t)}{\xi^2} - \dot{K}(t) \right] - x \frac{K^2(t)}{\xi^2} \right) \dot{x} = 0, \end{aligned} \quad (52.3)$$

для випадку $\{K(t) = \text{const}\}$ розв'язком буде, аналогічно розв'язку (28.1), функція

$$\begin{aligned} t^2 \ddot{x} + \dot{x} t - x \frac{K^2}{\xi^2} = 0 &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = 0 \\ \alpha \beta = -\left(\frac{K}{\xi}\right)^2 \end{array} \right\} = \\ = \left\{ \begin{array}{l} \beta = \pm \frac{K}{\xi} \\ \alpha = \mp \frac{K}{\xi} \end{array} \right\} &\Rightarrow \left\{ x(t) = C_1 t^{\mp \frac{K}{\xi}} + C_2 t^{\pm \frac{K}{\xi}} \right\}. \end{aligned} \quad (52.4)$$

Загальним розв'язком рівняння (50.2) буде функція

$$\begin{aligned} \dot{x}^2(t) - x^2(t) \frac{K^2(t)}{\xi^2 t^2} = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\dot{x}(t) - x(t) \frac{K(t)}{\xi t} \right] \left[\dot{x}(t) + x(t) \frac{K(t)}{\xi t} \right] = 0, \quad (52.5) \\ x(t) = x_0 e^{\pm \int \frac{K(t)}{\xi t} dt} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{K}{\xi} = \frac{\xi}{U} \varphi^2, \\ \frac{K}{U} = \frac{\xi^2}{U^2} \varphi^2 \end{array} \right\} = x_0 e^{\pm \xi \omega_0^2 \int \frac{t}{U(t)} dt}, \end{aligned}$$

що подібна до функції (52.1).

3. Нелінійне диференціальне рівняння (50.3) має розв'язок, аналогічний розв'язку (28.1):

$$\begin{aligned} t^2 \dot{x}^2(t) - \frac{1}{4} x^2(t) = 0 &\Rightarrow \left\{ \frac{d}{dt} \right\} \Rightarrow \left(t^2 \ddot{x} + t \dot{x} - \frac{1}{4} x \right) \dot{x} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta = 0 \\ \alpha \beta = -\frac{1}{4} \end{array} \right\} &= \left\{ \beta = \pm \frac{1}{2}, \alpha = \mp \frac{1}{2} \right\} \Rightarrow \quad (52.6) \\ \Rightarrow \left\{ x(t) = C_1 t^{\mp \frac{1}{2}} + C_2 t^{\pm \frac{1}{2}} \right\}. \end{aligned}$$

Аналіз систем міженергетичних відношень (32) показав, що всі системи містять розв'язки для динаміки класичного осцилятора (37), (42), (51.1), який в енергоінформаційному рівнянні (24) поєднує корпускулярну і хвильову фізику коливань та розширює їхні інформаційні властивості на фізичні явища, які раніше розглядали окремо, а саме у енергоінформаційному аналізі структуру фізичного простору і динаміку в ньому фізичних точок можна розглядати сумісно.

Зазначене важливо в аспекті другого основного результату енергоінформаційного аналізу динаміки системи фізичних точок, що утворюють лінію (траєкторію променя) у просторі в процесі перенесення енергії.

Другий результат енергоінформаційного аналізу стосується динаміки простору, що утворений фізичними точками (осциляторами) з однаковою загальною енергією.

Розглянемо фізичну лінію у фізичному просторі.

Рівняння енергетичного інваріанта динаміки ФТ (33) має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\xi}{\zeta} = \frac{\frac{\xi}{\xi}}{\frac{\xi^2}{\xi^2} + \psi_0^2} = \frac{p}{p^2 + \psi_0^2} = \text{in var} &\Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\text{in var}}{p} = \frac{1}{p^2 + \psi_0^2}, \end{aligned} \quad (53)$$

де $p = \frac{\xi}{\zeta}$ – комплексне число, $\text{in var} = 1$.

Для рівняння (53) можна застосувати обернені перетворення Лапласа, якщо параметр енергетичної фази розглянути на заданому періоді, тобто $\psi_0 = \omega_0 T$. Тоді рівняння (53) можна записати у вигляді

$$\frac{\text{in var}}{\bar{p}} T = \frac{1}{\bar{p}^2 + \omega_0^2}, \quad (53.1)$$

де $\bar{p} = p/T$ – комплексне число; $\text{in var} = 1$.

З рівняння (53.1) отримаємо функцію-оригінал

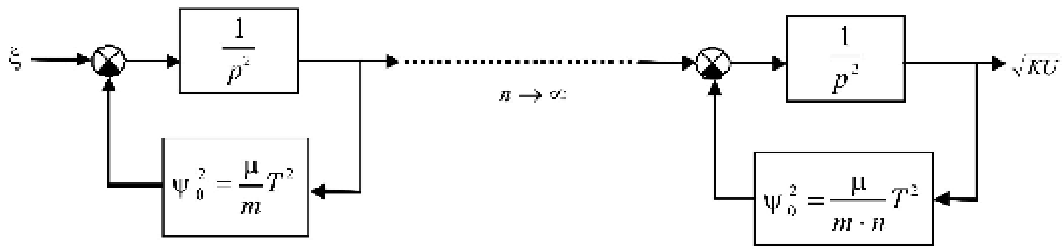


Рис. 2. Структурна схема передачі енергії лінійною (променевою) системою однорідних ФТ, що утворюють фізичний простір з нульовою жорсткістю $\mu/n \rightarrow 0$ на межі

$$\text{in var} \cdot T = \frac{1}{\omega_0} \sin(\omega_0 t), \quad (54)$$

де $\omega_0 = \frac{\sqrt{KU}}{\xi T}$, або

$$\sqrt{KU} = \xi \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{KU}}{\xi} \tilde{t}\right), \quad \tilde{t} = \frac{t}{T}. \quad (55)$$

В енергоінформаційній технології рівняння (53) має просту фізичну інтерпретацію – передача енергії фізичною точкою. На рис. 2 показано структурну схему передачі енергії системою з нескінченної кількості послідовних ФТ, які утворюють абсолютно непружний фізичний простір.

Модель променевої системи ФТ має передавальну функцію

$$\frac{E_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} = \frac{\sqrt{KU}}{\xi} = \left(\frac{1}{p^2}\right)^n \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2 T^2}{p^2 n}} \right] = e^{-\omega_0^2 T^2} \Big|_{p=1} = e^{-\psi_0^2}, \quad (56)$$

яка отримала назву *функція детермінованої імовірності* (ФДІ) [9,11].

Параметр $\psi_0 = \omega_0 T$ характеризує фізичний процес зменшення (затримки, розсіяння, поглинання) загальної енергії під час передачі її СФТ, отже $\psi_0 = \omega_0 T = 0$ відповідає повній передачі енергії.

§ 3. ЗАСТОСУВАННЯ ЕНЕРГОІНФОРМАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ КОЛИВАНЬ У СЕЙСМОРОЗВІДЦІ

У сейсморозвідці основним джерелом інформації про будову ГС є коливання поверхні півпростору, що реєструються сейсмоприймачем з незмінними пружними фізико-механічними параметрами. Коливання поверхні півпростору виникають унаслідок дії на неї відбитих хвиль, які утворюються в глибинах ГС на поверхнях неоднорідностей (фізичних, структурних, геометричних).

Положення 1. *Енергоінформаційна модель Р-хвилі відображає ФДІ, що існує у метрологічному просторі $R[E]$, але відображається в метрологічний простір $R[E-s-t]$ диференціюванням її в часі та просторі.*

В коливальній динаміці ФТ МЕА-ХП розрізняє і поєднує такі явища: енергетичний стан ФТ, дію імпульсу на ФТ, коливання ФТ у часі, коливання ФТ у просторі, як хвилю – форму поля, що є результатом взаємодії імпульсу з власними коливаннями ФТ. Хвилю розглядають як потужність дії імпульсу в часі на ФТ:

$$\begin{aligned} \eta(t) &= \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = \frac{d\delta(t=0)W_g(t)}{dt} = \\ &= -2E_{\text{вх}} e^{-\psi^2} \psi(t) \frac{d\psi(t)}{dt} = \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \delta(t=0) = E_{\text{вх}} \\ W_g(t) = e^{-\psi^2(t)} \\ E_{\text{вх}} e^{-\psi^2(t)} = E_{\text{вих}} = \sqrt{KU} \\ \psi(t) = \frac{1}{2} \sin(2\omega_0 t) \\ \frac{d\psi(t)}{dt} = \omega_0 \cos(2\omega_0 t) \end{array} \right\} = -\frac{1}{2} \omega_0 \sqrt{KU} \sin(4\omega_0 t), \quad (57)$$

де ω_0 – коливання середовища, c^{-1} .

Іншими словами, в МЕА-ХП хвиля має монохроматичну складову функцію з частотою в 4 рази більшою, ніж власна частота коливань середовища. Відмінною властивістю енергоінформаційної моделі (57) Р-хвилі від відомих моделей є те, що існує однозначний стійкий (виконання всіх умов Адамара для точного розв'язання обернених задач) зв'язок амплітуди, частоти загасання і частоти коливань монохроматичної хвилі з частотою коливань середовища:

$$\frac{d^2 h(\tau)}{d\tau^2} = \eta(\tau) = -0,5 E_{\text{вх}} \omega_0 e^{-\omega_0^2 \tau^2} \sin(4\omega_0 \tau), \quad (58.1)$$

$$\tau = t - t_0 \text{ c [Вт]}.$$

Енергію відбитого імпульсу на інтервалі Δt реєстрації (дискретизації) визначають рівнянням

$$\frac{dh(\tau)}{d\tau} = \int_0^{\Delta\tau} \eta(\tau) d\tau = \delta(\Delta\tau) W_g(\Delta\tau) = \text{const} [\text{Дж}], \quad (58.2)$$

а дію на ГС заданого імпульсу на інтервалі $\Delta\tau$ – рівнянням

$$h(\tau) = \int_0^{\Delta\tau} \left[\int_0^{\Delta\tau} \eta(\tau) d\tau \right] d\tau = \delta(\Delta\tau) W_g(\Delta\tau) \Delta\tau = \text{const} [\text{Дж}]. \quad (58.3)$$

На рис. 3 показано модельні характеристики потужності P -хвилі за рівнянням (57) на низьких частотах порівняно з реальним сейсмічним сигналом. Ці частоти викидають у системі Petrel, але визначають у моделі імпульсної сейсмозвідки [8], що дає пряму інформацію про середню швидкість P -хвилі і глибину ГС (приклад: відношення швидкості P -хвилі 3500 м/с до глибини 4500 м визначає частоту: $V_p/L = 3500/4500 = 0,78/2/\pi = 0,123$ Гц). З рис. 3 видно, що реальна P -хвиля має як довгі, так і короткі складові хвилі з відповідними частотами (для прикладу показано хвилю з частотою 25,5 Гц), які починають діяти з різною енергією і в різні моменти

часу на сейсмічному запису. До того ж у реальній сейсмічній трасі наявні завади з більшими частотами. На рис. 4 представлено базовий для МЕА-ХП сейсмічний імпульс (ФДІ-квант МЕА-ХП, який відповідає дискретизації сигналу), що діє 1 мс і відображає енергію $E_{\text{вх}}(\Delta t) = E_{\text{вх}} \exp[-(\omega_0 \Delta t)^2]$ однієї амплітуди сейсмотраси як енергію одиничного відбитого сейсмічного імпульсу від певної неоднорідності, час одинарний. Сейсмотраса складається з певних імпульсів, що відрізняються тільки значеннями вхідної енергії, яка дає повну інформацію про всі фізичні параметри неоднорідності починаючи з базової частоти ω_0 для інтервалу ГС, що відповідає часу 1 мс.

Для аналізу енергоінформаційної моделі P -хвилі у просторі фазу функції монохроматичної хвилі, на поверхні півпростору, що залежно пов'язана тільки з часом $\psi(z=0, t) = \omega_0 t - kz = \omega_0 t$, слід розглянути залежно від простору і часу сумісно як *безперервну функцію*

$$\psi(z, t) = \omega_0 t - kz, \quad (59.1)$$

де k, z – хвильове число і координата глибини півпростору, та як *дискретну функцію*

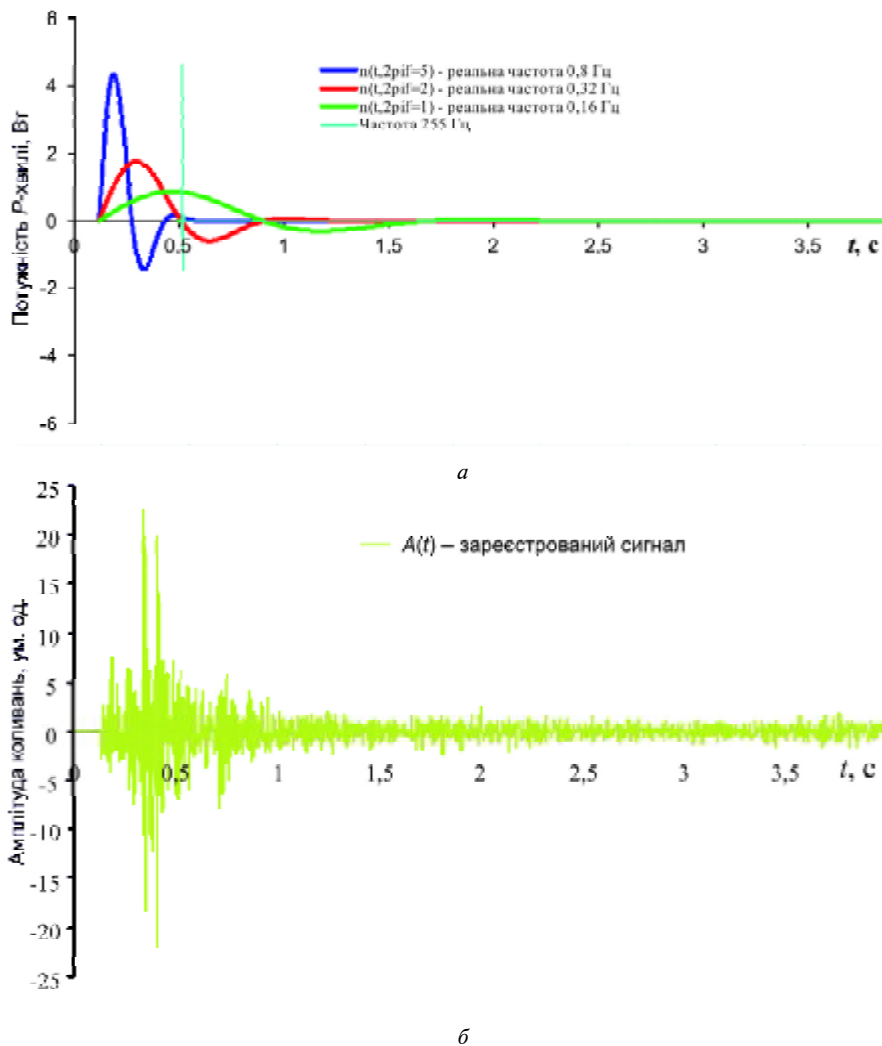


Рис. 3. Енергоінформаційна модель сейсмотраси: а – модельна характеристика (57); б – реальна сейсмотраса MBX МСГТ. Час $2t$.

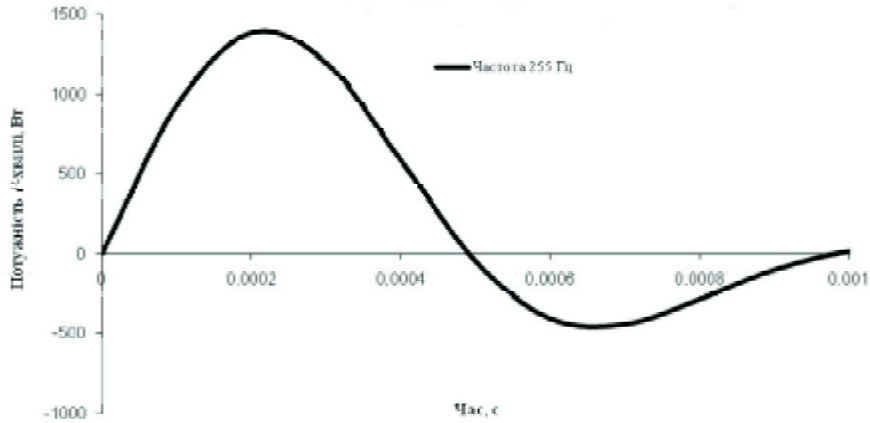


Рис. 4. Енергоінформаційна модель сейсмічного імпульсу (57), який є ФДІ-квантом. У МСГТ $\eta(t) = 0,5 \cdot 2 \cdot 1600 \cdot e^{-1600^2 \cdot t^2} \cdot \sin(4 \cdot 1600 \cdot t)$, $\omega_0 = 2\pi f = 1600$, c^{-1} Частота імпульсу (Гц) $f = 255$ Гц

$$\psi(z, t=0) = \omega_0 t - kz = -kz. \quad (59.2)$$

Тоді енергію біжної хвилі у напрямку глибини ГС а ргіорі визначимо рівнянням

$$\frac{E_{\text{вих}}(z, t)}{E_{\text{вх}}} = \xi(z, t) = e^{-\psi^2(z, t)}. \quad (60)$$

З метою точного визначення виду функції (60) біжної енергоінформаційної хвилі необхідно провести загальний аналіз відмінностей класичних хвильових рівнянь, побудованих на фізиці Ньютона, від рівнянь Шредінгера, побудованих на фізиці Гамільтона, які поєднує у цій статті рівняння збереження енергії (1).

Розглянемо існуючі однорідні хвильові рівняння (ОХР) [18] власного руху фізичних точок середовища:

перше – кінематичне ОХР для ФТ

$$\frac{dw}{dt} - V \frac{dw}{dz} = 0, \quad (61.1)$$

де w – відхилення швидкості ФТ від швидкості потоку u ;

друге – телеграфне ОХР для СФТ у вигляді довгої лінії:

$$\frac{df}{dz} = \frac{1}{a} \frac{d\phi}{dt}, \quad \frac{d\phi}{dz} = \frac{1}{b} \frac{df}{dt}, \quad (61.2)$$

де f – збурення швидкості СФТ; ϕ – збурення тиску СФТ; $ab = V^2$; V – швидкість збурення;

третє – динамічне ОХР переміщень для СФТ у вигляді струни:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\mu \frac{du}{dt} - V^2(z) \frac{d^2 u}{dz^2} = 0, \quad (61.3)$$

де μ – параметр демпфірування коливань СФТ, методи розв'язання яких розглянуто у праці [12].

В монографії [2] наведено відмінності ОХР (61.3) від рівняння (8.1), серед яких головною є методологічна відмінність, а саме у рівнянні (8.1) загальну енергію розглянуто як уявну частину

комплексного числа. Хвильову функцію в енергоінформаційному аналізі ідентифікують з енергетичною фазою і визначають певним її значенням

$$\Psi \equiv \psi = \frac{\sqrt{KU}}{E} = \sin\left(\frac{\sqrt{KU}}{E} \tilde{t}\right), \quad \tilde{t} = \frac{t}{T},$$

оскільки це дає змогу отримати операторне рівняння, тотожне (8.1):

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &\equiv \frac{d\psi}{d\tilde{t}} = \frac{d}{d\tilde{t}} \sin\left(\frac{\sqrt{KU}}{E} \tilde{t}\right) = \frac{\sqrt{KU}}{E} \cos\left(\frac{\sqrt{KU}}{E} \tilde{t}\right) \Bigg|_{\tilde{t}=0} = \\ &= \frac{\sqrt{KU}}{E} = \psi = -j\sqrt{\ln \xi} \equiv \Psi. \end{aligned}$$

Основну задачу, що розв'язує рівняння (8.1), як зазначено в [4], сформульовано так: *знайти* $\Psi(z, t)$, якщо задана $\Psi(z, t=0)$, яка має зміст тільки тоді, коли $\Psi(z, t=0)$ однозначно відповідає певним фізичним умовам, а саме визначає стан системи, оскільки хвильова функція не має фізичного виміру, а Ψ і $\frac{d\Psi}{dt} = a\Psi$, де a – довільна стала або постульований оператор зміщення в часі, відображають один і той самий стан.

Основною задачею МЕА-ХП є *визначення* $\xi(z, t)$, якщо задана $\xi(z=0, t)$. Цю задачу розв'язують, визначивши часовий годограф за допомогою відомостей про середні $V_{P-\text{cp}}(z) = z/t$ та інтервальні $V_{P-\text{in}}(z)$ швидкості P -хвилі в неоднорідному ГС різними методами, головним з яких є експериментальний метод ВСП. Єдиним теоретичним методом з визначення згаданих швидкостей в однорідному ГС є інформаційна модель $V_{P-\text{cp}}(z)$ залежності середньої швидкості P -хвилі від геостатичної енергії (глибини) ГС, відома як ІМ-ГС [1], яка для ФДІ-кванта дає змогу зробити заміну $\varphi = \omega t = \omega_{\text{cp}} \frac{z}{V_{P-\text{cp}}(z)} = k_{\text{cp}} V_{P-\text{cp}}(z) t$, де $k_{\text{cp}} = \frac{1}{\lambda_{\text{cp}}}$ – середнє хвильове число залежно від середньої дов-

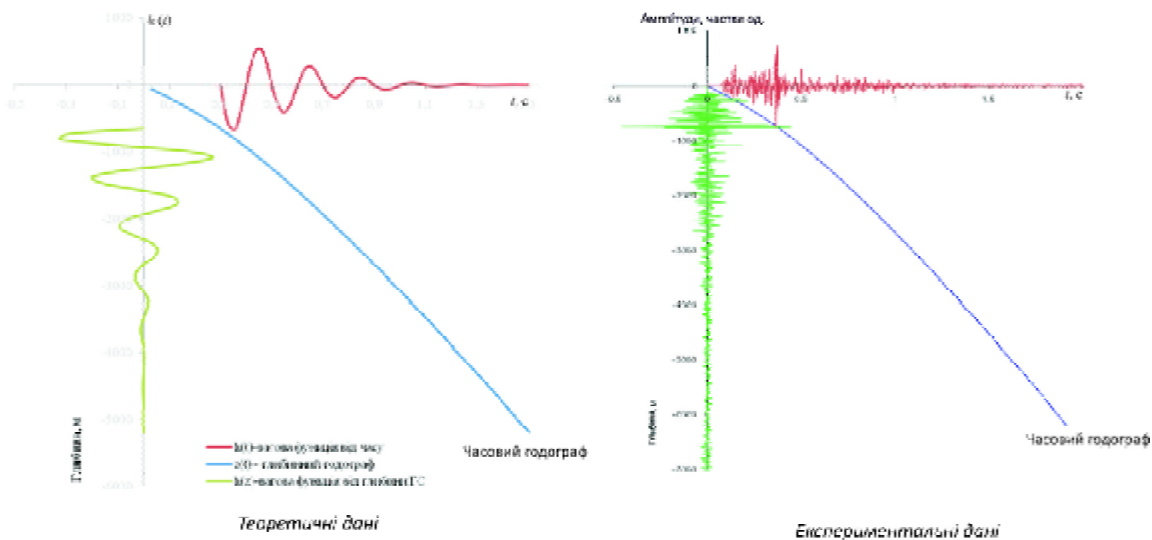


Рис. 5. Відображення коливань ФТ на поверхні півпростору в часі на коливання ФТ у півпросторі

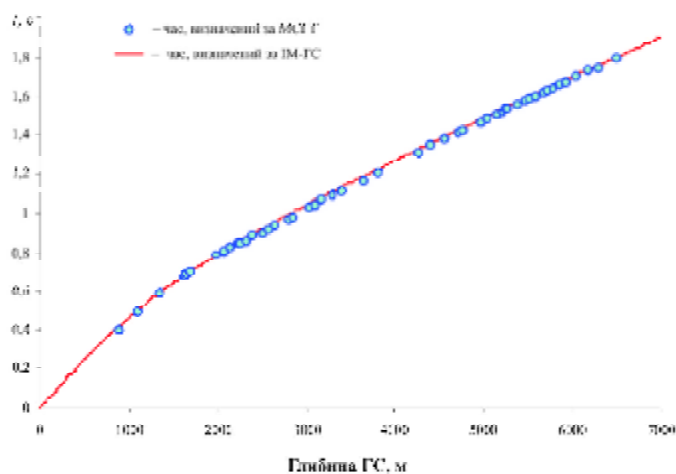


Рис. 6. Характеристики часових годографів, визначених у системі Focus, за даними 48 трас МІГТ, і ІМ-ГС, за даними однієї сумотраси МІГТ № 354, що проходить уздовж стовбура св. 11 Кобзівської площі

жини P -хвилі, і виконати відображення значень функції $\xi(z=0, t)$ у значення функції $\xi(z, t)$.

Так, для модельного і експериментального сейсмічного сигналів відображення показано на рис. 5.

На рис. 6 наведені характеристики часових годографів: експериментального, визначеного у системі Focus, і теоретичного ІМ-ГС, визначеного за даними однієї траси.

Результат відображення коливань ФТ у часі на простір за допомогою ФДІ і ІМ-ГС є основою інформаційної технології, яка дає змогу визначати фізичні параметри шарів ГС з кроком у просторі 3–4 м і прогнозувати фізичні властивості гірських порід на менших інтервалах в рамках однієї траси і на більших інтервалах між трасами сейсмічного розрізу.

Висновки.

Виходячи з однієї динамічної моделі осцилятора (1), її зображення енергоінформаційним методом у вигляді моделі осцилятора (2) дало змогу отримати такі основні результати.

1. Метод енергоінформаційного аналізу динаміки фізичної точки визначає єдиний, необхідний і достатній взаємозалежний внутрішній зв'язок загальної енергії коливань з кінематичними (часом–простором) параметрами руху і динамічними (масою і пружністю) параметрами ФТ, що переводить неперервну модель незгасаючих коливань класичного фізичного осцилятора з фіксованою частотою ω_0 , не залежною від енергії коливань, у неперервно-дискретну (квантову) модель коливань фізичного осцилятора з середньою частотою $\tilde{\omega}(\xi, t) = \varphi(\xi)/t$, де $\varphi(\xi) = \int_0^T \omega(\xi, t) dt$ – фазовий інтеграл довільної спектральної функції $\omega(\xi, t)$, що залежить від загальної енергії (ξ) і довільно змінюється у часі, і дає одну енергетичну модель коливальних процесів для корпускулярної і хвильової фізики.
- Зазначений метод розширює і узагальнює інформаційні властивості закону збереження

енергії, що діє спільно із законами зміни, переносу і упакування енергії, – рівнянням енергетичного інваріанта руху ФТ. Цей метод розкриває зв'язок динаміки і статички фізичної точки, а саме зв'язок енергетичних станів фізичної точки з її внутрішнім просторовим утворенням.

Метод енергоінформаційного аналізу динаміки передачі енергії у фізичному просторі дає одну енергетичну модель у вигляді функції детермінованої імовірності (ФДІ).

2. Функція детермінованої імовірності (56):

- належить до класу енергоінформаційних функцій виду $\xi = f(\xi)$;
- дає фізичну прозорість моделі одиничного імпульсу Дірака визначенням $E_{\text{вих}} = E_{\text{вх}} e^{-\psi^2}$ у точці $\psi(t=0) = 0$;
- узагальнює апроксимаційні моделі імпульсів: дзвіноподібного, Пузирьова, Бреховських, Лемба, Гельфанда, Ламе, Берлаге, Ріккера за відповідної кількості її диференціювання в часі або просторі;
- визначає кривизни гауссової лінії на поверхні в кожній її точці;
- моделює фізичну лінію у фізичному просторі під час передачі у ньому енергії;
- генерує поліноми Чебишева–Ерміта як розв'язок диференціального рівняння загасаючого фізичного осцилятора з фізичною прозорістю динаміки енергетичних станів кожної фізичної точки на фізичній лінії.

3. Модель ФДІ-кванта є однопериодною просторовою хвилею, що відображає напрямку руху енергії більшою півхвилею, має одну частоту, що відповідає енергії, і характеризує абсолютно непружний 4-вимірний фізичний простір.

4. Моделлю енергетичного стану ФДІ-кванта є солітон (інтеграл від ФДІ-кванта), що враховує закони: збереження, переносу, зміни і упакування енергії, узагальнює багато ситуацій і процесів, які вивчають у фізичних, хімічних, біологічних, соціальних, економічних та інформаційних науках.

5. Метод енергоінформаційного аналізу динаміки ФТ під час передачі нею енергії відрізняється від відомого статистичного енергетичного аналізу динаміки зв'язаних осциляторів [19, 20] детермінованістю стохастичної динаміки і її фізичною прозорістю.

1. *Автоматизація процесу буріння* / [Дудля М.А., Карпенко В.М., Гриняк О.А. Цзян Гошен]. – Дніпропетровськ: Вид-во Нац. гірн. ун-ту, 2005. – 207 с.
2. *Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики: Учеб. пособие.* – 7-е изд., стереотип. – СПб.; М.: Лань, 2004. – 672 с.

3. *Венков Б.А. Исследования по теории чисел. Избранные труды.* – М.: Наука, 1981. – 448 с.
4. *Гурвич И.И. Сейсмическая разведка* / Гурвич И.И., Боганик Г.Н. Учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. – М.: Недра, – 1980. – 551 с.
5. *Зубов В.И. Теория колебаний.* – М.: Высш. шк., 1979. – 400 с.
6. *Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.* – 4-е изд., испр. / Пер. с нем. С.В. Фомина. – М.: Наука, 1971. – 406 с.
7. *Карпенко В.М. Концепція методу енергетичного аналізу руху елементарних об'єктів літосфери Землі* / Карпенко В.М., Стародуб Ю.П. // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. геол. – 2006. – Вип. 20. – С. 27–235.
8. *Карпенко В.М. Модель імпульсної сейсморовідки* // Геоінформатика. – 2012. – № 1. – С. 63–77.
9. *Карпенко В.М. Рівняння гауссової лінії на поверхні* / Карпенко В.М. Стародуб Ю.П. // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. математика. – 2008. – Вип. 14. – С. 27–235.
10. *Карпенко В.М. Фундаментальні закони енергетичного метаморфізму* // Наук вісник: 36. наук. праць Національної гірничої академії. – Дніпропетровськ, 2000. – № 5. – С. 74–75.
11. *Карпенко В.М. Функція детермінованої ймовірності у дослідженнях будови Землі геофізичними методами* / Карпенко В.М., Стародуб Ю.П. // Геоінформатика. – 2007. – № 4. – С. 31–39.
12. *Кошляков Н.С. Уравнения в частных производных математической физики* / Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. – М.: Высш. шк., 1970. – 712 с.
13. *Кузнецов А.П. Нелинейные колебания* / Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н. М. – М.: Физматлит, 2002. – 292 с.; 2-е изд. – 2006. – 292 с.
14. *Кучма Л.М. Вплив природних чинників, що позначаються на геолого-економічній оцінці ресурсів різномасштабних об'єктів пошуково-розвідувальних робіт* / Л.М. Кучма, В.М. Зав'ялов, Т.В. Мельничук, О.Т. Кучерява, С.О. Мироненко // 36. наук. праць УкрДГРІ. – 2011. – № 3. – С. 177–182.
15. *Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: Учеб. пособие для вузов.* – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1991. – 256 с.
16. *Соколов А.А. Квантовая механика* / Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч. – М. Наука, 1979. – 528 с.
17. *Троян В.Н. Принципы решения обратных геофизических задач* / Троян В.Н. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. гос. ун-та, 2007. – 197 с.
18. *Физическая энциклопедия* / Гл. ред. А.М. Прохоров; ред. кол. Д.М. Алексеев, А.М. Балдин, А.М. Бон-Бруевич и др. – М.: Сов. энцикл., 1988. – Т. 1. – 704 с.
19. *Lyon R.H, Dejong R.G. Theory and application of statistical energy analysis.* – London: Butterworth, 1995. – 277 p.
20. *Mace B.R. Statistical energy analysis, energy distribution models and system modes* // J. Sound Vibrat. – 2003. – Vol. 264. – P. 391–419. – doi:10.1016/S0022–460X(02)01201–4.

ДП “Науканафтогаз” Національної акціонерної компанії
“Нафтогаз України”, Вишневе, Україна
E-mail: karpenko@naukanafto gaz.kiev.ua

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України,
Київ, Україна

© В.М. Карпенко, О.В. Карпенко

ISSN 1684-2189 ГЕОІНФОРМАТИКА, 2013, № 1 (45)

Надійшла до редакції 22.11.2012 р.

ЭНЕРГОИНФОРМАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА НЕОДНОРОДНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Рассмотрена динамика физического осциллятора (точки неоднородного полупространства) энергоинформационным методом, который отличается от классического метода анализа динамики корпускулярной модели незатухающего осциллятора, построенной на физике массы Ньютона, и метода анализа динамики волновой модели осциллятора в квантовой механике, построенной на физике импульса Гамильтона, энергетическим представлением динамических параметров осциллятора, что позволило обобщить корпускулярную и волновую модели осциллятора, получить корректное решение обратной динамической задачи по определению незатухающих, затухающих и резонансных характеристик и параметров осциллятора по данным его общей энергии и координат.

Ключевые слова: осциллятор, динамика, метод Ньютона, метод Гамильтона, энергоинформационный метод, функция детерминированной вероятности, физическая линия, неоднородное и неупругое полупространство, модель ФДВ-кванта.

ENERGY-INFORMATIONAL ANALYSIS OF THE OSCILLATIONS OF PHYSICAL OSCILLATOR OF HETEROGENEOUS HALF-SPACE

The dynamics of physical oscillator (points of heterogeneous half-space) is studied by the energy-informational method. It differs from the classic method of the dynamics analysis of corpuscular model of sustained oscillator (that is build on the basis of the Newton's law), and the method of the dynamics analysis of oscillator wave model in quantum mechanics (built on physics of Hamilton's impulse), as well as by power of oscillator dynamic parameters. That allowed generalizing of corpuscular and wave models.

Keywords: oscillator, dynamics, Newton's method, Hamilton's method, energy-informational method, determined probability function, physical line, heterogenous and inelastic half-space, model of FDI-quantum.