

В.И. Гуляев<sup>1</sup>, П.З. Луговой<sup>2</sup>, Е.Н. Андрусенко<sup>1</sup>

**ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН  
В КРИВОЛИНЕЙНЫХ СКВАЖИНАХ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМИ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ**

<sup>1</sup> *Национальный транспортный университет,  
ул. Суворова, 1, 01010, Киев, Украина; e-mail: valery@gulyayev.com.ua*

<sup>2</sup> *Институт механики им. С. П. Тимошенко НАНУ  
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина*

**Abstract.** On the basis of the theory of curvilinear flexible rods the problem on the elastic bending of drill strings in the channels of curvilinear deep bore-holes with geometric imperfections of their axial lines is stated. Through the use of numerical methods the analysis of the dependence of the force resistance on the amplitudes, step lengths and localization places of harmonic imperfections is performed. The calculation results are discussed.

**Key words:** drill string, curvilinear bore-hole, geometric imperfections, resistance forces, sensitivity.

**Введение.**

При разработке шельфовых месторождений нефти и газа наибольшее распространение получили три способа проходки скважин. Первый способ мало зависит от глубины морского дна, под которым расположено месторождение, и его отдаления от линии берега. Для реализации этого способа используются специальные океанские суда и с его помощью пробурена, например, скважина с глубины 3050 м океанского дна в Мексиканском заливе глубиной более 4000 м в скальной породе под дном [12]. Менее трудоёмким и более распространённым является второй способ – бурение скважин с морских стационарных платформ, установленных в шельфовых акваториях на сравнительно небольших глубинах. Очевидно, что ещё более простым является третий способ – бурение с наземных установок.

Для двух последних способов характерным является проходка криволинейных скважин, достигающих месторождения на некоторых удалениях от бурильных установок. Эти расстояния уже превышают 12000 м по горизонтали и планируются скважины с удалениями до 15000 м [6].

Важно отметить, что создание криволинейных скважин с большим удалением позволяет не только осуществлять прицельное достижение удалённых подземных месторождений нефти и газа, но и существенно повысить дебет скважины и полноту отбора топлива. Так, для вертикальных скважин удаётся извлечь всего лишь до 37% объёма топлива, для криволинейных скважин этот показатель увеличивается до 55%. Однако технологии бурения криволинейных скважин связаны с повышенной аварийностью и, поскольку число безаварийных пробуренных в мире скважин составляет только 67% [11], проблема практического внедрения технологий бурения глубоких скважин раз-

личной пространственной ориентации сопряжена с необходимостью теоретического моделирования механических явлений, сопутствующих бурению, с целью предупреждения аварийных режимов.

Современный этап эксплуатации большинства легкодоступных месторождений нефти, газа и газового конденсата в Украине характеризуется завершающей стадией. В то же время большие запасы углеводородных топлив обнаружены в шельфовых зонах Чёрного и Азовского морей на глубинах 7 км и ниже. Учитывая актуальность для энергетики Украины вопросов разработки технологий бурения глубоких криволинейных скважин, можно сделать вывод, что проблема математического моделирования механики колонн глубокого бурения в скважинах различных очертаний составляет важную научную и прикладную проблему.

Задачи исследования изгибной устойчивости вертикальных колонн глубокого бурения (БК) рассмотрены в публикациях [8, 10]; статья [7] посвящена анализу их изгибных и крутильных колебаний; в работах [5, 6, 11 – 14] исследуется механическое поведение БК в криволинейных скважинах на основе моделирования их абсолютно гибкими нитями, в [9] этот вопрос изучается с позиции формулирования прямых и обратных задач изгибания криволинейного упругого стержня. Обзоры публикаций по этим проблемам даны в [2,3].

В данной работе поставлена задача об определении сил сопротивления, препятствующих движению БК в криволинейной скважине с локализованными геометрическими несовершенствами её осевой линии. Анализируются случаи, когда из-за наличия несовершенств подвижность БК резко снижается и имеет место эффект её записания (прихвата).

### 1. Постановка задачи об упругом изгибании БК в криволинейной скважине.

Пусть БК находится в канале криволинейной скважины, осевая линия которой в декартовой прямоугольной системе координат  $Oxyz$  определяется радиус-вектором

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}(s), \quad (1)$$

где  $\vec{\rho} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ;  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты системы  $Oxyz$ ;  $s$  – параметр, измеряемый длиной осевой линии от некоторой начальной точки до текущей. Примем, что осевые линии БК и скважины совпадают.

Рассмотрим явление изгибания БК при её движении в канале скважины в процессе бурения или выполнения спуско-подъёмных операций.

Примем, что радиусы кривизны  $R$  и кручения  $T$  кривой (1) настолько велики по сравнению с диаметром БК, что её деформирование происходит в упругой стадии.

Напряжённое состояние каждого условно выделенного элемента БК определяется главными векторами внутренних сил  $\vec{F}(s)$  и моментов  $\vec{M}(s)$  в сечениях БК и распределёнными векторами внешних сил и моментов интенсивностью  $\vec{f}(s)$  и  $\vec{m}(s)$ . Силы  $\vec{f}$  включают в себя силы тяжести  $\vec{f}^{gr}(s)$ , а также силы контактного взаимодействия  $\vec{f}^c(s)$  и силы трения  $\vec{f}^{fr}(s)$  между наружной поверхностью трубы БК и стенкой скважины. Внешний распределённый момент  $\vec{m}(s)$  состоит только из момента сил трения  $\vec{m}^{fr}(s)$ . В связи с этим можно записать

$$\vec{f} = \vec{f}^{gr} + \vec{f}^c + \vec{f}^{fr}; \quad \vec{m} = \vec{m}^{fr}. \quad (2)$$

Чтобы представить функции  $\vec{F}(s)$ ,  $\vec{M}(s)$  через деформации трубы БК, введём орты  $\vec{e}, \vec{n}, \vec{b}$  подвижного триедра осевой линии БК [1]

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{\rho}}{ds}; \quad \vec{n} = R \frac{d\vec{\tau}}{ds}; \quad \vec{b} = \vec{\tau} \times \vec{n}. \quad (3)$$

Запишем эти равенства в скалярной форме:

$$\tau_x = x', \quad \tau_y = y', \quad \tau_z = z';$$

$$n_x = Rx'', \quad n_y = Ry'', \quad n_z = Rz'';$$

$$b_x = \tau_y n_z - \tau_z n_y, \quad b_y = \tau_z n_x - \tau_x n_z, \quad b_z = \tau_x n_y - \tau_y n_x.$$

Используем также подвижную систему осей  $(u, v, w)$ , ось  $w$  которой направлена вдоль орта  $\vec{\tau}$ , а оси  $u, v$  ориентированы вдоль главных центральных осей инерции поперечного сечения БК. Для круглого сечения трубы они могут быть выбраны произвольно ориентированными в недеформированном состоянии БК.

Рассмотрим векторы  $\vec{F}$ ,  $\vec{M}$  в системе осей  $(u, v, w)$ . При определении  $F_u$ ,  $F_v$ ,  $F_w$  примем [1], что осевая линия трубчатого стержня БК не растяжима. Тогда эти силы являются чисто статическими факторами и определяются из условий равновесия. Проекции  $M_u$ ,  $M_v$ ,  $M_w$  главного момента  $\vec{M}$  с помощью закона Гука представим в виде

$$M_u = A(p - p_0); \quad M_v = A(q - q_0); \quad M_w = C(r - r_0). \quad (4)$$

Здесь  $A = EI$ ,  $C = GI_w$  – жёсткости при изгибе и кручении;  $p$ ,  $q$ ,  $r$  – функции кривизны и кручения стержня;  $p_0$ ,  $q_0$ ,  $r_0$  – эти же функции в исходном (ненапряжённом) состоянии. В данном случае можно принять, что  $p_0 = 0$ ,  $q_0 = 0$ ,  $r_0 = 0$ .

Величины  $p$ ,  $q$ ,  $r$  выражаются через кривизну  $k_R$ , кручение  $k_T$  и угол  $\chi$  между ортом  $\vec{n}$  и осью  $u$  [1, 4]

$$p = k_R \sin \chi; \quad q = k_R \cos \chi; \quad r = k_T + \frac{d\chi}{ds}, \quad (5)$$

где введены обозначения:

$$k_R = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2}; \quad k_T = k_R^{-2} \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix} \quad (6)$$

(штрихом обозначено дифференцирование по  $s$ ).

Действующие на элемент БК внешние и внутренние силы и моменты удовлетворяют уравнениям равновесия [1]

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{f}; \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}. \quad (7)$$

В связи с тем, что составляющие (4) момента  $\vec{M}$  выражены в системе осей  $(u, v, w)$ , поворачивающейся с изменением  $s$ , удобно векторные уравнения (7) также записывать в этой системе. Тогда полные производные  $d\vec{F}/ds$ ,  $d\vec{M}/ds$  можно представить в виде

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} + \vec{\omega}_\chi \times \vec{F}; \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} + \vec{\omega}_\chi \times \vec{M}, \quad (8)$$

где значком  $\tilde{d}$  обозначена операция локального дифференцирования;  $\vec{\omega}_\chi$  – вектор Дарбу, вычисляемый по формуле

$$\vec{\omega}_\chi = k_R \vec{b} + \left( k_T + \frac{d\chi}{ds} \right) \vec{\tau}.$$

С учётом (8) представим уравнения (7) в виде

$$\frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{F} - \vec{f}; \quad \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{M} - \vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}. \quad (9)$$

Обычно при решении прикладных задач для криволинейного стержня со сложным очертанием осевой линии трудно подобрать переменную  $s$ , параметризующую его геометрию, и вместо  $s$  приходится выбирать некоторый безразмерный параметр  $\vartheta$ . Тогда в вышеприведённых формулах можно перейти к новой переменной  $\vartheta$  с помощью равенства  $ds = D d\vartheta$ , где  $D$  – метрический множитель, вычисляемый по формуле  $D = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$  (точкой над буквой обозначено дифференцирование по  $\vartheta$ ).

В этом случае вместо равенств (6) используются формулы

$$k_R = \sqrt{\frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)(\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2) - (\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z})^2}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^3}}; \quad k_T = k_R^{-2} \frac{\begin{vmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ \ddot{x} & \ddot{y} & \ddot{z} \\ \ddot{x} & \ddot{y} & \ddot{z} \end{vmatrix}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^3}.$$

После такого перехода, принимая во внимание равенства (4), (5) и вводя обозначения  $\chi = h_1$ ;  $d\chi/d\vartheta = dh_1/d\vartheta = h_2$ , перепишем уравнения (9) в скалярной форме

$$\begin{aligned} \frac{dF_u}{Dd\vartheta} &= \left( k_T + \frac{h_2}{D} \right) F_v - k_R \cosh_1 \cdot F_w - f_u^{gr} - f_u^c; \\ \frac{dF_v}{Dd\vartheta} &= k_R \sinh_1 \cdot F_w - \left( k_T + \frac{h_2}{D} \right) \cdot F_u - f_v^{gr} - f_v^c; \\ \frac{dF_w}{Dd\vartheta} &= k_R \cosh_1 \cdot F_u - k_R \sinh_1 \cdot F_v - f_w^{gr} - f_w^c; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{D} \left[ \frac{dk_R}{d\vartheta} \sinh_1 + k_R \cosh_1 \cdot h_2 \right] &= \frac{A-C}{A} \cdot k_R \cosh_1 \left( k_T + \frac{h_2}{D} \right) + \frac{F_v}{A}; \\ \frac{1}{D} \left[ \frac{dk_R}{d\vartheta} \cosh_1 - k_R \sinh_1 \cdot h_2 \right] &= \frac{C-A}{A} \cdot k_R \sinh_1 \left( k_T + \frac{h_2}{D} \right) - \frac{F_u}{A}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{1}{D} \left[ \frac{dk_T}{d\vartheta} - \frac{1}{D^2} \frac{dD}{d\vartheta} h_2 + \frac{1}{D} \frac{dh_2}{d\vartheta} \right] = -\frac{m_w^{fr}}{C}.$$

В этой системе шести уравнений четыре функции  $F_u(\vartheta)$ ,  $F_v(\vartheta)$ ,  $F_w(\vartheta)$ ,  $h_1(\vartheta)$ , определяющие напряжённно-деформированное состояние БК, являются искомыми.

К неизвестным относятся также внешние распределённые силы контактного ( $f_u^c(\vartheta)$ ,  $f_v^c(\vartheta)$ ) и фрикционного ( $f_w^{fr}(\vartheta)$ ) взаимодействия и фрикционный момент  $m_w^{fr}(\vartheta)$ .

Для построения разрешающей системы уравнений приведём соотношения (11) к виду

$$\begin{aligned} F_u &= (C - A)k_R k_T \sinh_1 + Ck_R \frac{h_2}{D} \sinh_1 - \frac{A}{D} \frac{dk_R}{d\vartheta} \cosh_1; \\ F_v &= (C - A)k_R k_T \cosh_1 + Ck_R \frac{h_2}{D} \cosh_1 + \frac{A}{D} \frac{dk_R}{d\vartheta} \sinh_1; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{dh_2}{d\vartheta} = \frac{dD}{Dd\vartheta} h_2 - D \frac{dk_T}{d\vartheta} - \frac{D^2}{C} m_w^{fr}.$$

Продифференцируем по  $\vartheta$  обе части каждого из двух первых уравнений (12) и сравним правые части полученных равенств с соответствующими правыми частями двух первых уравнений системы (10). После этого, с учётом последнего равенства системы (12), построим выражения для распределённых сил контактного взаимодействия:

$$\begin{aligned} f_u^c &= m_w^{fr} k_R \sinh_1 + 2Ak_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \sinh_1 - Ck_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \sinh_1 - \frac{Ch_2}{D^2} \cdot \frac{dk_R}{d\vartheta} \sinh_1 + \\ &+ Ak_R \frac{dk_T}{Dd\vartheta} \sinh_1 - F_w k_R \cosh_1 + Ck_R k_T^2 \cosh_1 - Ak_R k_T^2 \cosh_1 + Ck_R k_T \frac{h_2}{D} \cosh_1 + \\ &+ A \frac{d}{Dd\vartheta} \left( \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \right) \cosh_1 - f_u^{gr}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} f_v^c &= m_w^{fr} k_R \cosh_1 + 2Ak_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \cosh_1 - Ck_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \cosh_1 - \frac{Ch_2}{D^2} \cdot \frac{dk_R}{d\vartheta} \cosh_1 + \\ &+ Ak_R \frac{dk_T}{Dd\vartheta} \cosh_1 + F_w k_R \sinh_1 - Ck_R k_T^2 \sinh_1 + Ak_R k_T^2 \sinh_1 - Ck_R k_T \frac{h_2}{D} \sinh_1 - \\ &- A \frac{d}{Dd\vartheta} \left( \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \right) \sinh_1 - f_v^{gr}. \end{aligned}$$

Силы тяжести  $f_u^{gr}$ ,  $f_v^{gr}$ ,  $f_w^{gr}$  примем активными и известными; они определяются равенствами

$$f_u^{gr} = -F(\gamma_t - \gamma_l)g(n_z \cosh_1 + b_z \sinh_1); \quad f_v^{gr} = F(\gamma_t - \gamma_l)g(n_z \sinh_1 - b_z \cosh_1); \quad (14)$$

$$f_w^{gr} = -F(\gamma_t - \gamma_l)g\tau_z,$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения трубы БК;  $\gamma_t$  – плотность материала трубы;  $\gamma_l$  – плотность промывочной жидкости.

Действующие на БК силы трения  $\vec{f}^{fr}$  обладают спецификой, вызванной движением БК в среде промывочной жидкости. В связи с этим можно предположить, что при

контакте поверхности трубы БК со стенкой скважины реализуются условия ньютонова трения, зависящего от вязкости жидкости. Однако, как показали натурные эксперименты [13, 14], наличие жидкости не приводит к изменению вида фрикционного взаимодействия, которое остаётся кулоновым. Подчёркивается только, что коэффициент  $\mu$  этого трения меняется в широких пределах от 0,15 до 3,0, достигая наибольшие значения в скважинах с быстро изменяющейся геометрией [5, 14]. Заметим, что последнее утверждение нельзя считать обоснованным, так как коэффициент трения Кулона не зависит от сил нормального давления, а определяется только механическими свойствами материалов соприкасающихся тел и качеством обработки их поверхностей. Можно предположить, что найденные завышенные значения  $\mu \approx 3,0$  не являются реальными, а вызваны неправильным вычислением в экспериментах сил нормального давления, которые (как показано в исследованиях авторов) очень чувствительны к геометрическим несовершенствам. В данной работе принято  $\mu = 0,2$ .

Чтобы подсчитать силы трения, примем, что при бурении и выполнении спуско-подъёмных операций БК одновременно совершает осевое движение со скоростью  $\dot{w}$  и вращается с угловой скоростью  $\omega$ . Тогда полную силу трения  $f^{fr} = \mu \cdot f^c = \mu \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2}$  можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие

$$f_w^{fr} = \pm \mu \cdot f^c \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}; \quad f_\omega^{fr} = \pm \mu \cdot f^c \frac{\omega d}{2\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}, \quad (15)$$

которые пропорциональны соответствующим компонентам скоростей  $\dot{w}$  и  $\omega d / 2$  (здесь  $d$  – наружный диаметр трубы БК). Первая из этих сил препятствует осевому движению БК, вторая направлена в окружном направлении и приводят к возникновению распределённого момента сил трения

$$m_w^{fr} = f_\omega^{fr} \cdot \frac{d}{2} = \pm \mu \cdot f^c \frac{\omega d^2}{4\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}. \quad (16)$$

Знаки « $\pm$ » в формулах (15), (16) выбираются в зависимости от направлений движения и вращения БК. В выражении для  $f_w^{fr}$  знак « $-$ » соответствует процедуре подъёма БК, знак « $+$ » – её спуску и процессу бурения.

Построенные выше соотношения позволяют сформулировать систему уравнений упругого изгиба БК в скважине с заданной осевой линией (1). Приведём её к окончательному виду

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{d\vartheta} &= h_2; \quad \frac{dh_2}{d\vartheta} = \frac{dD}{Dd\vartheta} h_2 - D \frac{dk_T}{d\vartheta} - \frac{D^2}{C} m_w^{fr}; \\ \frac{dF_w}{d\vartheta} &= D \cdot k_R \cosh_1 \cdot F_u - D \cdot k_R \sinh_1 \cdot F_v - D \cdot f_w^{gr} - D \cdot f_w^{fr}; \\ F_u &= (C - A) k_R k_T \sinh_1 + C k_R \frac{h_2}{D} \sinh_1 - \frac{A}{D} \frac{dk_R}{d\vartheta} \cosh_1; \\ F_v &= (C - A) k_R k_T \cosh_1 + C k_R \frac{h_2}{D} \cosh_1 + \frac{A}{D} \frac{dk_R}{d\vartheta} \sinh_1; \\ f_w^{fr} &= \pm \mu \cdot \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2} \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}; \\ m_w^{fr} &= \pm \mu \cdot \sqrt{(f_u^c)^2 + (f_v^c)^2} \frac{\omega d^2 / 4}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d / 2)^2}}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
f_u^c &= m_w^{fr} k_R \sinh_1 + 2Ak_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \sinh_1 - Ck_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \sinh_1 - \frac{Ch_2}{D^2} \cdot \frac{dk_R}{d\vartheta} \sinh_1 + \\
&+ Ak_R \frac{dk_T}{Dd\vartheta} \sinh_1 - F_w k_R \cosh_1 + Ck_R k_T^2 \cosh_1 - Ak_R k_T^2 \cosh_1 + Ck_R k_T \frac{h_2}{D} \cosh_1 + \\
&\quad + A \frac{d}{Dd\vartheta} \left( \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \right) \cosh_1 - f_u^{gr}; \\
f_v^c &= m_w^{fr} k_R \cosh_1 + 2Ak_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \cosh_1 - Ck_T \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \cosh_1 - \frac{Ch_2}{D^2} \cdot \frac{dk_R}{d\vartheta} \cosh_1 + \\
&+ Ak_R \frac{dk_T}{Dd\vartheta} \cosh_1 + F_w k_R \sinh_1 - Ck_R k_T^2 \sinh_1 + Ak_R k_T^2 \sinh_1 - Ck_R k_T \frac{h_2}{D} \sinh_1 - \\
&\quad - A \frac{d}{Dd\vartheta} \left( \frac{dk_R}{Dd\vartheta} \right) \sinh_1 - f_v^{gr}.
\end{aligned}$$

Искомые переменные подсчитываются численно. Для интегрирования первых трёх уравнений системы (17) используется метод Рунге – Кутты. На каждом шаге его реализации вначале вычисляются функции  $h_1(\vartheta_i)$ ,  $h_2(\vartheta_i)$ ,  $F_w(\vartheta_i)$ , затем по их найденным значениям подсчитываются остальные неизвестные  $F_u(\vartheta_i)$ ,  $F_v(\vartheta_i)$ ,  $f_w^{fr}(\vartheta_i)$ ,  $m_w^{fr}(\vartheta_i)$ . После этого осуществляется переход к следующему шагу интегрирования.

## 2. Чувствительность сил сопротивления к локализованным гармоническим несовершенствам скважины.

Рассмотрим случай, когда проектное очертание осевой линии скважины имеет вид четверти эллипса

$$x = L \cos \vartheta; \quad y = 0; \quad z = H \sin \vartheta \quad (3\pi/2 \leq \vartheta \leq 2\pi). \quad (18)$$

Здесь полуоси  $H$  и  $L$  равны глубине скважины и удалению по горизонтали её конца от бурильной установки (рис. 1, а).

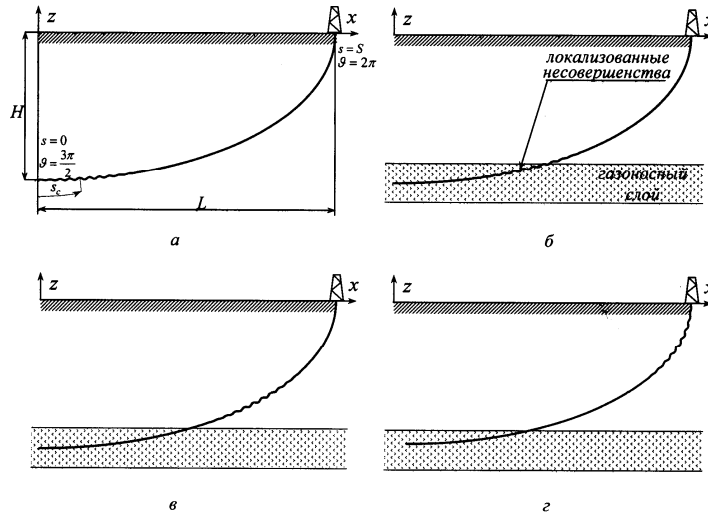


Рис. 1

В результате каких-либо причин, связанных с технологией бурения либо неоднородностями механических свойств скальной породы, в плоскости  $xOz$  осевой линии скважины возникают геометрические искажения в форме косинусоиды  $h \cos(ks)$  с амплитудой  $h$  и волновым числом  $k$ , наложенные на кривую (18). Кроме того, эти

несовершенства имеют локализованный характер, что моделируется видом функции амплитуды  $h(s)$ . Принято, что она изменяется по закону функции Гаусса

$$h(s) = h_c e^{-\alpha^2 \left( \frac{s-s_c}{S} \right)^2}, \quad (19)$$

где константа  $h_c$  задаёт максимальное значение амплитуды  $h(s)$ ;  $S$  – полная длина осевой линии;  $s_c$  – расстояние от начальной точки  $s = 0$  ( $\vartheta = 3\pi/2$ ) до центральной точки несовершенства;  $\alpha$  – коэффициент, определяющий скорость убывания функции  $h(s)$  и (по принятой для функции Гаусса терминологии) представительный диапазон  $l$  изменения  $h(s)$ , вне которого величиной  $h(s)$  можно пренебречь.

Тогда уравнения осевой линии скважины с несовершенствами приобретают окончательную форму

$$\begin{aligned} x &= L \cdot \cos \vartheta - h_c e^{-\alpha^2 \left( \frac{s-s_c}{S} \right)^2} \cdot \cos(ks) \cdot \frac{H \cos \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}}; & y &= 0; \\ z &= H \cdot \sin \vartheta - h_c e^{-\alpha^2 \left( \frac{s-s_c}{S} \right)^2} \cdot \cos(ks) \cdot \frac{L \sin \vartheta}{\sqrt{L^2 \sin^2 \vartheta + H^2 \cos^2 \vartheta}}, \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$s = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\vartheta} D(\vartheta) d\theta = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\vartheta} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} \cdot d\theta; \quad S = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{L^2 \sin^2 \theta + H^2 \cos^2 \theta} \cdot d\theta$$

– полная длина осевой линии.

С помощью этих равенств по формулам (3), (5), (6) подсчитываются все необходимые коэффициенты в системе (17) и проводится интегрирование по  $\vartheta$  методом Рунге – Кутты трёх первых уравнений в пределах от  $\vartheta = 3\pi/2$  до  $\vartheta = 2\pi$ . На каждом шаге интегрирования вычисляются все функции, представленные в системе (17). Начальные условия при  $\vartheta = 3\pi/2$  для функций  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $F_w$  выбираются в зависимости от вида моделируемого режима. Для спуско-подъёмных операций принимается  $h_1(3\pi/2) = 0$ ;  $h_2(3\pi/2) = 0$ ;  $F_w(3\pi/2) = 0$ .

Анализ упругого изгибания трубы БК в скважине с локализованными геометрическими несовершенствами выполнен при следующих значениях характерных параметров:  $L = 4000\text{м}$ ;  $H = 2000\text{м}$ ;  $d = 0,1683\text{м}$ ;  $\delta = 0,01\text{м}$  – толщина трубы БК;  $E = 2,1 \cdot 10^{11}\text{Па}$ ;  $G = 0,8077 \cdot 10^{11}\text{Па}$ ;  $\gamma_{st} = 7850\text{кг/м}^3$ ;  $\gamma_l = 1500\text{кг/м}^3$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $\nu = 100$ . При этих исходных данных длина осевой линии скважины оказалась равной:  $S = 4844\text{м}$ .

Таблица 1

№ п/п	$h_c$ (м)	$F_w(S)$ (Н)	$\frac{F_w(S)}{P_t}$	$\Delta S$ (м)	$M_w(S)$ (Нм)	$\varphi(S)$ (рад)
1	0,0	$0,882 \cdot 10^6$	0,59	1,43	221	0,20
2	0,3	$0,882 \cdot 10^6$	0,59	1,43	221	0,20
3	0,5	$0,882 \cdot 10^6$	0,59	1,43	221	0,20
4	1,0	$0,882 \cdot 10^6$	0,59	1,43	221	0,20
5	2,0	$0,891 \cdot 10^6$	0,59	1,47	229	0,22
6	4,0	$0,954 \cdot 10^6$	0,64	1,69	282	0,29
7	5,0	$0,999 \cdot 10^6$	0,67	1,84	320	0,35



Исследована зависимость сил сопротивления от координаты  $s_c$  центра несовершенства. Для этого выполнены расчёты операции подъёма в состояниях, в которых точка  $s_c$  располагается в середине первой, второй, третьей и четвёртой четвертях четверти эллипса (соответственно, рис.1, а, б, в, г).

Рассмотрены случаи, когда длина волны геометрического несовершенства составляла  $\lambda = 96,88$  и  $48,44$ м. Для первого случая шаг численного интегрирования выбирался равным:  $\Delta\vartheta = (2\pi - 3\pi/2)/8000$ , для второго:  $\Delta\vartheta = (2\pi - 3\pi/2)/16000$ . В табл.1 приведены найденные значения продольной силы  $F_w(S)$  и крутящего момента  $M_w(S)$  в точке подвеса БК, а также величин  $F_w(S)/P_t$ ,  $\Delta S$ ,  $\varphi(S)$  для различных значений  $h_c$  при  $\lambda = 96,88$ м и расположении центра несовершенства в середине первой четверти длины БК ( $s_c = S/8 = 605,5$ м; рис. 1, а). В отношении  $F_w(S)/P_t$  зна-

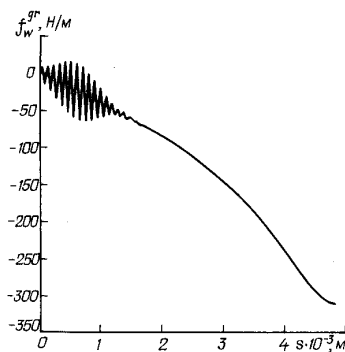


Рис. 2

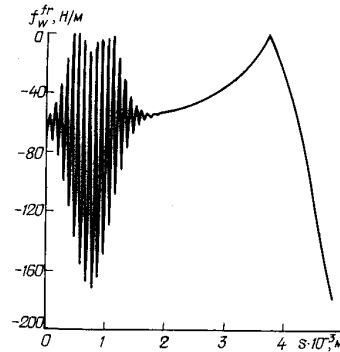


Рис. 3

менатель  $P_t$  равен разности силы тяжести всей БК и выталкивающей силы промывочной жидкости  $P_t = F(\gamma_t - \gamma_l)S$ .

Она равна силе, которую следует приложить к верхнему концу данной БК, чтобы удержать её в неподвижном состоянии в канале соответствующей вертикальной скважины, заполненной промывочной жидкостью. Тогда отношение  $F_w(S)/P_t$  показывает – какую долю силы  $P_t$  составляет осевая сила  $F_w(S)$ , если колонну, помещённую в криволинейную скважину, начать поднимать.

Приведённая в табл. 1 величина  $\Delta S$  равна полному упругому удлинению БК при подъёме  $\Delta S = \frac{1}{EF} \int_{3\pi/2}^{2\pi} F_w(\vartheta) D d\vartheta$ , а величина  $\varphi(S)$  равна полному углу упругого

закручивания БК  $\varphi(S) = \frac{1}{GI_w} \int_{3\pi/2}^{2\pi} M_w D d\vartheta$ .

Анализ данных в табл. 1 позволяет заключить, что с увеличением амплитуды несовершенств до  $h_c = 5$ м (позиция 7) сила  $F_w(S)$  и момент  $M_w(S)$  возрастают, тем не менее их значения остаются допустимыми, а операция извлечения БК из скважины – выполнимой. Для сравнения отметим, что на рис. 1 показаны гармоники несовершенств с величиной  $h_c = 15$ м, поскольку даже при  $h_c = 5$ м эти несовершенства на графиках визуально слабо заметны.

Интересно проследить за характером изменения внешних сил, под действием которых происходит деформирование БК. На рис. 2 показан график изменения распре-

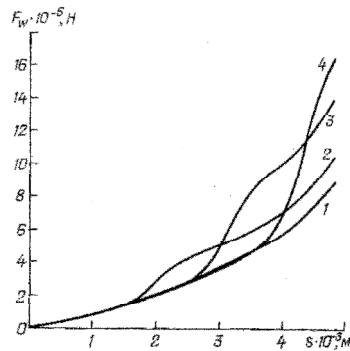


Рис. 4

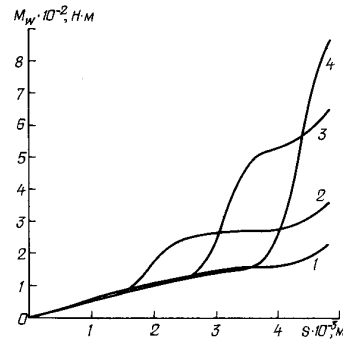


Рис. 5

делённой осевой силы тяжести  $f_w^{gr}(s)$  для случая, соответствующего позиции 5 в табл. 1. В зоне несовершенств эта функция имеет вид кривой, осциллирующей с небольшой амплитудой, в остальной части она обладает гладкостью. Однако вызванная контактным взаимодействием касательная к осевой линии БК распределённая сила трения  $f_w^{fr}(s)$  в большей мере зависит от несовершенств и её осцилляции в зоне искажения геометрии происходят с большими размахами (рис. 3).

Таблица 2

№ п/п	$h_c$ (м)	$F_w(S)$ (Н)	$\frac{F_w(S)}{P_t}$	$\Delta S$ (м)	$M_w(S)$ (Нм)	$\varphi(S)$ (рад)
1	0,0	$0,882 \cdot 10^6$	0,59	1,43	$0,221 \cdot 10^3$	0,20
2	0,3	$0,890 \cdot 10^6$	0,59	1,46	$0,228 \cdot 10^3$	0,21
3	0,5	$0,926 \cdot 10^6$	0,62	1,59	$0,258 \cdot 10^3$	0,26
4	1,0	$1,12 \cdot 10^6$	0,75	2,27	$0,424 \cdot 10^3$	0,50
5	2,0	$2,43 \cdot 10^6$	1,62	6,46	$1,524 \cdot 10^3$	1,95
6	4,0	$12,34 \cdot 10^6$	8,23	36,40	$9,867 \cdot 10^3$	12,37
7	5,0	$18,47 \cdot 10^6$	12,31	54,71	$15,025 \cdot 10^3$	18,74

Если длину волны несовершенств уменьшить до  $\lambda = 48,44\text{м}$ , то их влияние на возможность выполнения операции подъёма увеличивается (табл. 2). Например, уже при  $h_c = 2\text{м}$   $s_c = S/8$  сила  $F_w(S)$  почти в 3 раза больше её значения для колонны в скважине без несовершенств, а момент  $M_w(S)$  увеличивается почти в 7 раз (позиции 5 и 1, соответственно). В случае  $h_c = 4\text{м}$  (позиция 6) эти силовые факты становятся настолько большими, что операция подъёма БК становится невозможной. Вычисления показали, что силы сопротивления движению БК в скважине в значительной мере зависят также и от положения зоны несовершенств на осевой линии скважины.

В табл. 3 приведены результаты расчётов для случаев, когда центры несовершенств со сравнительно небольшой амплитудой  $h_c = 2\text{м}$  расположены посередине первой, второй, третьей и четвёртой четвертей длины осевой линии скважины (рис. 1, а, б, в, г, соответственно). Они свидетельствуют о том, что с переносом зоны несовершенств на более искривленные участки осевой линии скважины сила  $F_w(S)$  и момент  $M_w(S)$  заметно увеличиваются (позиции 1 – 4 в табл. 3 – для случая  $\lambda = 96,88\text{м}$  и позиции 5 – 8 – для случая  $\lambda = 48,44\text{м}$ ).

Таблица 3

№ п/п	$\lambda$ (м)	$s_c$ (м)	$F_w(S)$ (Н)	$\frac{F_w(S)}{P_t}$	$\Delta S$ (м)	$M_w(S)$ (Нм)	$\varphi(S)$ (рад)
1	96,88	$S/8$	$0,891 \cdot 10^6$	0,59	1,47	$2,29 \cdot 10^2$	0,22
2	96,88	$3S/8$	$1,05 \cdot 10^6$	0,70	1,84	$3,59 \cdot 10^2$	0,35
3	96,88	$5S/8$	$1,39 \cdot 10^6$	0,93	2,17	$6,52 \cdot 10^2$	0,46
4	96,88	$7S/8$	$1,65 \cdot 10^6$	1,10	1,83	$8,64 \cdot 10^2$	0,34
5	48,44	$S/8$	$2,43 \cdot 10^6$	1,62	6,46	$1,52 \cdot 10^3$	1,95
6	48,44	$3S/8$	$6,47 \cdot 10^6$	4,31	13,94	$4,93 \cdot 10^3$	4,56
7	48,44	$5S/8$	$12,0 \cdot 10^6$	7,97	16,04	$9,54 \cdot 10^3$	5,29
8	48,44	$7S/8$	$15,9 \cdot 10^6$	10,59	6,96	$12,9 \cdot 10^3$	2,12

Зависимости  $F_w(s)$  для несовершенств с амплитудой  $h_c = 2$  м и длиной волны  $\lambda = 96,88$  м при различных  $s_c$  показаны на рис. 4. Номера кривых соответствуют номерам позиций в табл. 3. Отметим, что если несовершенства локализованы на почти горизонтальном участке скважины (кривая 1 на рис. 4 соответствует рис. 1, а), то функция  $F_w(s)$  обладает гладкостью. Если они расположены во второй четверти (рис. 1, б), то на кривой 2 в зоне их локализации появился участок быстрого возрастания. С дальнейшим переносом несовершенств (рис. 1, в, г) величины скачков функции  $F_w(s)$  на несовершенствах становятся ещё больше (кривые 3, 4 на рис. 4).

Аналогичные закономерности прослеживаются и для функции  $M_w(s)$  (рис. 5), только величины скачков этой функции оказываются большими.

С уменьшением шага  $\lambda$  волны несовершенств указанные особенности баланса внешних и внутренних сил проявляются заметнее (позиции 5 – 8 в табл. 3).

На первый взгляд противоречивым является уменьшение деформативности БК для случая расположения несовершенств в четвёртой четверти (значения  $\Delta S$  и  $\varphi(S)$  для позиций 4, 8 в табл. 3 по сравнению с другими случаями), несмотря на резкое увеличение значений  $F_w(S)$  и  $M_w(S)$ . Эта особенность, однако, объясняется сдвигом участков возрастания функций  $F_w(s)$ ,  $M_w(s)$  на кривых 4 рис. 4, 5 к краю  $s = S$  и связанным с этим сокращением зоны интенсивного деформирования БК.

### Выводы.

1. Поставлена задача об определении распределённых сил и моментов, препятствующих перемещению бурильной колонны в криволинейной скважине с геометрическими несовершенствами её осевой линии.

2. Выполнен анализ операции подъёма бурильной колонны с её сопутствующим вращением при различных значениях геометрических параметров локализованных косинусоидальных несовершенств.

3. Установлено, что силы сопротивления и их моменты увеличиваются с увеличением амплитуд несовершенств, уменьшением их шагов и смещением зон их расположения от нижних наименее искривленных участков к верхним, наиболее искривленным. В связи с этим при проходке криволинейных скважин особенно важно не допускать появления геометрических несовершенств их осевых линий на начальных этапах бурения.

РЕЗЮМЕ. На основі теорії гнучких криволінійних стержнів поставлена задача про пружний згин бурильних колон в каналах глибоких криволінійних свердловин з геометричними недосконалотями їх осьових ліній. Чисельними методами виконано аналіз залежності сил опору руху колони від амплітуд, кроків і місць локалізації геометричних недосконалотей. Дано аналіз результатів розрахунків.

1. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – К.: Наук. думка, 1992. – 344 с.
2. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Худолій С.М., Гловач Л.В. Сучасні методи теоретичного моделювання стану бурильної колони у похило-скерованих свердловинах // Нафтова та газова промисловість. – 2009. – № 1. – С. 26 – 30.
3. Мислюк М. А., Рибчич І. Й., Яремійчук Р.С. Буріння свердловин. Т. 3. Вертикальне та скероване буріння. – К.: Інтерпрес Лтд., 2004. – 294 с.
4. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974. – 180 с.
5. Aadnoy B.S., Andersen K. Design of oil wells using analytical friction models // J. Petroleum Sci. Eng. – 2001. – **32**, N 1. – P. 53 – 71.
6. Choe Jonggeun, Schubert J.J., Juvkam-Wold H.C. Well-control analyses on extended-reach and multilateral trajectories // SPE Drilling and Completion. – 2005. – June. – P. 101 – 108.
7. Gulyaev V.I., Gaidaichuk V.V., Glushakova O.V. Andronov-Hopf Bifurcations in Wave Models of Torsional Vibrations of Drill Strings // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, N 11. – С. 1207 – 1215.
8. Gulyaev V.I., Lugovoi P.Z., Gaidaichuk V.V., Solov'ev I.L., Gorbunovich I.V. Effect of the Length of a Rotating Drillstring on the Stability of its Quasistatic Equilibrium // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 9. – P. 1017 – 1023.
9. Gulyaev V.I., Lugovoi P.Z., Khudolii S.N., Glovach L.V. Theoretical Identification of Forces Resisting Longitudinal Movement of Drillstrings in Curved Wells // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 11. – P. 1248 – 1255.
10. Gulyaev V.I., Solov'ev I.L., Gorbunovich I.V. Stability of Drillstrings in Ultradeep Wells: an Integrated Design Model // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 7. – P. 772 – 779.
11. Mohiuddin M. A., Khan K., Abdulraheem A., Al-Majed A., Awall M.R. Analysis of wellbore instability in vertical, directional and horizontal wells using field data // J. Petroleum Sci. Eng. – 2006. – **55**. – P. 83 – 92.
12. Pourcian R.D., Fisk J.H., Descant F.J., Waltman R.B. Completion and well-performance results, Genesis Field, Deepwater Gulf of Mexico // SPE Drilling and Completion. – 2005. – June. – P. 147 – 155.
13. Sawaryn S.J., Thorogood J.L. A compendium of directional calculations based on the minimum curvature method // SPE Drilling and Completion. – 2005. – March. – P. 24 – 36.
14. Sheppard M.C. Designing well paths to reduce drag and torque // SPE Drilling Eng. – 1987. – December. – P. 344 – 350.

Поступила 19.03.2010

Утверждена в печать 21.10.2010