

В. Д. Лакиза

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ  
КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ РАДИАЛЬНОМ  
ДВУХЧАСТОТНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина: e-mail: volna@inmech.kiev.ua*

**Abstract.** The results of experimental study of nonlinear dynamical processes of deformation of elastic wall of cylindrical glass-fiber shells (dry and filled ones) are shown for the radial two-frequency excitation as a result of beating regime. It is revealed that the processes mentioned above can be accompanied by the cyclic change of amplitude and mode from the running wave to the standing wave in the circumferential direction (especially in the zone of smallest resonance frequencies).

**Key words:** cylindrical glass-fiber shell; filler; conjugate bending modes; cyclic process; two-frequency excitation.

**Введение.**

Исследование нелинейных колебаний тонкостенных оболочек (с большими, имеющими порядок толщины, прогибами), изготовленных из слоистых композитных материалов, среди которых лидером по практическому использованию являются стеклопластики [16], представляет собой одну из важных и актуальных современных проблем механики деформируемых тел. В настоящее время исследованию специфики процессов деформирования оболочечных конструкций, а также нелинейных и резонансных явлений, обусловленных наложением и нелинейным взаимодействием нескольких форм изгибных колебаний, создающих предпосылки для реализации сложных форм их деформирования, (таких, как распространяющиеся в окружном направлении бегущие волны, хаотические процессы и др. при одночастотном возбуждении) посвящено большое количество работ [1 – 3, 5 – 9, 11 – 16 и др.]. Однако, в реальных условиях эксплуатации оболочечные элементы конструкций, которые используются в авиационной и ракетной технике, в транспортных космических системах, в химическом машиностроении и т.д., подвергаются воздействию сложных вибрационных нагрузений. В связи с этим ранее были проведены некоторые исследования по установлению специфики динамического поведения оболочек, заполненных жидкостью, при двухчастотном, комбинированном продольно-поперечном и сложном вибровозбуждениях [4, 10, 17, 18].

В данной работе приведены результаты экспериментальных исследований специфики нелинейных динамических процессов деформирования упругой стенки стеклопластиковой оболочки (сухой и с наполнителем) при двухчастотном вибровозбуждении. Основное внимание уделяется установлению и анализу – при каком определенном сочетании между двумя частотами возбуждающей силы и собственными частотами «сухой» оболочки и оболочки с наполнителем, а также при каких уровнях вибровоздействия реализуются наиболее интенсивные процессы деформирования стенки оболочки, их специфика, а также влияние наполнителя на степень реализации данных процессов.

## § 1. Модель, экспериментальное оборудование и методика исследований.

Экспериментальные исследования проведены с упругой трехслойной стеклопластиковой цилиндрической оболочкой высотой  $H_{об} = 900$  мм с внутренним диаметром  $D_{об} = 320$  мм при толщине стенки  $\delta_{об} = 0,68$  мм. При этом оболочка была установлена вертикально и ее верхний торец оставался свободным, а нижний торец вводился в кольцевое углубление диска, которое заполнялось эпоксидной смолой. Диск жестко соединялся с неподвижным фундаментом. Возбуждение колебаний вертикально установленной оболочки при поперечном силовом возбуждении осуществлялось вибратором ВЭДС-100, подвижная платформа которого соединялась упругой связью с боковой поверхностью оболочки в одной точке на уровне  $0,3 H_{об}$  от нижнего торца. При двухчастотном вибровозбуждении использованы: генератор, встроенный непосредственно в стойку вибростенда, и внешний генератор типа «Роботрон» (при одночастотном возбуждении использовался один из них). Для измерения и контроля уровней виброускорения подвижной платформы вибростенда и стенки оболочки использованы датчики ИС-318 и Д-14, работающие с виброизмерительным блоком вибростенда, а также микродатчик АД-1 массой около 1 г с прибором ВШВ-3. Анализ сигналов и измерение амплитуд виброускорения, частот, поступающих с датчиков, осуществляли низкочастотным анализатором типа 2031 фирмы «Брюль и Кьер» и милливольтметром ВЗ-56. Для измерения амплитуды колебаний торца оболочки в зоне пучности использован мерный клин [5].

При проведении исследований в качестве заполнителя тонкостенной стеклопластиковой оболочки, масса которой  $m_{об} = 0,9$  кг, использованы пенопластиковые шарики диаметром (15...20) мм. Масса такого заполнителя ( $m_3 = 0,3$  кг при  $H_3 = 0,3 H_{об}$  и  $m_3 = 0,5$  кг при  $H_3 = 0,5 H_{об}$ ) в данной оболочке меньше по сравнению с массой воды ( $m_в = 21,7$  кг –  $H_в = 0,3 H_{об}$ ;  $m_а = 36,2$  кг –  $H_в = 0,5 H_{об}$ ), используемой при проводимых исследованиях с оболочками, изготовленных из оргстекла [10, 14, 18], что обеспечивало сохранение целостности тонкостенной стеклопластиковой оболочки.

В проводимых исследованиях стеклопластиковая оболочка при уровнях заполнителя  $H_3 = (0,3; 0,5) H_{об}$ , а также без заполнителя ( $H_3 = 0$  – «сухая оболочка»), подвергалась воздействию вибрации в диапазоне частот  $\Delta f_в = (20 \dots 200)$  Гц при амплитудах ускорения внешнего силового вибровоздействия  $g_в = (1,5 \dots 20) g_0$ .

Для установления степени влияния двухчастотного вибровозбуждения на характер специфики деформирования упругой стенки стеклопластиковой оболочки с заполнителем и без заполнителя вначале исследуемая оболочка подвергалась одночастотному силовому воздействию вибрации. Как показали ранее проведенные исследования [3, 6, 9], при одночастотном вибровозбуждении тонкостенных стеклопластиковых оболочек (в основном «сухих оболочек») существенно интенсифицируются процессы нелинейного деформирования стенки оболочки в области резонансных частот, особенно при реализации бегущей окружной волны. При этом определяется спектр резонансных частот, в области которых реализуются наиболее интенсивные процессы деформирования оболочки при меньших амплитудах внешнего возбуждения, а также диапазон частот, в которых реализуется процесс деформирования стенки оболочки в виде бегущей волны. Также определялись уровни внешнего вибровозбуждения  $g_в$ , при которых реализуются эти процессы, и степень влияния уровня заполнителя  $H_3$  на них. Исходя из полученной информации о специфике реализации каждого из данных нелинейных процессов и их интенсивности при одночастотном поперечном вибронагружении определялись соответствующие варианты двухчастотного возбуждения.

## §2. Результаты экспериментальных исследований.

**2.1. Режимы деформирования упругой стенки стеклопластиковой оболочки при одночастотном вибровозбуждении.** Перед исследованием специфики процессов деформирования упругой стенки стеклопластиковой оболочки предварительно определялись собственные частоты и формы ее изгибных колебаний. Искомые частоты

ты фиксировались по моменту наступления фазового резонанса [6, 8, 13, 14]. Одновременно, как визуально с использованием мерного клина [5], так и с помощью виброщупа устанавливались пары волновых чисел  $n$  ( $n$  – число волн по окружности) и измерялись величины амплитуд в пучностях этих мод на свободном торце оболочки.

В результате проведенных экспериментальных исследований выявлено, что используемая стеклопластиковая цилиндрическая оболочка при реализации колебаний оболочечного типа ( $n \geq 2$ ) характеризуется «сопряженными» изгибными формами [3, 6, 9, 13, 14], т.е. геометрически подобными формами (с одним и тем же количеством узловых точек и пучностей), но сдвинутыми по фазе в окружном направлении на угол  $\varphi = \pi / 2n$  и отвечающими различным частотам. Как известно [9], эти формы являются следствием влияния имеющихся начальных несовершенств (малых отклонений от идеальной геометрической формы, неоднородности материала оболочки и т.п.).

На первом этапе исследований определен спектр резонансных частот  $F_p$  в диапазоне  $\Delta f_b = (20 \dots 400)$  Гц, на которых возбуждаются окружные «сопряженные» изгибные формы при радиальном силовом виброн нагружении. В результате исследований выявлено три пары резонансных частот сопряженных форм. При этом, возбуждение колебаний свободного торца оболочки в радиальном направлении каждой из сопряженных форм зависит не только от частоты возбуждения  $f_b$ , но и от величины амплитуды  $g_b$ .

Так, при амплитуде вибровозбуждения  $g_b = 3g_0$  в «сухой» оболочке возбуждаются две окружные сопряженные формы с волновым параметром  $n = 4$ . Колебания по типу  $n = 3$  при  $g_b = (2 \dots 4)g_0$  возбуждаются только на одной из двух сопряженных форм. Как отмечено ранее [13, 16], для возбуждения второй формы требуется большой уровень виброн нагружения. В используемой сухой оболочке вторая сопряженная форма по типу  $n = 3$  возбуждается при уровнях  $g_b = 5g_0$ . Возбуждение колебаний стенки оболочки с волновым параметром  $n = 5$  реализуется при  $g_b = 15g_0$ .

Численные значения резонансных частот  $F_{p_1}$  и  $F_{p_2}$  используемой сухой оболочки с волновыми параметрами  $n = 3, 4$  и  $5$ , которые соответствуют сопряженным формам, даны в табл. 1. Регистрация частот  $F_p$  производилась при уровнях радиального силового возбуждения  $g_b$ , указанных выше. Там же представлены данные этих значений  $g_b$  для каждого типа  $n$ , а также данные об максимальных амплитудах колебаний  $2A$  стенки оболочки в пучности каждой из сопряженных форм на резонансных частотах.

Таблица 1

$g_0, 2A$	$n = 3$		$n = 4$		$n = 5$	
	$F_{p_1}, \text{Гц}$	$F_{p_2}, \text{Гц}$	$F_{p_1}, \text{Гц}$	$F_{p_2}, \text{Гц}$	$F_{p_1}, \text{Гц}$	$F_{p_2}, \text{Гц}$
	39,5	40,65	52,0	54,5	84,5	86,5
$g_b$	5	5	3	3	15	15
$2A, \text{мм}$	11	12	5	4,5	3	3

Как видно из приведенных данных (табл. 1), колебания с наибольшими амплитудами  $2A$  свободного торца оболочки в радиальном направлении при небольших уровнях внешнего вибровоздействия  $g_b$  возбуждаются в области резонансных частот сопряженных форм с волновыми параметрами  $n = 3, 4$ , соответствующими минимальным частотам, о чем отмечено ранее [13, 16].

Исследование зависимостей собственных частот оболочки от амплитуды внешнего возбуждения  $g_b$  и уровня пенопластикового заполнителя  $H_3$  позволило выявить, что с увеличением амплитуды возбуждения  $g_b$  частоты  $F_p$  уменьшаются, а при увеличении уровня заполнителя – незначительно возрастают. Данные о собственных частотах одной из сопряженных форм с волновым параметром  $n = 3$ , которые возбуждаются при меньших амплитудах, в зависимости от  $g_b$  и  $H_3$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

$H_3 / H_{06}$	$g_b / F_{p_2}$	$g_b / F_{p_2}$	$g_b / F_{p_2}$
	$3 g_0$	$6 g_0$	$10 g_0$
0	40,7 Гц	40,6 Гц	40,3 Гц
0,3	40,9 Гц	40,75 Гц	40,5 Гц
0,5	41,4 Гц	41,3 Гц	41,0 Гц

Кроме того, при проведении экспериментальных исследований установлено существенное демпфирующее влияние заполнителя на колебания оболочки, в частности, на колебания в окружном направлении. На рис. 1 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ), соответствующие волновому деформированию по типу «стоячая волна»  $n = 3$  при уровнях заполнителя  $H_3 =$  (кривые: 0; 0,2; 0,5) кривые 1 – 3, соответственно  $H_{06}$  при амплитуде внешнего воздействия  $g_b = 3g_0$ .

Анализ полученных результатов экспериментальных исследований показал, что наличие пенопластикового заполнителя не только интенсифицирует процесс демпфирования (особенно при уровне  $H_3 = 0,5H_{06}$  – рис. 1, кривая 3), но и сужает диапазон частот, в котором возбуждаются интенсивные колебания стенки оболочки.

При дальнейших исследованиях установлено, что от величины амплитуды внешнего радиального силового возбуждения  $g_b$  зависят не только величины резонансных частот, но и формы колебаний стенки оболочки, особенно в окружном направлении.

В результате проведенных исследований установлено, что в зависимости от уровня амплитуды внешнего возбуждения  $g_b$  в определенных областях частот, которые находятся между резонансными частотами сопряженных форм, реализуются традиционные вынужденные колебания оболочки (типа стоячих волн) или бегущие в окружном направлении изгибные волны. Как известно [3, 9], режимы бегущих волн являются следствием наложения двух стоячих волн, определенным образом «ориентированных» относительно друг друга, а именно, сдвинутых по фазе в окружном направлении, что приводит к достаточно сложному виду деформирования. Кроме того, обнаружено, что процесс реализации бегущей волны зависит не только от уровня амплитуды внешнего возбуждения, но и от величины разности резонансных частот сопряженных форм  $F_{p_1}$  и  $F_{p_2}$ . При этом величина амплитуды внешнего вибровозбуждения  $g_b$ , при которой реализуется бегущая волна, в свою очередь, зависит от уровня заполнителя  $H_3$ , находящегося в оболочке.

Бегущая волна в исследуемой оболочке при одночастотном вибровозбуждении реализуется в области первых сопряженных резонансных частот ( $F_{p_1}$ ,  $F_{p_2}$ ) при волновом числе  $n = 3$  и разности данных частот около одного герца. В ходе экспериментальных исследований установлено, что при увеличении уровня заполнителя  $H_3$  частота бегущей волны  $F_6$  незначительно уменьшается, а реализация этого явления происходит при больших уровнях внешнего возбуждения. В табл. 3 приведены данные о частотах бегущей волны  $F_6$  и амплитудах внешнего возбуждения  $g_b$  для уровней заполнителя  $H_3 = (0; 0,3; 0,5) H_{06}$ , при которых начинает возбуждаться данная волна деформирования стенки оболочки.

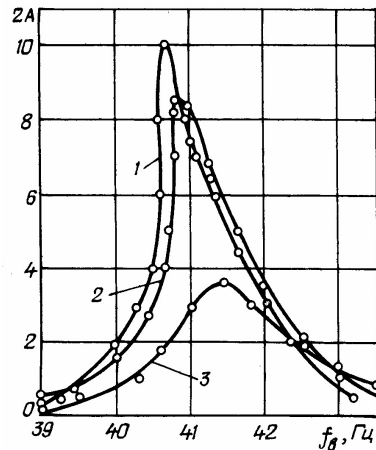


Рис. 1

Таблица 3

$g_b; F_6$	$H_3 / H_{06}$		
	0	0,3	0,5
$g_b$	4,6	5,5	10,5...11,0
$F_6, \text{ Гц}$	40,5	40,4	40,3

При исследовании специфики процессов деформирования стенки оболочки в области резонансных частот сопряженных форм с волновым параметром  $n = 4$  при разности резонансных частот сопряженных форм  $F_{p_1} - F_{p_2} = \Delta(2,5 \dots 3)$  Гц бегущая волна в окружном направлении и при уровне силового вибровозбуждения  $g_b = 20g_0$  не реализуется.

Таким образом, анализ результатов исследований при одночастотном возбуждении показал, что наиболее широкий спектр специфики нелинейных процессов деформирования упругой стенки оболочки наблюдается в области наименьших резонансных частот сопряженных форм с волновым параметром  $n = 3$ .

**2.2. Специфика процессов деформирования упругой стенки оболочки при суммарном двухчастотном поперечном силовом вибровозбуждении.** Исходя из установившегося характера специфики процессов деформирования стенки упругой стеклопластиковой оболочки, «сухой» и при наличии пенопластикового заполнителя, при одночастотном силовом радиальном вибровозбуждении, в дальнейших исследованиях использовано несколько вариантов двухчастотного вибронагружения. В данной серии исследований принят набор частот, соответствующий частотам сопряженных форм с волновыми параметрами  $n = 3$  и  $4$ , в области которых реализуются наиболее интенсивные процессы деформирования (что отмечено ранее). При этом основное внимание уделено исследованию специфики деформирования стенки оболочки в зависимости от уровня амплитуды внешнего возбуждения.

В одном из вариантов экспериментальных исследований в качестве основной частоты возбуждения  $f_b^1$  задавалась одна из резонансных частот сопряженных форм по деформации стенки оболочки  $f_b^1 = F_p$ , а вторая частота  $f_b^2$  выбралась равной:

$$\text{частотам, близким по значению к первой частоте возбуждения } f_b^2 \approx f_b^1 = F_p;$$

частоте, соответствующей другой резонансной частоте при одном и том же волновом параметре  $n$  ( $f_b^1 = F_{p_1} + f_b^2 = F_{p_2}$ ).

В другом варианте основная частота  $f_b^1$  возбуждения соответствовала частоте бегущей волны  $f_b^1 = F_6$ , а другая ( $f_b^2$ ) – близким частотам к частоте бегущей волны ( $f_b^1 = F_6 + f_b^2 \approx F_6$ ).

Анализ результатов исследований показал, что наиболее существенное влияние на специфику нелинейных процессов деформирования упругой стенки оболочки наблюдается в случае суммарного воздействия одной из резонансных частот  $F_{p_2}$  окружной формы или частоты бегущей волны  $F_6$  с волновым параметром  $n = 3$  с частотой близкой по значению к данным частотам:  $f_b^1 = F_{p_2} + f_b^2 \approx F_{p_2}$ ;  $f_b^1 = F_6 + f_b^2 \approx F_6$ .

«Сухая» оболочка ( $H_3 = 0$ ) подвергалась двухчастотному возбуждению, частоты которого ( $f_b^1 + f_b^2$ ) равны резонансной частоте  $f_b^1 = 40,7 \text{ Гц} = F_{p_2}$  поперечных колебаний стенки оболочки, одной из сопряженных форм с волновым параметром  $n = 3$ , на которой колебания реализуются при меньшей амплитуде возбуждения  $g_b$ , и близкой ей частоте  $f_b^2 = 40,6 \text{ Гц}$  при уровне поперечного силового воздействия  $g_b = 3g_0$ . Такое совместное воздействие приводит к возникновению режима биений [5] (частота

биений  $\omega_b \approx 0,1$  Гц), характеризующегося, в данном случае, как изменением амплитуды виброускорения внешнего силового воздействия при постоянном уровне усилия, прикладываемого к подвижной платформе вибростенда, так и амплитуды колебаний стенки оболочки.

В табл. 4 приведены данные о степени изменения амплитуд колебаний: стенки оболочки в пучностях  $2A$  мм с волновым параметром  $n = 3$  и внешнего воздействия  $G = (f_b^1 + f_b^2)$  при двухчастотном возбуждении  $F = 2A (f_b^1 + f_b^2)$ , а также данные об амплитудах колебаний стенки оболочки  $F_1 = 2A (f_b^1)$  при одночастотном возбуждении  $G_1 = g_b (f_b^1)$  с уровнями заполнения  $H_3 = (0; 0,3; 0,5) H_{об}$ .

Таблица 4

$f_b^i$ , Гц; $F, F_1, G, G_1$ ;	$H_3 / H_{об}$		
	0	0,3	0,5
$f_b^1$	40,7	40,9	41,4
$f_b^2$	40,6	40,8	41,3
$F$	7,5 ... 11	6 ... 9	2,5 ... 4,0
$G$	2,5 ... 4	3 ... 3,8	3 ... 3,5
$F_1$	10	8,5	3,5
$G_1$	3	3	3

Как видно из приведенных данных (табл. 4), в результате реализации режима биений при данном варианте возбуждения ( $f_b^1 = 40,7$  Гц +  $f_b^2 = 40,6$  Гц) происходит изменение амплитуды силового возбуждения в пределах  $g_b = (2,5 \dots 4)g_0$ , а также, соответственно, и амплитуды колебаний стенки оболочки («сухой») в пучностях  $-2A = (7,5 \dots 11)$  мм. При одночастотном возбуждении ( $f_b^1 = 40,7$  Гц;  $g_b = 3g_0$ ) амплитуда колебаний стенки оболочки достигла значения:  $2A = 10$  мм.

Процесс деформирования стенки «сухой» оболочки с волновым параметром  $n = 4$  при двухчастотном возбуждении ( $f_b^1 = F_{p_1} (52,1 \text{ Гц}) + f_b^2 (52,0 \text{ Гц}) \approx F_{p_1}$ ) реализуется с меньшими амплитудами колебаний:  $2A = (4,0 \dots 6,0)$  мм при  $g_b = (2,3 \dots 3,2)g_0$ .

При проведении дальнейших исследований установлено, что при двухчастотном возбуждении не только интенсифицируется процесс деформирования стенки оболочки, но и расширяется диапазон частот, в котором возбуждаются интенсивные суммарные колебания стенки оболочки, по сравнению с одночастотным возбуждением. Наиболее существенно этот диапазон расширяется в области наименьших резонансных частот сопряженных форм с волновым параметром  $n = 3$ .

Как видно из приведенных на рис. 2 значений (АЧХ), соответствующих волновому деформированию по типу «стоячая волна»  $n=3$ , при уровне заполнителя  $H_3 = 0$ , полученных при одночастотном ( $f_b^1 = 40,7$  Гц,  $g_b = 3g_0$ , кривая 1) и при двухчастотном ( $f_b^1 = 40,7$  Гц,  $f_b^2 = \Delta (38,5 \dots 43,5)$  Гц,  $g_b = (2,5 \dots 4)g_0$ , кривые 2) внешних радиальных силовых возбуждениях, диапазон частот при двухчастотном внешнем воздействии шире диапазона частот при одночастотном возбуждении, в которых реализуются процессы деформирования оболочки с одним и

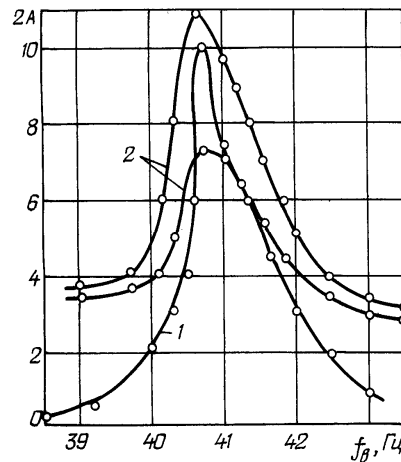


Рис. 2

теми же амплитудами ( $2A$ ). Так, процесс деформирования стенки оболочки в окружном направлении с  $2A = 6$  мм при одночастотном возбуждении реализуется в диапазоне  $\Delta f_b = 0,8$  Гц (рис. 2, кривая 1), а при двухчастотном –  $\Delta f_b = 1,75$  Гц (рис. 2, кривые 2).

В другой серии экспериментальных исследований использованы варианты двухчастотного силового воздействия, частоты которых равны двум резонансным частотам сопряженным формам одного и того же числа  $n$ :  $f_b^1 = F_{p_1}$  (39,5 Гц) +  $f_b^2 = F_{p_2} = (40,65$  Гц) ( $n=3$ ) и  $f_b^1 = F_{p_1}$  (52,0 Гц) +  $f_b^2 = F_{p_2}$  (54,5 Гц) ( $n = 4$ ). При данных вариантах вибрационного воздействия биений  $\omega_o = (1,2 \dots 2,4)$  Гц происходит незначительное изменение как амплитуды суммарного возбуждения  $g_b$ , так и амплитуды колебаний стенки оболочки ( $2A$ ). Так, при варианте возбуждения оболочки с волновым числом  $n = 3$  происходит изменение амплитуд силового возбуждения в пределах  $g_b = (4,5 \dots 5,0)g_0$  и колебаний стенки оболочки в пучности –  $2A = (9 \dots 11)$  мм. При этом форма деформирования оболочки является близкой к стоячей, с незначительно размытыми узловыми точками [13, 16].

Таким образом, анализ результатов показал, что наиболее существенное влияние на специфику нелинейного деформирования упругой стенки оболочки наблюдается в случае суммарного воздействия частоты  $f_b^1$ , равной одной из наименьших резонансных частот  $F_p$  окружной формы колебаний стенки оболочки с параметром  $n = 3$ , и частоты  $f_b^2$ , близкой по значению к данной частоте:  $f_b^1 = F_{p_2} + f_b^2 \approx F_{p_2}$ .

Для исследования специфики процессов деформирования упругой стенки оболочки при реализации режима бегущей волны, который был выявлен при одночастотном радиальном силовом возбуждении в сухой оболочки и при уровнях заполнителя  $H_3 = (0,3; 0,5)H_{06}$ , использовано несколько вариантов двухчастотного возбуждения. В данной серии исследований использовался набор частот, соответствующий частотам в области резонансных частот сопряженных форм с волновым параметром  $n = 3$ , в которой реализуются данные нелинейные процессы деформирования.

При этом, как было установлено, при одночастотном вибровозбуждении, специфика деформирования стенки оболочки в окружном направлении зависит не только от частоты, но и от амплитуды внешнего возбуждения, т.е., в зависимости от уровня амплитуды  $g_b$  внешнего возбуждения происходит реализация бегущей или стоячей окружной формы деформирования верхнего торца оболочки. Бегущая волна реализуется при больших амплитудах  $g_b$ , а стоячая – при меньших.

При исследовании специфики процессов деформирования сухой оболочки при двухчастотном вибровозбуждении  $f_b^1 + f_b^2$  в качестве основной частоты  $f_b^1$  возбуждения использована частота, которая соответствует частоте бегущей волны  $f_b^1 = F_o$ , а другая ( $f_b^2$ ) равна близким частотам ( $f_b^1 = F_o$  (40,5 Гц) +  $f_b^2 \approx F_o$  ( $\Delta$  (39,5 ... 42,0) Гц).

На рис. 3 приведены величины (АЧХ), отражающие уровни деформирования свободного торца сухой оболочки при одночастотном (кривая 1) и двухчастотном (кривые 2) возбуждениях, при стартовом уровне  $g_b = 5,5g_0$ .

При двухчастотном возбуждении «сухой» оболочки анализ результатов экспериментальных исследований показал, что в данной области частот  $\Delta f_b = (39,5 \dots 42,0)$  Гц в результате изменения уровня возбуждения  $g_b$ , обусловленного реализацией режи-

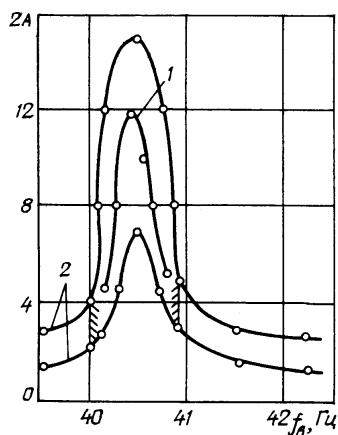


Рис. 3

ма биения при взаимодействии двух частот возбуждения [5], происходит циклическое изменение формы деформирования оболочки от режима бегущей волны к стоячей и наоборот. Бегущая волна реализуется в диапазоне частот  $\Delta f_b = (40,0 \dots 40,9)$  Гц (рис. 3, кривые 2, область бегущей волны заштрихована).

Наиболее интенсивно данный процесс деформирования свободного торца сухой оболочки реализуется при двухчастотном возбуждении, частоты которого ( $f_b^1 + f_b^2$ ) равны частоте бегущей волны  $f_b^1 = F_0 = 40,5$  Гц и близкой к ней частоте  $f_b^2 = 40,4$  Гц. При данном суммарном воздействии двух частот циклический процесс реализуется в пределах  $t = (14 \dots 15)$  сек при изменении амплитуды возбуждения  $g_b = (4,4 \dots 7,1)g_0$ . При этом бегущая волна реализуется при  $g_b = (4,6 \dots 7,1)g_0$  в пределах  $t = (11 \dots 12)$  сек, а при уровнях  $g_b = (4,4 \dots 4,6)g_0$  реализуется стоячая волна в пределах  $t = (2 \dots 3)$  сек.

При проведении исследований специфики процессов деформирования композитной оболочки при наличии в ней заполнителя установлено, что циклические процессы, описанные выше, реализуются при больших амплитудах внешнего вибровоздействия  $g_b$  и в меньших диапазонах частот.

Цилиндрическая оболочка при уровне заполнителя  $H_3 = 0,5 H_{об}$  подвергалась двухчастотному радиальному силовому воздействию, основная частота которого равна частоте бегущей волны ( $f_b^1 = F_0$ ), а другая ( $f_b^2$ ) равна одной из близких частоте бегущей волны ( $f_b^1 = F_0 = 40,3$  Гц +  $f_b^2 \approx F_0 = \Delta (39,5 \dots 41,5)$  Гц).

На рис. 4 приведены амплитудно-частотные характеристики, отражающие уровни деформирования свободного торца оболочки с уровнем заполнителя  $H_3 = 0,5 H_{об}$  при одночастотном (кривая 1) и двухчастотном (кривые 2) возбуждениях, и стартовом уровне  $g_b = 12,5g_0$ . Как установлено ранее, при одночастотном вибровоздействии реализация процесса деформирования стенки оболочки по типу бегущая волна при наличии заполнителя происходит при больших уровнях возбуждения в отличие от сухой оболочки.

При данном уровне заполнения ( $H_3 = 0,5 H_{об}$ ) циклический процесс изменения формы деформирования свободного торца оболочки от бегущей волны к стоячей и наоборот, реализуется в диапазоне частот  $\Delta (40,1 \dots 40,5)$  Гц (рис. 4, кривые 2, область бегущей волны заштрихована).

При наличии заполнителя в оболочке наиболее интенсивно циклический процесс деформирования стенки оболочки, как и в сухой оболочке, реализуется при двухчастотном возбуждении, частоты которого равны частоте бегущей волны и близкой к ней частоте:  $f_b^1 = F_0 = 40,3$  Гц +  $f_b^2 = 40,2$  Гц ( $H_3 = 0,5 H_{об}$ ). При данном варианте возбуждения циклический процесс деформирования оболочки реализуется в пределах  $t = (9 \dots 10)$  сек при изменении амплитуды возбуждения  $g_b = (10 \dots 14) g_0$ . Бегущая волна реализуется при  $g_b = (11 \dots 14)g_0$  в пределах  $t = (7 \dots 8)$  сек, а при уровнях  $g_b = (10 \dots 11)g_0$  реализуется стоячая волна в пределах  $t = (1 \dots 2)$  сек.

#### Заключение.

Таким образом, в данной работе экспериментально установлено, что в исследуемой упругой цилиндрической композитной оболочке, изготовленной из стеклопластика, реализуются при двухчастотном вибровозбуждении довольно сложные динамические процессы деформирования, по сравнению с одночастотным воздействием вибрации. Выявлено, что наиболее специфически и интенсивно сложные нелинейные процессы динамического деформирования упругой стенки оболочки реализуются в

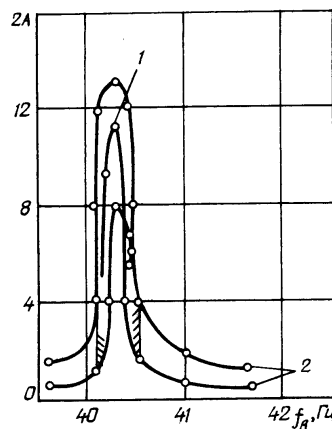


Рис. 4



области наименьших резонансных частот сопряженных окружных форм. Из полученных в работе результатов следует, что особенно сложные процессы деформирования происходят при реализации режимов биения и взаимодействия окружных форм в определенном диапазоне частот и при определенных уровнях вибровоздействия, которые обуславливают циклическое изменение амплитуды и формы деформирования от бегущей волны к стоячей в окружном направлении. Обнаружено, что наличие пенопластикового заполнителя в оболочке интенсифицирует процесс деформирования.

РЕЗЮМЕ. Наведено результати експериментальних досліджень специфіки нелінійних динамічних процесів деформування пружної стінки склопластикової циліндричної оболонки (сухі та з заповнювачем) при двочастотному збудженні в результаті реалізації режиму биття. Виявлено, що нелінійні процеси деформування оболонки при радіальному двочастотному періодичному збудженні в результаті реалізації режиму биття, особливо в зоні найменших резонансних частот, можуть супроводжуватись циклічною зміною амплітуди та форми деформування від біжучої хвилі до стоячої хвилі в коловому напрямку.

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 448 с.
2. Богданович А.Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. – Рига: Зинатне, 1987. – 295 с.
3. Ганиев Р.Ф., Ковальчук П.С. Динамика систем твердых и упругих тел. – М.: Машиностроение, 1980. – 208 с.
4. Ганиев Р.Ф., Лакиза В.Д., Кулик В.В. Движение газожидкостной среды, находящейся в оболочке, при сложном вибрационном воздействии // Машиноведение. – 1980. – № 1. – С. 3 – 4.
5. Иорши Ю.И. Виброметрия. – М.: МАШГИЗ, 1963. – 771 с.
6. Ковальчук П.С., Лакиза В.Д. Экспериментальные исследования вынужденных колебаний с большими прогибами стеклопластиковых оболочек вращения // Прикл. механика. – 1995. – 31, № 11. – С. 63 – 69.
7. Ковальчук П.С., Подчасов Н.П., Пучка Г.Н. Исследование вынужденных колебаний заполненных жидкостью цилиндрических оболочек с учетом нелинейного взаимодействия различных изгибных форм // Прикл. механика. – 2006. – 42, № 8. – С. 97 – 106.
8. Кононенко В.О., Галака П.И., Бондаренко А.А. и др. Исследование колебаний стеклопластиковых оболочек. – К.: Наук. думка, 1974. – 84 с.
9. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм изгибных колебаний цилиндрических оболочек. – К.: Наук. думка, 1984. – 220 с.
10. Кубенко В.Д., Лакиза В.Д. О виброрезонансных режимах движения газожидкостных сред в оболочечных конструкциях при полигармоническом возбуждении // Прикл. механика. – 1998. – 34, № 1. – С. 64 – 70.
11. Кубенко В.Д., Лакиза В.Д., Павловский В.С., Пелых Н.А. Динамика упругогазожидкостных систем при вибрационных воздействиях. – К.: Наук. думка, 1988. – 256 с.
12. Механика композитных материалов и элементов конструкций: В 3-х т. / Под общ. ред. А.Н. Гузя.; Т. 2. Механика элементов конструкций – К.: Наук. думка, 1983. – 464 с.
13. Механика композитов: В 12-ти т. / Под общ. ред. А.Н. Гузя. Т.9. Динамика элементов конструкций / В.Д.Кубенко В.Д., А.Э.Бабаев, В.Д.Лакиза В.Д. и др. – К.: «АСК», 1999. – 379 с.
14. Экспериментальные исследования тонкостенных конструкций / А.Н. Гузь, В.А.Заруцкий, ... , В.Д.Лакиза и др. – К.: Наук. думка, 1984. – 240 с.
15. Kovalchuk P.S., Kruk L.A. Nonlinear Parametric Vibrations of the Orthotropic Cylindrical Shells Interacting with a Pulsating Fluid Flow // Int. Appl. Mech. – 2009. – 45, N 9. – P. 1007 – 1015.
16. Kubenko V.D., Kovalchuk P.S. Experimental Studies of the Vibrations and Dynamic Stability of Laminated Composite Shells // Int. Appl. Mech. – 2009. – 45, N 5. – P. 514 – 534.
17. Kubenko V.D., Kovalchuk P.S., Kruk L.A. Nonlinear Vibrations of Cylindrical Shells Filled with a Fluid and Subjected to Longitudinal and Transverse Periodic Excitation // Int. Appl. Mech. – 2010. – 46, N 2. – P. 186 – 194.
18. Lakiza V.D. Dynamics of an Elastic Cylindrical Shell with a Gas-Liquid Medium Subject to Two-Frequency Vibrational Excitation // Int. Appl. Mech. – 2008. – 44, N 11. – P. 1294 – 1301.

Поступила 28.12.2009

Утверждена в печать 21.10.2010