

ДИНАМИКА АЗОВСКОГО МОРЯ В ЛЕДОВИХ УМОВАХ

© А.Е. Букатов, Д.Д. Завьялов, Т.А. Соломаха, 2010

Морской гидрофизический институт НАН Украины, Севастополь, Украина

On the basis of constructed two-dimensional mathematical model the evolution of fields of drift speed, thickness, mass and area of ice in the Azov Sea is considered. The estimation is made to the influence of hydrometeorological factors on spatio-temporal distribution of ice cover characteristics.

**Keywords:** ice cover dynamic, ice drift.

**Введение.** В зимний период Азовское море замерзает частично, а в суровые зимы полностью, поэтому ледяной покров является важным компонентом гидрологического режима. Морские льды представляют реальную опасность для судоходства, гидротехнических сооружений, миграции рыбы. Ледовый режим водоема в основном определяется динамикой температуры воздуха и ветра над акваторией моря и прилегающей к ней территорией. Резкие и продолжительные похолодания наблюдаются при вторжении арктических воздушных масс в тыл уходящих атлантических циклонов, что способствует выносу на море холодного материкового воздуха с восточными и северо-восточными ветрами. Преобладание над европейской территорией циклонической деятельности, напротив, определяет неустойчивую и сравнительно теплую погоду. Помимо атмосферной циркуляции на ледовый режим Азовского моря постоянно воздействуют местные факторы, такие как мелководность, особенности орографии и низкая соленость [1]. В совокупности все эти причины влияют на чрезвычайно сложную картину изменчивости ледовых условий во времени и пространстве. Это обуславливает актуальность исследования динамики ледяного покрова и его влияния на сгонно-нагонные колебания. В данной работе построена двумерная математическая модель совместной динамики воды и льда, описывающая эволюцию полей скорости течения, колебания уровня моря, толщины и сплоченности льда. Она включает в себя модель штормовых нагонов, основанную на уравнениях движения мелкой воды и учитывающую трение на поверхности лед-вода [2]. Динамика ледяного покрова определяется уравнениями баланса количества движения и горизонтальной адвекции его массы и сплоченности [3, 4]. При численной реализации модели ее пространственная дискретизация проводилась методом конечных элементов. Расчет характеристик динамики льда и воды осуществлял-

ся с использованием численной схемы, представленной в [5]. Уравнения, характеризующие изменения массы и сплоченности льда в процессе его дрейфа, решались методом пошагового переотображения, изложенного в [6]. На основе представленной модели проведен анализ влияния плавающего льда на характеристики сгонно-нагонных колебаний Азовского моря и зависимости пространственно-временного распределения ледяного покрова от гидрометеорологических условий.

**Математическая модель.** Рассмотрим задачу совместной динамики воды и льда в Азовском море. Изменения гидродинамических характеристик вод исследуемой акватории описываются двумерной моделью сгонно-нагонных колебаний, которая учитывает взаимодействие ветра и течения с морским льдом. При моделировании ледяного покрова используется представление его в виде функции распределения по толщине. Дискретизация данной функции по грациям определяет интервалы изменения толщины  $h_n$  ( $n$  – индекс градации) льда. Парциальная сплоченность  $C_n$  есть доля площади, занимаемая льдом данной категории [7]. Если  $N$  – количество граций льда по толщине, то суммарная сплоченность льда представляется выражением  $C = \sum_{n=1}^N C_n$ . Отметим, что нулевая градация соответствует области открытой воды. Проинтегрированные по вертикали уравнения движения мелкой воды и уравнение неразрывности, записанные через вектор горизонтального потока количества жидкости  $\mathbf{U} = \rho_w \int_{-h}^{\zeta} \mathbf{u} dz$  ( $\mathbf{u}$  – вектор скорости течения) и сумму  $H = h + \zeta$  отклонения свободной поверхности от невозмущенного уровня  $\zeta$  и глубины  $h$  бассейна, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} [(\mathbf{U} \nabla) \mathbf{V} + \mathbf{V} \operatorname{div}(\mathbf{U})] = \\ = -\rho_w g H \nabla \zeta - H \nabla P_a - f \mathbf{k} \times \mathbf{U} + \\ + (1 - C) \boldsymbol{\tau}^a + C \boldsymbol{\tau}^i - \boldsymbol{\tau}^b, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho_w H)}{\partial t} = -\text{div}(\mathbf{U}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{V} = H^{-1}\mathbf{U}$ ;  $f = 2\omega \sin\varphi$  – параметр Кориолиса;  $\mathbf{k}$  – единичный вектор, направленный вертикально вверх;  $g$  – ускорение свободного падения;  $P_a$  – атмосферное давление на поверхности воды;  $\tau^a$  – тангенциальное трение на поверхности моря,  $\tau_x^a = \gamma^2 \rho_a W^2 \cos\theta$ ,  $\tau_y^a = \gamma^2 \rho_a W^2 \sin\theta$ , где  $W$  – скорость ветра,  $\theta$  – угол между направлением ветра и осью  $X$ ;  $\gamma$  – коэффициент ветрового напряжения;  $\tau^i = K_i \rho_w (\mathbf{u}_i - \mathbf{u})|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}|$  – тангенциальное трение на границе лед–вода, где  $\mathbf{u}_i$  – скорость дрейфа льда,  $K_i = 5,5 \cdot 10^{-3}$ ;  $\tau^b = (K_b H)^{-2} \rho_w^{-1} \mathbf{U}|\mathbf{U}|$  – тангенциальное трение на дне, где  $K_b$  – коэффициент Шези;  $\rho_a$ ,  $\rho_w$ ,  $\rho_i$  – плотность воздуха, воды и льда соответственно.

На береговых границах задавалось условие непротекания:

$$\mathbf{U}_n = 0. \quad (3)$$

В начальный момент времени ( $t = 0$ )

$$\mathbf{U}(x, y, t) = 0, \quad H(x, y, t) = H_0. \quad (4)$$

В предположении, что скорость дрейфа льда одинаковая для всех его градаций по толщине, уравнение баланса импульса на поверхности моря будет иметь вид [3]

$$m \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} = (\boldsymbol{\tau}^{ai} - \boldsymbol{\tau}^i) - m f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_i - m g \nabla \zeta, \quad (5)$$

где  $m = \rho_i \tilde{h} C$  – суммарная масса льда (на единицу

площади);  $\tilde{h} = C^{-1} \sum_{n=1}^N C_n h_n$  – средневзвешенная тол-

щина льда. Тангенциальное трение на границе воздух–лед  $\boldsymbol{\tau}^{ai}$  принималось равным  $\boldsymbol{\tau}^a$ . На твердой границе ставится условие прилипания

$$\mathbf{u}_i = 0. \quad (6)$$

В начальный момент времени ( $t = 0$ )

$$\mathbf{u}_i(x, y, t) = 0, \quad C_n = C_n^0, \quad m_n = \rho_i C_n^0 h_n^*, \quad (7)$$

где  $C_n^0$  – первоначальное распределение функции сплоченности;  $h_n^*$  – средняя толщина льда в градации.

Изменчивость функции распределения льда по толщине, обусловленная динамическими факторами, определяется уравнениями горизонтальной адвекции его массы и сплоченности:

$$\frac{\partial m_n}{\partial t} = -\text{div}(m_n \mathbf{u}_i), \quad (8)$$

$$\frac{\partial C_n}{\partial t} = -\text{div}(C_n \mathbf{u}_i), \quad (9)$$

где  $m_n = \rho_i C_n h_n$  – масса льда градации  $n$  (на единицу площади). Уравнения (8), (9) решаются отдельно для каждой градации.

Условие нормировки для парциальных сплоченностей в расчетном районе (ячейке сетки) имеет вид [7]

$$\sum_{n=0}^N C_n = 1. \quad (10)$$

Если лед занимает всю ячейку, а сумма парциальных сплоченностей после решения уравнений (8), (9) превышает единицу, то считается возможным процесс торошения льда. Параметризация процесса торошения заключается в уменьшении сплоченности льда первой ненулевой градации и увеличении сплоченности следующей за ней градации [3]. Правило перераспределения сплоченностей между градациями следует из условия (10) и закона сохранения массы льда в ячейке.

**Численная реализация модели и анализ результатов.** Численное решение уравнений (1)–(7) проводилось с использованием конечно-элементной модели с неравномерной триангуляцией. Пространственная дискретизация и методика решения данных уравнений изложены в [5]. Уравнения (8), (9), представляющие собой множество однотипных задач переноса характеристик льда для каждой градации по толщине, решались с помощью алгоритма пошагового переотображения (incremental remapping algorithm), изложенного в [6]. Данный алгоритм использует геометрический подход к описанию процесса переноса и сохраняет монотонность вычисляемого параметра. Алгоритм переноса сплоченности и массы льда реализован на регулярной квадратной сетке.

Общая схема работы численной реализации модели совместной динамики воды и льда в Азовском море может быть представлена следующей последовательностью действий:

- по известным значениям  $\mathbf{U}^m$ ,  $H^m$ ,  $\mathbf{u}_i^m$ ,  $C_n^m$  в узлах треугольной сетки вычисляются  $\mathbf{U}^{m+1}$ ,  $H^{m+1}$ ,  $\mathbf{u}_i^{m+1}$ ; при этом  $t^{m+1} - t^m = \Delta t < \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta x (gh)^{-1/2}$ ,  $\Delta x$  – пространственный шаг треугольной сетки;
- значения  $\mathbf{u}_i^{m+1}$  с помощью сплайн-интерполяции переводятся в узлы квадратной сетки  $\mathbf{u}_i^l$  в момент времени  $t^l = z \Delta t$ ,  $z$  – целое число; по известному  $\mathbf{u}_i^l$  вычисляются значения  $C_n^{l+1}$ ,  $m_n^{l+1}$ ; при этом  $t^{l+1} - t^l = \Delta t_l < \frac{1}{2} \frac{\Delta x}{\max|\mathbf{u}_i^l|}$ ,  $\Delta x$  – пространственный шаг квадратной сетки;
- по найденным значениям  $C_n^{l+1}$  осуществляется проверка условия (10), и в случае его нарушения проводится перераспределение сплоченности льда между его градациями по толщине.

На основе разработанной модели выполнено численное исследование динамики Азовского моря в ледовых условиях. Расчетная область для определения возвышения поверхности моря, поля скорости течения и скорости дрейфа льда содер-

жала 171 узловую точку и была разбита на 243 линейных треугольных элемента. Перенос сплошности и массы льда рассчитывался на регулярной квадратной сетке с пространственным шагом  $0,1^\circ$ , содержащей 495 узловых точек и разбитой на 415 элементов. Коэффициент Шези рассчитывался по формуле  $K_b = \chi^2 L m^{-2} (H/z_0)$ , где  $\chi = 0,4$  – постоянная Кармана;  $z_0 = 0,01$  – параметр шероховатости донной поверхности [8]. Коэффициент ветрового напряжения принимался равным  $0,0012$ ; параметр Кориолиса для  $46^\circ$  с.ш. –  $1,046 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ . Значения плотности воздуха, воды и льда –  $1,225$ ;  $1005$  и  $870 \text{ кг/м}^3$  соответственно. Шаг по времени  $\Delta t = 5 \text{ с}$ .

Для иллюстрации влияния членов, содержащих характеристики ледовых условий, на решение систем (1)–(7) были проведены тестовые расчеты отклонения уровня моря, скоростей течений и дрейфа льда для случаев:

- 1) учета в системе только постоянной сплошности льда (без учета его трения о воду и воздух);
- 2) учета трения на нижней границе льда (поверхность лед–вода);
- 3) учета трения как на нижней, так и на верхней (воздух–лед) границе.

Результаты этих расчетов у подветренного берега моря для скорости западного ветра  $W = 5 \text{ м/с}$  и сплошности  $C = 0,5$  приведены на рис. 1. Здесь синими линиями показаны скорости дрейфа льда, зелеными – скорости течений (рис. 1, а) и отклонение поверхности от своего невозмущенного состояния (рис. 1, б). Штрихпунктирные, штриховые и сплошные линии соответствуют случаям 1–3. Пунктирными линиями обозначены скорость течения (рис. 1, а) и отклонение свободной поверхности (рис. 1, б) при отсутствии льда.

Видно, что при отсутствии трения воды о лед скорость дрейфа льда определяется лишь наклоном уровня. Само же наличие льда (в случае 1) уменьшает (по сравнению с открытой водой) амплитуду как скорости течения, так и отклонения поверхности моря. Трение на нижней границе льда (случай 2) практически не сказывается на динамике воды, однако ограничивает рост скорости дрейфа льда, обусловленный наклоном уровня. При полном учете сил трения (случай 3) сплошные линии, отвечающие скоростям течений и отклонениям уровня в ледовых условиях, практически совпадают с пунктирными линиями, построенными для случая открытой воды.

Таким образом, модельные расчеты подтверждают факт отсутствия существенного влияния ледовых условий на характеристики сгонно-нагонных явлений [4]. Скорость дрейфа льда определяется, главным образом, силой трения на границе лед–воздух, направлением и скоростью горизонтальных течений под ним и в меньшей степени – наклонами водной поверхности. Практически сразу после начала воздействия на поверхность моря касательных напряжений ветра наблюдается горизонтальное перемещение льда, скорость которого быстро растет. После достижения скоростью дрейфа значения, близкого к максимальному, начинается выход на стационарный скоростной режим. Время выхода дрейфа на стационарный режим пропорционально скорости ветра. Чем больше скорость ветра, тем больше по времени продолжается процесс установления. В областях моря, где направление нормали к береговой черте совпадает с направлением ветра, время выхода на установившийся скоростной режим наименьшее при прочих равных условиях. Зависимость квазистационарной скорости дрейфа от

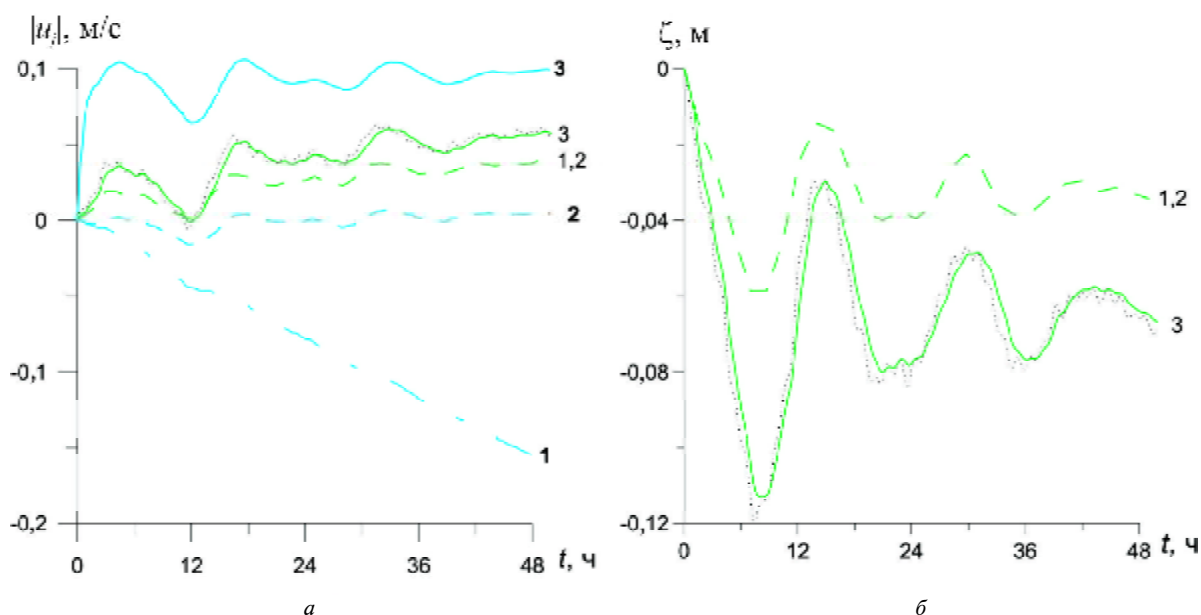


Рис. 1. Зависимость скорости течения, скорости дрейфа льда и возвышения поверхности моря от учета сил трения на границах воздух–лед и лед–вода

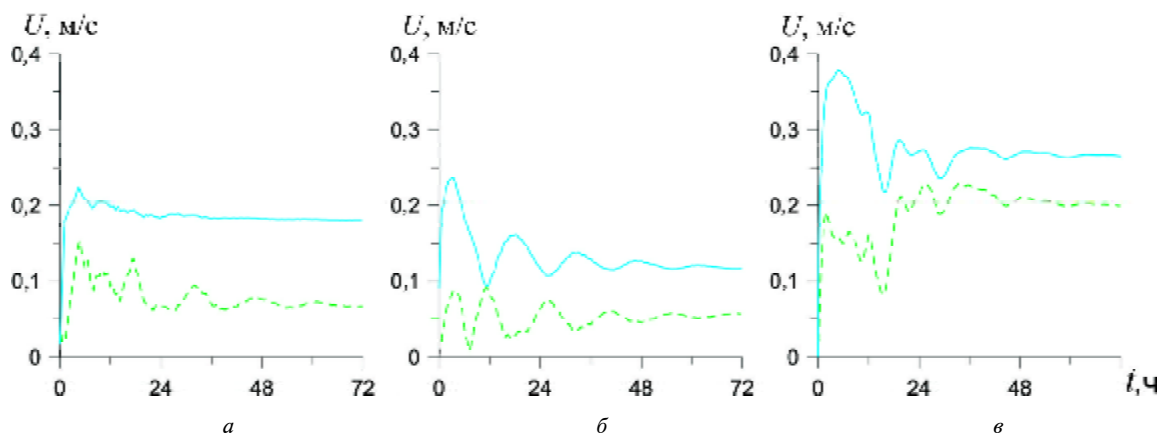


Рис. 2. Распределение скоростей течения и дрейфа льда по времени в Арабатском заливе, центральной части моря и у входа в Таганрогский залив

скорости ветра в подветренных областях моря близка к линейной с угловым коэффициентом 0,02, если  $W < 15$  м/с, и с коэффициентом 0,03 для  $15 \text{ м/с} < W < 25$  м/с.

Для оценки характера перераспределения сплоченности и толщины льда по акватории моря, а также динамики ледовых масс проводились расчеты дрейфа льда под воздействием северо-восточного ветра скоростью 10 м/с. В качестве исходной была принята ледовая обстановка, сформировавшаяся к третьей декаде января 2006 г. [9]. Северная часть моря была занята льдом сплоченностью 4–10 баллов толщиной от 20 до 50 см. Южная часть моря в это время была практически свободна ото льда. Подобное распределение ледовых масс на Азовском море наблюдается после кратковременных потеплений в течение ледового сезона, который по критерию суммы отрицательных среднесуточных температур воздуха (в пунктах Керчь, Геническ, Таганрог, Приморско-Ахтарск) относится к типу умеренных зим [9]. Рис. 2 иллюстрирует характер временной зависимости

скорости течений (штриховые линии) и скорости дрейфа (сплошные линии) в областях у наветренного берега (рис. 2, а), в центральной части моря (рис. 2, б), у входа в Таганрогский залив (рис. 2, в). Как отмечалось ранее, наиболее быстрый выход скорости дрейфа на установившийся режим происходит у наветренного юго-западного берега (рис. 2, а). В центральной и северо-восточной частях моря этот процесс (при достаточно сильном ветре) может занимать несколько суток.

На рис. 3 показано распределение модуля скорости дрейфа льда в установившемся режиме для всей акватории моря. Наибольшие скорости дрейфа при северо-восточном ветре наблюдаются у северного побережья в Обиточном и Бердянском заливах, в северной части Таганрогского залива и у косы Долгой. Они также относительно велики у восточного побережья в районе между Ясенским и Темрюкским заливами и на юге в районе Керченского пролива. В области моря от северной окраины Арабатского залива на юго-западе до Белосарайского залива на северо-востоке, включая

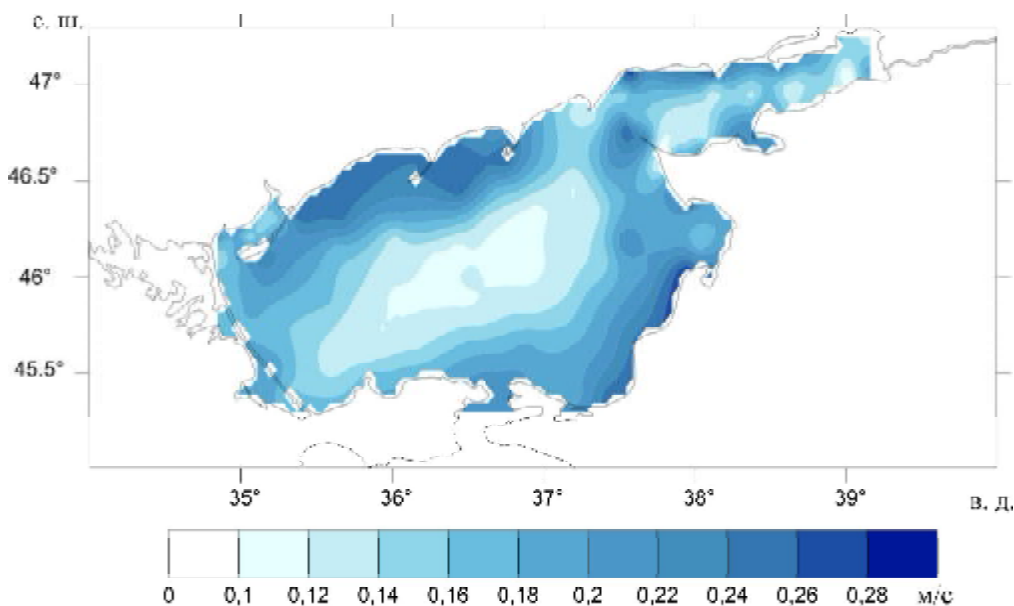


Рис. 3. Распределение модуля скорости дрейфа льда в установившемся режиме по акватории моря

центральную часть, скорости дрейфа льда значительно ниже. Поскольку установившаяся скорость дрейфа практически не зависит от толщины льда и его сплоченности, то распределение  $|u_i|$  может характеризовать наиболее общие черты динамики ледяных масс при заданном направлении ветра и для других начальных распределений льда.

Первоначальные поля сплоченности, распределение средневзвешенной толщины и объема льда, отнесенного к единице поверхности, иллюстрируют рис. 4, а, 5, а и 6, а соответственно. Распределения этих же характеристик через каждые 24 ч (в течение 3 сут) после начала действия над всей акваторией моря северо-восточного ветра со скоростью 10 м/с показаны на рис. 4, б-г – 6, б-г соответственно. На рис. 4 видно, что под воздействием ветра лед начинает дрейфовать в юго-западном направлении. Наиболее быстро освобождаются ото льда Бердянский залив, а также восточные области

Обиточного и Белосарайского заливов. На вторые сутки после начала воздействия ветра очищаются северная часть Таганрогского и Ясенский заливы. В результате достаточно быстрого дрейфа льда из прибрежных областей и замедления скорости его дрейфа при удалении от берега в центральной части моря формируются три обширных ледяных поля (рис. 4, б-г). Лед, вынесенный из Обиточного залива, движется вдоль косы Федотова в сторону Арабатской Стрелки. Лед Бердянского залива дрейфует на юг вдоль Обиточной косы. Самое обширное ледяное поле формируется из льда Белосарайского, Таганрогского и Ясенского заливов. На третьи сутки в меридиональном направлении оно простирается практически на всю ширину моря от Бердянской косы на севере до пгт Ачуево на юго-востоке (рис. 4, г). Также следует отметить, что северо-восточный ветер активно выносит лед из Темрюкского залива вдоль южного побережья, в

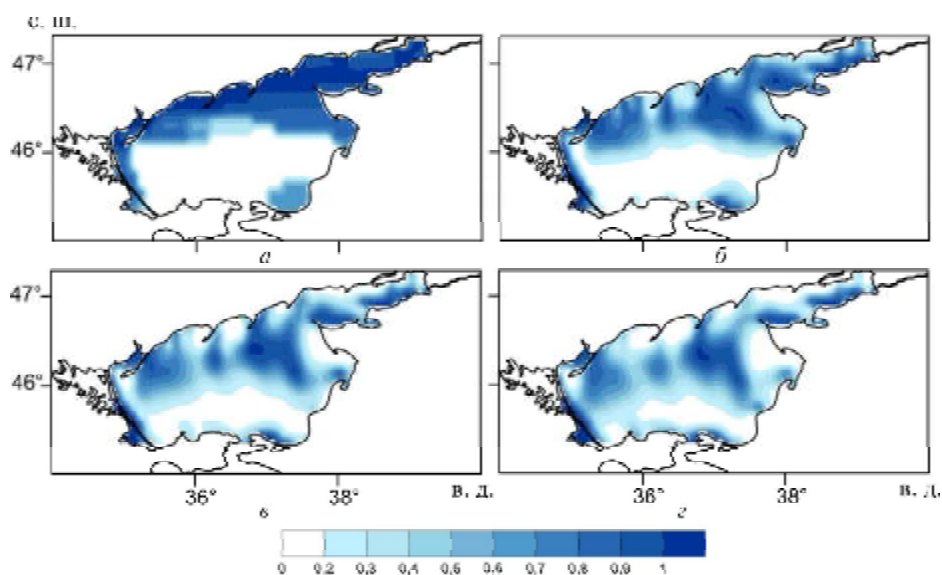


Рис. 4. Динамика поля сплоченности льда

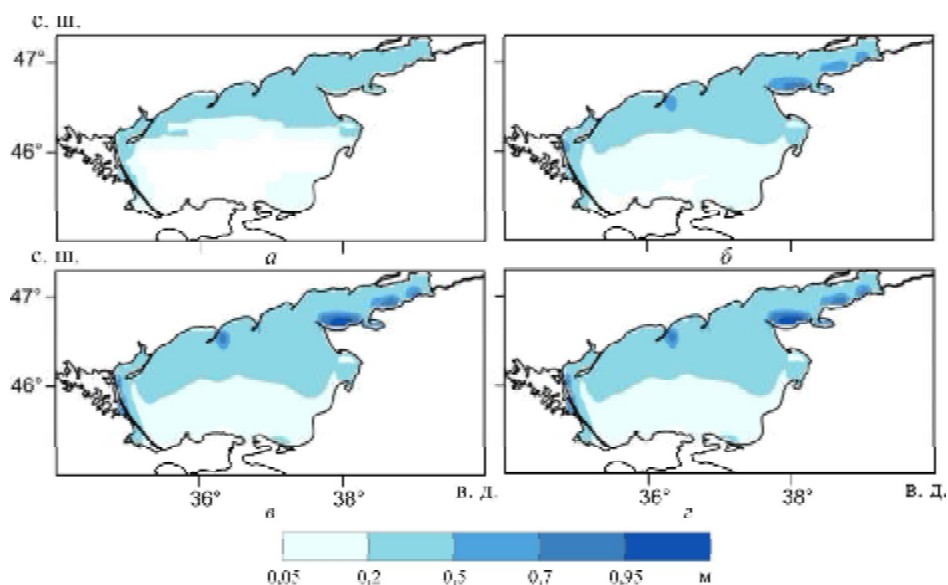


Рис. 5. Динамика поля средневзвешенной толщины льда

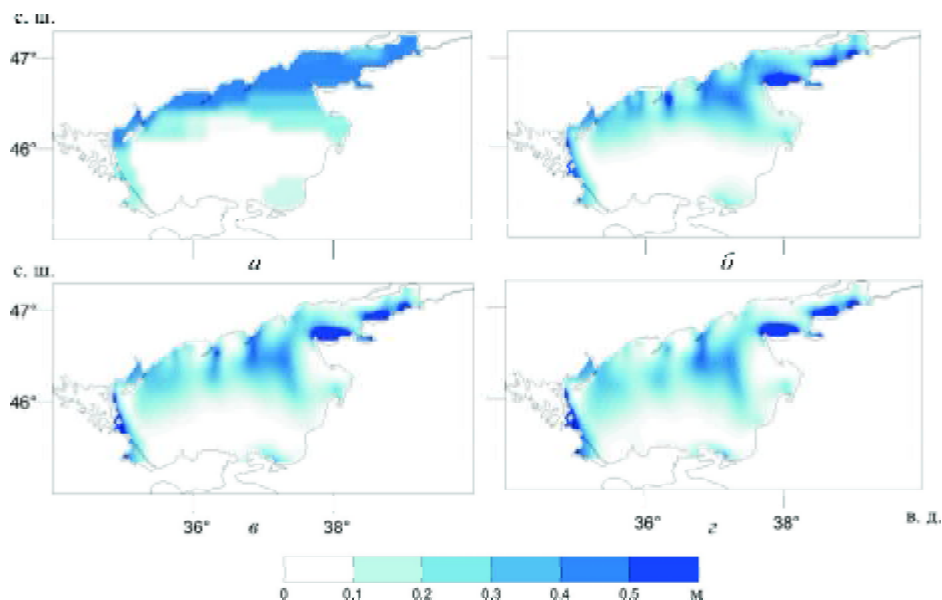


Рис. 6. Распределение объема льда, отнесенного к единице поверхности

результате чего сплоченность льдов у Керченского пролива быстро увеличивается.

По распределениям средневзвешенной толщины и объема льда, отнесенного к единице поверхности (рис. 5, 6), можно судить о наиболее общих тенденциях перераспределения этих характеристик в результате дрейфа. Отчетливо обозначается несколько зон, в которых толщина и масса льда, по сравнению с первоначальным распределением, значительно увеличились, что может приводить к торошению. Из рис. 5, 6 видно, что наиболее вероятными местами торошения льда являются области южной части Таганрогского залива, прибрежные области моря восточнее кос Обиточная и Арабатская Стрелка. Существенное скопление массы плавучего льда наблюдается на западной окраине Белосарайского залива и южнее его (рис. 6, з). Сплоченность льдов достигает там 10 баллов (см. рис. 4, з), однако вследствие относительно небольших скоростей дрейфа в рассматриваемой части моря (см. рис. 3) менее вероятен переход толщины льда в следующую градацию.

**Заключение.** На основе численной реализации двумерной математической модели выполнен анализ влияния плавающего льда на характеристики сгонно-нагонных колебаний Азовского моря и зависимости пространственно-временного распределения ледяного покрова от гидрометеорологических условий. Показано, что при полном учете баланса импульса на поверхности моря лед существенно не изменяет характеристики сгонно-нагонных колебаний. Скорость его дрейфа определяют ветер, горизонтальные течения подо льдом и наклон морской поверхности. Оценено время выхода скорости дрейфа на стационарный режим. Наименьшее его значение наблюдается в областях моря, где направление нормали к береговой черте совпадает с направлением ветра. Время выхода

дрейфа на стационарный режим пропорционально скорости ветра. Для заданного начального распределения льда при северо-восточном ветре наибольшие скорости установившегося дрейфа наблюдаются у северного побережья Обиточного и Бердянского заливов, в северной части Таганрогского залива и у косы Долгой, а также у восточного побережья между Ясенским и Темрюкскими заливами и на юге в районе Керченского пролива. Интенсивный вынос льда из Темрюкского залива вдоль южного побережья приводит к быстрому увеличению сплоченности льдов у Керченском пролива. Южная часть Таганрогского залива и прибрежные области моря восточнее кос Обиточная и Арабатская Стрелка – наиболее вероятные места торошения льда.

1. *Гидрометеорологический справочник Азовского моря.* – Л.: Гидрометеиздат, 1962. – С. 431–480.
2. *Ашик И.М.* Численные расчеты и прогнозы колебаний уровня, течений и дрейфа льда на шельфе морей Западного сектора Арктики // *Навигация и гидрография.* – 1997. – № 4. – С. 85–93.
3. *Поляков И.В., Кулаков И.Ю., Колесов С.А. и др.* Термодинамическая модель океана со льдом // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* – 1998. – 34, № 1. – С. 51–58.
4. *Яковлев Н.Г.* Численная модель крупномасштабной гидротермодинамики, основанная на методе конечных элементов. – М., 1990. – 40 с. – (Препр. / ОВМ АН СССР; 225).
5. *Букатов А.Е., Завьялов Д.Д., Соломаха Т.А.* Численное моделирование динамики Азовского моря при сгонно-нагонных явлениях // *Гидрология и метеорология.* – 2006. – № 6. – С. 69–75.
6. *Jonh K. Dukowicz, Jonh R. Baumgardner.* Incremental Remapping as a Transport. Advection Algorithm // *J. Computational Physics.* – 2000. – № 160. – P. 318–335.

7. Тимохов Л.А., Хейсин Д.Е. Динамика морских льдов. Математические модели. – Л.: Гидрометеоздат, 1987. – С. 13–24.
8. Blumberg A.F., Mellor G.L. A description of three dimensional coastal ocean circulation model in Three-Dimensional Coast Ocean Models // Coast. Estuar. Sci. – 1987. – 4. – P. 1–16.
9. Боровская Р.В., Ломакин П.Д., Панов Б.Н., Спиридонова Е.О. Современное состояние ледовых условий в Азовском море и Керченском проливе на базе спутниковой информации / НАН Украины. Мор. гидрофиз. ин-т. – Препр. – Севастополь, 2008. – 41 с.

*Поступила в редакцию 01.09.2009 г.*

*А.Е. Букатов, Д.Д. Завьялов, Т.А. Соломаха*

#### **ДИНАМИКА АЗОВСКОГО МОРЯ В ЛЕДОВЫХ УСЛОВИЯХ**

На основе построенной двумерной математической модели рассмотрена эволюция полей скорости дрейфа, толщины, массы и сплоченности льда в Азовском море. Дана оценка влияния гидрометеорологических факторов на пространственно-временное распределение характеристик ледяного покрова.

**Ключевые слова:** динамика ледяного покрова, дрейф льда.

*О.Є. Букатов, Д.Д. Зав'ялов, Т.О. Соломаха*

#### **ДИНАМІКА АЗОВСЬКОГО МОРЯ В ЛЬДОВИХ УМОВАХ**

На основі побудованої двовимірної математичної моделі розглянуто еволюцію полів швидкості дрейфу, товщини, маси і скупченості льоду в Азовському морі. Оцінено вплив гідрометеорологічних чинників на просторово-часовий розподіл характеристик льодяного покриття.

**Ключові слова:** динаміка льодяного покриття, дрейф льоду.