

О размерах цилиндрических образцов с кольцевой трещиной для оценки трещиностойкости материалов

В. И. Смирнов¹

Петербургский государственный университет путей сообщения, Санкт-Петербург, Россия

¹ vsmirnov1@gmail.com

Для нахождения достоверных значений вязкости разрушения определены минимальные размеры цилиндрических образцов. С помощью структурного критерия разрушения оценена предельная нагрузка тела вращения с глубокими кольцевыми выточками гиперболической формы при одноосном растяжении. Путем предельного перехода при бесконечно малом радиусе кривизны выточки определена критическая нагрузка для упругого пространства с внешней круговой трещиной. Размер минимального поперечного сечения цилиндрического образца установлен при соответствии структурного критерия критерию разрушения Ирвина. Диаметр образца предлагается определять исходя из требования равенства между коэффициентами интенсивности напряжений для глубокой трещины в теле вращения и поверхностной трещины в полуплоскости.

Ключевые слова: структурный критерий прочности, внешняя кольцевая трещина, цилиндрический образец, критическая нагрузка, коэффициент интенсивности напряжений, предел прочности, вязкость разрушения.

Обозначения

$(x, y), (r, z), (\xi, \eta)$	– соответственно прямоугольные, цилиндрические и эллиптические координаты
ν	– коэффициент Пуассона
σ_c	– предел статической прочности при растяжении
K_I	– коэффициент интенсивности напряжений
K_{Ic}	– вязкость разрушения
K_c	– предел трещиностойкости
a	– радиус перешейка (координата)
a_r	– физический радиус перешейка
a_{r*}	– требуемый (минимально необходимый) радиус перешейка
ρ	– радиус кривизны в вершине выточки
P	– сила
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_\xi$	– разрушающие напряжения
P^*	– критическая нагрузка (напряжение)
d	– структурный параметр разрушения
Δ	– относительная разность в величине критической нагрузки
b	– радиус цилиндрического образца

Введение. Известно, что для неустойчивых “коротких” трещин классические критерии Гриффитса и Ирвина неприменимы, поскольку при расчетах приводят к неограниченной разрушающей нагрузке. Аналогичная ситуация имеет место и в случае “длинных” трещин в телах, содержащих “узкие” перемычки, перешейки, лигаменты. В задачах с короткими трещинами и перемычками необходимо учитывать не только приближенные асимптотические, но и точные представления напряженного состояния в окрестности вершины трещины, что возможно при использовании структурного критерия Нейбера–Новожилова [1, 2], согласно которому напряжения в зоне их высокой концентрации на продолжении трещины усредняются на определенном расстоянии d .

Первоначально структурный параметр разрушения d ассоциировался с межатомным расстоянием и размерами зерен. Поскольку для полимеров параметр d , вообще говоря, не определен, в [3, 4] его было предложено выбирать при условии согласования структурного критерия с критерием Гриффитса–Ирвина в простейших случаях. Таким случаем, в частности, является задача об одноосном растяжении неограниченной пластины с центральной трещиной длиной $2l$ при напряжении p , которое приложено на удалении. Структурный критерий разрушения в этой задаче записывается следующим образом [5, 6]:

$$\frac{1}{d} \int_l^{l+d} \sigma_y(x) dx = \sigma_c. \quad (1)$$

Здесь $\sigma_y(x)$ – распределение разрушающего напряжения на продолжении трещины (начало декартовых координат расположено в середине трещины, ось Ox направлена вдоль трещины); σ_c – предел прочности материала при растяжении; структурный параметр d определяется из равенства [7]

$$d = 2K_{Ic}^2 / (\pi \sigma_c^2), \quad (2)$$

где K_{Ic} – вязкость разрушения.

В более сложных случаях условие согласования с классическими критериями требует обобщения параметра d для того, чтобы учесть размерность задачи, форму дефекта и размеры тела. Цель данной работы – определение минимальных размеров цилиндрических образцов для нахождения достоверных значений K_{Ic} с учетом вышеуказанных требований.

Тело вращения с глубокой кольцевой выточкой. Рассмотрим задачу о растяжении в направлении оси ординат тела вращения с глубокой кольцевой выточкой гиперболического профиля силами, главный вектор которых P (рис. 1). Распределение разрушающего напряжения на перешейке в эллиптических координатах (ξ, η) имеет вид [1]

$$\sigma_\xi(0, \eta) = \frac{p(1 + \cos \eta_0)}{2\beta \cos^3 \eta} [(\beta - \cos \eta_0) \cos^2 \eta + \cos^2 \eta_0]; \quad (3)$$

$$\beta = 1 + 2\nu \cos \eta_0 + \cos^2 \eta_0; \quad \eta_0 = \arcsin a,$$

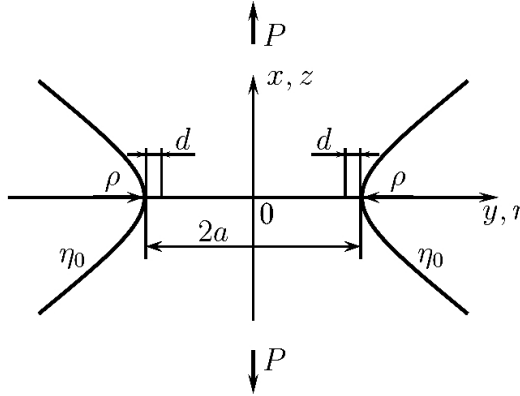


Рис. 1. Круглый образец с глубокой кольцевой выточкой.

где $p = P/(\pi a^2)$; a – радиус перешейка (координата); ν – коэффициент Пуассона.

Из (3) следуют предельные случаи: при $\eta_0 \rightarrow 0$ – напряжение для бездефектной пластины будет $\sigma_x = p = P/(\pi a^2)$; при $\eta_0 \rightarrow \pi/2$ – распределение напряжения на перешейке внешней круговой трещины в упругом пространстве (в цилиндрической системе координат (r, θ, z) – рис. 1) таково:

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi a \sqrt{a^2 - r^2}}, \quad (4)$$

откуда следует коэффициент интенсивности напряжений

$$K_I = (1/2) p \sqrt{\pi a}. \quad (5)$$

Для оценки критической нагрузки p_* введем в (3) двухмерный структурный критерий, записанный в эллиптических координатах:

$$\frac{2}{\sin^2 \eta_0 \Theta(2 - \Theta)} \int_{\eta_1}^{\eta_0} \sigma_\xi(0, \eta) \sin \eta \cos \eta d\eta \leq \sigma_c; \quad (6)$$

$$0 \leq \Theta = d/a_r \leq 1; \quad \eta_0 = \arcsin a; \quad \eta_1 = \arcsin[\sin \eta_0(1 - \Theta)],$$

где $0 \leq a = \sin \eta_0 \leq 1$ – координата; a_r – физический радиус перешейка; структурный параметр d вычисляется согласно равенству (2).

Подставив (3) в (6), получим следующее значение предельной нагрузки:

$$\frac{p_*}{\sigma_c} = \frac{\Theta(2 - \Theta)(\sqrt{1 + \alpha} - 1)\beta(\alpha)}{(\sqrt{1 + \alpha\Theta(2 - \Theta)} - 1) \left[\beta(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha\Theta(2 - \Theta)}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha}} \right]}; \quad (7)$$

$$\beta(\alpha) = 1 + \frac{2\nu}{\sqrt{1+\alpha}} - \frac{\alpha}{1+\alpha}; \quad \Theta = d/a_r; \quad \alpha = a/\rho; \quad 0 \leq \alpha < \infty,$$

где ρ – радиус кривизны выточки в ее вершине.

Рассмотрим частные случаи (7):

- 1) $\alpha \rightarrow 0$, бездефектное пространство: $p^*/\sigma_c = 1$;
- 2) $\alpha \rightarrow \infty$, внешняя круговая трещина:

$$p^*/\sigma_c = \sqrt{\Theta(2-\Theta)}. \quad (8)$$

Из (8) следует приближенное решение при $d \ll a_r$:

$$p^*/\sigma_c = \sqrt{2\Theta}. \quad (9)$$

Подставляя в (9) значение d из (2), получаем предельную нагрузку в зависимости от вязкости разрушения K_{Ic} :

$$p^* = 2K_{Ic}/\sqrt{\pi a_r}. \quad (10)$$

Последний результат непосредственно следует из (5) при использовании критерия разрушения Ирвина $K_I = K_{Ic}$. Однако такая оценка неприемлема для образцов с узкими (короткими) перемычками ($a_r \rightarrow 0$), так как приводит к неограниченно возрастающей предельной нагрузке. Точное решение (7) справедливо при любых значениях радиуса перешейка.

Отметим, что решение (7) получено с учетом того, что если $d > a_r$, то напряжения в критериальном неравенстве (6) осредняются по площади кольцевого сектора ширины a_r .

Для примера на рис. 2 представлена зависимость (7) нормализованной критической нагрузки p^*/σ_c от безразмерного радиуса кривизны выточки в ее вершине $\alpha = a/\rho$, полученная с помощью двухмерного структурного критерия, для серого чугуна СЧ 24-48 ($K_{Ic} = 11 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$, $\sigma_c = 270 \text{ МПа}$, $\nu = 0,3$) при $a_r = 3 \text{ мм}$. Для сравнения там же приведена аналогичная зависимость, построенная с использованием одномерного структурного критерия [8]. Горизонтальные асимптоты кривых 1, 2 представляют критическую нагрузку для образца с внешней круговой трещиной ($\alpha \rightarrow \infty$). Величина структурного параметра d в расчетах принята в соответствии с канонической формулой (2) и равна 1,06 мм. Видно, что согласно двухмерному структурному критерию по сравнению с одномерным сходимость к асимптоте (трещине) происходит медленнее.

Размер минимального поперечного сечения. Значительное различие в величинах предельной нагрузки для образца с трещиной (при $\alpha \rightarrow \infty$), полученных по структурному критерию и по критерию Ирвина, состоит в том, что последний неприменим для узких (тонких) перемычек (перешейков). Чтобы обеспечить согласование с критерием Ирвина, необходимо при переходе выреза (выточки) в трещину соответствующим образом подобрать размер минимального (ослабленного) поперечного сечения.

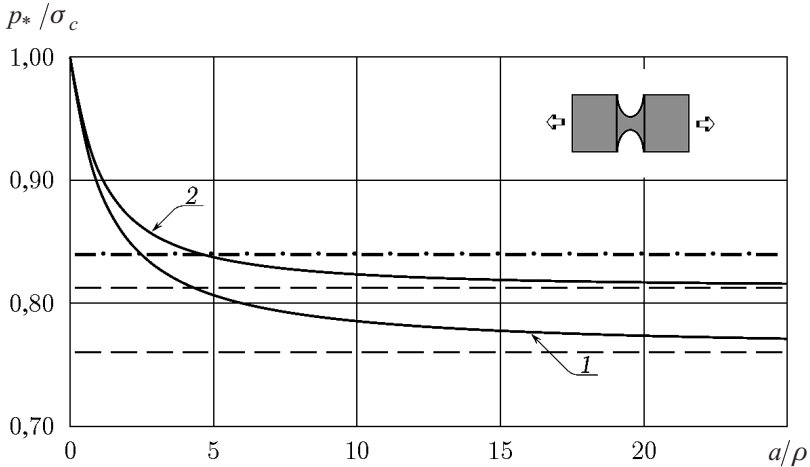


Рис. 2. Зависимость предельной нагрузки от радиуса кривизны выточки, полученная по двумерному (1) и одномерному (2) структурным критериям. (Штрихпунктирная линия соответствует предельному значению по критерию Ирвина (10).)

Определим требуемый диаметр перешейка $2a_r$ рассматриваемого круглого образца с глубокой кольцевой выточкой, изготовленного из серого чугуна с приведенными выше механическими свойствами. Радиус перешейка a_r подбираем таким образом, чтобы зависимость $p^*/\sigma_c = f(\alpha)$ при $\alpha \rightarrow \infty$ “выходила” на асимптоту (трещину) – решение Ирвина. На рис. 3 приведена зависимость нормализованной критической нагрузки p^*/σ_c от относительной кривизны выточки $\alpha = a/\rho$ при разных значениях a_r .

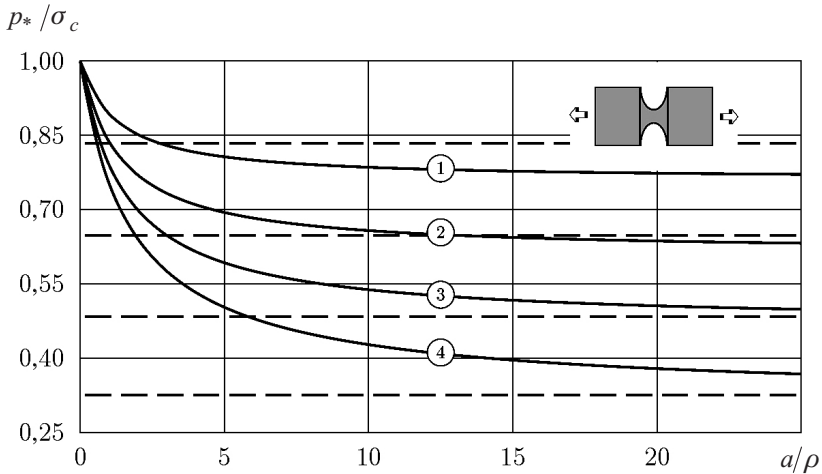


Рис. 3. Подбор оптимального радиуса перешейка: 1 – $a_r = 3$ мм; 2 – $a_r = 5$ мм; 3 – $a_r = 9$ мм; 4 – $a_r = 20$ мм. (Штриховые линии – асимптотическое (при $\rho \rightarrow 0$) решение Ирвина, соответствующее трещине (10).)

Радиус перешейка можно определить из формул (8) и (10), предварительно задавшись допустимой относительной разностью Δ в величине критической нагрузки, определенной по структурному критерию и по критерию Ирвина:

$$a_r = \frac{d}{2\Delta(2-\Delta)}, \quad 0 \leq \Delta \leq 1. \quad (11)$$

Так, при $\Delta = 0,01$ (1%) радиус перешейка составляет 26,55 мм (ужесточение этой разности приводит к увеличению размера минимального сечения и всего образца). Таким образом, оптимальный (минимально необходимый) диаметр перешейка равен примерно 53 мм.

В работе [9] приведены результаты испытаний на одноосное растяжение круглых образцов с глубокой кольцевой выточкой гиперболического профиля, изготовленных из серого чугуна. Однако радиус перешейка и кривизна выточки в ее вершине не указаны, что не позволяет выполнить сравнение теоретических выводов с экспериментом. Для плоских образцов такое сравнение выполнено в [8].

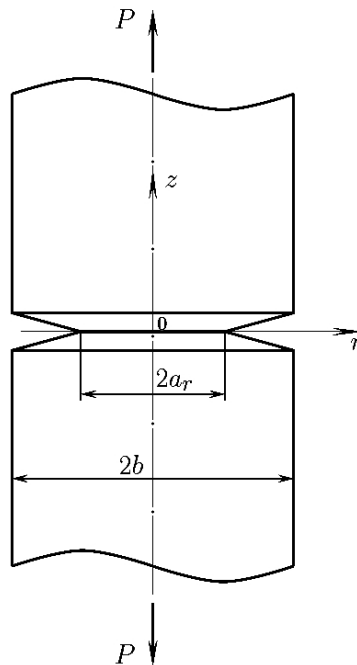


Рис. 4. Силовая схема нагружения цилиндрического образца с кольцевой трещиной.

Размер образца и критический коэффициент интенсивности напряжений. Радиус цилиндрического образца b ($b > a_r$) – рис. 4 можно приближенно определить, учитывая, что в случае мелкой трещины коэффициент интенсивности напряжений должен соответствовать значению для краевой трещины длины $b - a_r$ в бесконечной плоскости, растягиваемой на удалении от нее напряжением p :

$$K_I = 1,12p\sqrt{\pi(b - a_r)}. \quad (12)$$

Приравнивая значения K_I из (12) и (5), находим

$$b = 2,686 a_r. \quad (13)$$

Таким образом, для серого чугуна получаем $b = 2,686 \cdot 26,55 = 71,3$ мм. Соответственно диаметры перешейка и образца будут равны 53,1 и 142,6 мм, а их отношение $a_r/b = 0,37$. Это отношение, в отличие от регламентированного ГОСТ 25.506-85 0,6–0,7 для любых металлов, в соответствии со структурным подходом будет разным для различных материалов.

Алгоритм определения критического коэффициента интенсивности напряжений (вязкости разрушения) представляется следующим.

1. Цилиндрический образец с внешней кольцевой трещиной с произвольным значением радиуса перешейка a_r и радиусом образца в первом приближении равным, например, $b \geq 3a_r$ испытывается на одноосное растяжение.

2. Определяется критическая нагрузка p_* .

3. Вычисляется предел трещиностойкости K_c [10] (критическое значение коэффициента интенсивности напряжений при произвольной длине трещины):

$$K_c = \frac{1}{2} p_* \sqrt{\pi a_r}.$$

4. Определяется структурный параметр разрушения:

$$d = \frac{2K_c^2}{\pi \sigma_c^2}.$$

5. Задается величина Δ и определяется минимальный радиус перешейка:

$$a_{r*} = \frac{d}{2\Delta(2 - \Delta)}.$$

Если $a_r < a_{r*}$ или $a_r > a_{r*}$, то значение a_r соответственно увеличивается или уменьшается, и далее определяется критическая нагрузка p_* .

6. При $a_{r*} = a_r$ (с некоторой погрешностью в пределах инструментальной точности) определяется радиус образца $b = 2,686 a_r$.

7. Для образца полученных размеров вычисляются предельная нагрузка p_* и предел трещиностойкости K_c , и далее полагаем $K_{Ic} = K_c$.

Заключение. С помощью структурного критерия можно прогнозировать критическую нагрузку, величина которой соответствует таковой по критерию критического напряжения (для гладкого образца) и критерию Ирвина (для образца с трещиной). В результате обеспечивается единый подход к оценке прочностных свойств материала с концентраторами напряжений различного типа (остроконечные и гладкие), включая их отсутствие. Как следствие, облегчается задача поддержания условий автомодельности зоны предразрушения [11, 12] с целью выбора оптимальных отношений размеров образцов и трещин. Протяженность зоны предразрушения характеризуется структурным параметром d , который имеет размерность длины и является одновременно параметром масштабного соответствия.

Для оценки вязкости разрушения материала необходимо провести серию экспериментов на однотипных круглых образцах с кольцевым надрезом. Пред-

варительные расчеты, выполненные на примере серого чугуна, показывают, что образец должен быть достаточно большим, что, впрочем, не является препятствием для современных испытательных машин и согласуется с представлениями, высказанными в [13, 14] в связи с обсуждением “размерного эффекта”, а также подтверждается экспериментами [15, 16], свидетельствующими о корректности результатов, которые получены при испытаниях крупногабаритных образцов.

Очевидно, что изложенные требования к выбору минимальных размеров образцов ограничены случаем упругохрупкого разрушения. В случае развитых пластических деформаций, когда понятие коэффициента интенсивности напряжений теряет смысл, структурный подход также может быть использован, но с переформулировкой критериев и характеристик трещиностойкости в терминах нелинейной механики разрушения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 10-08-00966а, 11-01-00491а).

Резюме

Для отримання вірогідних значень в'язкості руйнування визначено мінімальні розміри циліндричних зразків. За допомогою структурного критерію руйнування оцінено граничне навантаження тіла обертання з глибокими кільцевими виточками гіперболічної форми при одновісному розтязі. Шляхом граничного переходу при нескінченно малому радіусі кривини виточки оцінено критичне навантаження для пружного простору із зовнішньою круговою тріщиною. Розмір мінімального поперечного перетину циліндричного зразка визначали при відповідності структурного критерію критерію руйнування Ірвіна. Діаметр зразка запропоновано визначати на основі вимог рівності між коефіцієнтами інтенсивності напружень для глибокої тріщини в тілі обертання і поверхневої тріщини у напівплощині.

1. *Нейбер Г.* Концентрация напряжений. – М.; Л.: Гостехиздат, 1947. – 204 с.
2. *Новожилов В. В.* О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. – 1969. – 33, вып. 2. – С. 212 – 222.
3. *Морозов Н. Ф.* Математические вопросы теории трещин. – М.: Наука, 1984. – 256 с.
4. *Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. А.* К расчету предельной интенсивности импульсных динамических нагрузок в механике трещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1988. – № 5. – С. 180 – 182.
5. *Петров Ю. В.* “Квантовая” макромеханика динамического разрушения твердых тел. – СПб.: Препр. Ин-та пробл. машиноведения, 1996. – 51 с.
6. *Петров Ю. В., Тарабан В. В.* О двухкритериальных моделях разрушения хрупких материалов // Вест. СПбГУ. Сер. 1. – 1997. – № 2. – С. 78 – 81.
7. *Петров Ю. В., Тарабан В. В.* Двухкритериальный анализ хрупкого разрушения образцов с малыми поверхностными повреждениями // Там же. – 1999. – № 1. – С. 101 – 106.

8. Смирнов В. И. Особенности применения структурного критерия хрупкой прочности // Там же. – 2008. – Вып. 1. – С. 126 – 134.
9. Ратыч Л. В., Баранович С. Т. Об эффективном коэффициенте концентрации напряжений для круглых образцов с глубокой выточкой // Концентрация напряжений. – Киев: Наук. думка, 1971. – Вып. 3. – С. 125 – 129.
10. ГОСТ 25.506-85. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при статическом нагружении. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 61 с.
11. Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е. и др. Об условиях автомодельности зоны предразрушения в окрестности контура макротрещины // Физ.-хим. механика материалов. – 1977. – **13**, № 5. – С. 23 – 27.
12. Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Ковчик С. Е. и др. Установление условий применимости критерия Ирвина // Методы и средства оценки трещиностойкости конструкционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1981. – С. 5 – 11.
13. Karihaloo B. L. Size effect in shallow and deep notched quasi-brittle structures // Int. J. Fract. – 1999. – **95**. – P. 379 – 390.
14. Abdalla H. M., Karihaloo B. L., and Xiao Q. Z. Deterministic size effect in the strength of cracked concrete structures // Cem. Concr. Res. – 2006. – **36**. – P. 171 – 188.
15. Махутов Н. А., Москвичев В. В. Достоверность характеристик трещиностойкости при испытаниях цилиндрических образцов с кольцевой трещиной // Физ.-хим. механика материалов. – 1979. – **15**, № 7. – С. 70 – 77.
16. Зазуляк В. А. Об оптимальных размерах цилиндрических образцов с кольцевыми трещинами при определении K_{Ic} // Там же. – 1981. – **17**, № 5. – С. 107 – 110.

Поступила 05. 11. 2011