

А.Н. Гузь¹, И.А. Гузь²,
А.В. Меньшиков², В.А. Меньшиков³

**КОЭФФИЦИЕНТЫ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ
С МЕЖСЛОЕВЫМИ ТРЕЩИНАМИ
ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ**

¹ *Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова, 3, Киев, Украина; Тел.: +380 44 4569351; Факс: +380 44 4560319;
E-mail: guz@carrier.kiev.ua;*

² *Centre for Micro- and Nanomechanics (CEMINACS), School of Engineering, College of
Physical Sciences, University of Aberdeen, AB24 3UE Aberdeen, Scotland, UK; Tel: +44
1224 273326; Fax: +44 1224 272519; E-mail: i.guz@abdn.ac.uk;
o.menshykov@abdn.ac.uk;*

³ *Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский
авиационный институт», ул. Чкалова, 17, Харьков, Украина; Тел.: +380 57 7074767;
Факс: +380 57 3151131; E-mail: itl1132@online.kharkov.ua;*

Abstract. The stress intensity factors distributions (CIF) of three types – the opening fracture mode, the longitudinal and transverse shear modes – are studied for the bimaterial with penny-shaped crack at interface under harmonic loading. An analysis of dependence of CIF on the wave type (wave tension-compression or shear wave), frequency of load and biomaterial mechanical properties is carried out.

Key words: penny-shaped interface crack, harmonic wave, method of boundary integral equations, stress intensity factor.

Введение.

Широкое использование композитных материалов в современной технике требует совершенствования методов расчета их прочности и долговечности. В качестве модельных задач механики композитов можно рассматривать задачи для кусочно-однородных упругих сред с трещинами, расположенными на границах раздела. К настоящему времени в научной литературе имеется значительное количество работ, посвященных решению подобных задач при статическом нагружении ([4 – 9, 13, 14 и др.]). В статьях [15, 20, 21] рассмотрены задачи механики разрушения при взаимодействии гармонических волн с межфазной трещиной в двумерной постановке. В [11, 16 – 18] численно решены пространственные задачи теории упругости для составного тела с круговой трещиной в плоскости раздела пары линейно-упругих, однородных, изотропных материалов при нагружении гармоническими волнами растяжения-сжатия и сдвига. Авторами проведено исследование возможности предельных переходов при снижении частоты гармонической нагрузки (решение задачи стремится к решению, полученному при статическом нагружении), а также при уменьшении различий в механических свойствах пары материалов (решение задачи стремится к решению, полученному для однородного материала с трещиной). В работах [2, 3, 19]

представлены примеры расчета коэффициентов интенсивности напряжений для этих задач при изменении частоты гармонических волн растяжения-сжатия и сдвига.

Настоящая статья посвящена исследованию зависимости распределения коэффициентов интенсивности напряжений нормального отрыва, поперечного и продольного сдвигов от механических свойств биматериала, содержащего круговую межслоевую трещину. Задача решена для случаев нагружения нормально падающими гармоническими волнами растяжения-сжатия и сдвига. Проведено исследование численной сходимости решения в зависимости от параметров пространственной аппроксимации.

1. Постановка задачи и метод решения.

Под разрушением тела понимают исчерпание им своей несущей способности, которое происходит из-за многих факторов, в частности, вследствие неконтролируемого роста трещин. В настоящее время в механике разрушения основные критерии разрушения представляют в виде

$$f(K_I, K_{II}, K_{III}) = 0,$$

где f – некоторая функция, определяемая экспериментально; K_m – коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига (первой, второй и третьей моды, соответственно).

Для коэффициентов интенсивности напряжений при динамическом нагружении общеизвестны выражения

$$K_m = \max_t \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{ij}(r, t), t \in [0, T], \quad (1)$$

где $\sigma_{ij}(r, t)$ – компоненты напряжения на поверхности сцепления сред у фронта (контура) трещины; r – расстояние от фронта трещины до точки, в которой найдено напряжение; t – время; $m = I, II, III$.

В качестве модели композитного материала с микротрещиной на границе раздела сред рассмотрим бесконечное упругое тело в трехмерном пространстве, которое состоит из двух однородных изотропных тел, занимающих подобласти-полупространства $\Omega^{(1)}, \Omega^{(2)}$ с разными физико-механическими характеристиками $\lambda^{(1)}, \mu^{(1)}, \rho^{(1)}$ и $\lambda^{(2)}, \mu^{(2)}, \rho^{(2)}$. Границами тела являются: $\Gamma^{(*)}$ – плоскость сцепления полупространств и $\Gamma^{(1)}, \Gamma^{(2)}$ – поверхности противоположных берегов дискообразной трещины. Контур (фронт) трещины стационарен, лежит в плоскости сцепления сред и описывается окружностью радиуса R (рис. 1).

В составном теле перпендикулярно плоскости сцепления Ox_1x_2 распространяется плоская гармоническая волна растяжения-сжатия или сдвига с круговой частотой $\omega = 2\pi/T$.

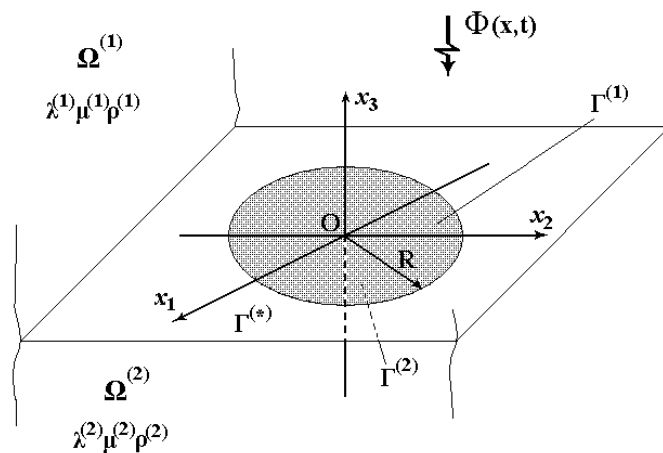


Рис. 1

Напряженно-деформированное состояние каждого из полупространств описывается уравнениями линейной динамической теории упругости в перемещениях в отсутствие объемных сил

$$\left(\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}\right) \text{grad div} \bar{u}^{(m)}(\bar{x}, t) + \mu^{(m)} \Delta \bar{u}^{(m)}(\bar{x}, t) = \rho^{(m)} \partial_t^2 \bar{u}^{(m)}(\bar{x}, t), \quad (2)$$

$$\bar{x} \in \Omega^{(m)}, \quad t \in T = [0, \infty)$$

с тривиальными начальными и следующими краевыми условиями:
на общем участке границы задаются условия плотного контакта

$$\bar{u}^{(1)}(\bar{x}, t) = \bar{u}^{(2)}(\bar{x}, t), \quad \bar{p}^{(1)}(\bar{x}, t) = -\bar{p}^{(2)}(\bar{x}, t), \quad \bar{x} \in \Gamma^{(*)}, \quad t \in T;$$

на поверхностях трещины – гармонически меняющиеся силы

$$\bar{p}^{(1)}(\bar{x}, t) = \bar{g}^{(1)}(\bar{x}, t), \quad \bar{x} \in \Gamma^{(1)}, \quad \bar{p}^{(2)}(\bar{x}, t) = \bar{g}^{(2)}(\bar{x}, t), \quad \bar{x} \in \Gamma^{(2)}, \quad t \in T; \quad (3)$$

на бесконечности – условия, которые обеспечивают конечность энергии упругого тела, занимающего неограниченную область.

Решение уравнений (2) позволяет получить параметры напряженно-деформированного состояния во всей трехмерной области. Однако для вычисления параметров механики разрушения (1) необходимо определить лишь компоненты напряжений на сцепленных поверхностях вблизи контура трещины. В связи с этим перейдем от задачи в трехмерной области к задаче на ее границах.

В каждой из подобластей перемещения представим через граничные перемещения и поверхностные силы в виде соотношений Сомильяны [12]. Устремив точку пространства на поверхность, получим граничные равенства, в которые входят известные и неизвестные величины. На основе этих равенств строится система граничных интегральных уравнений для нахождения неизвестных. Учет того факта, что действующая нагрузка является гармонической, позволяет физические параметры задачи представить через их комплексные амплитуды

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = \text{Re}\{\bar{u}(\bar{x})e^{-i\omega t}\}; \quad \bar{p}(\bar{x}, t) = \text{Re}\{\bar{p}(\bar{x})e^{-i\omega t}\}.$$

В работе [20] показано, что параметры напряженно деформированного состояния биматериального тела с трещиной на границе раздела сред в условиях гармонического нагружения могут быть найдены из системы граничных интегральных уравнений относительно компонент комплексных амплитуд перемещений и поверхностных сил

$$\begin{aligned} & - \int_{\Gamma^{(1)}} g_i^{(1)}(\bar{x}) U_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} = -\frac{1}{2} u_i^{(1)}(\bar{y}) - \int_{\Gamma^{(1)}} u_i^{(1)}(\bar{x}) W_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} + \\ & + \int_{\Gamma^{(e)}} u_i^*(\bar{x}) W_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} - \int_{\Gamma^{(e)}} p_i^*(\bar{x}) U_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x}, \quad \bar{y} \in \Gamma^{(1)}; \\ & - \int_{\Gamma^{(2)}} g_i^{(2)}(\bar{x}) U_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} = -\frac{1}{2} u_i^{(2)}(\bar{y}) - \int_{\Gamma^{(2)}} u_i^{(2)}(\bar{x}) W_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} - \\ & - \int_{\Gamma^{(e)}} u_i^*(\bar{x}) W_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} + \int_{\Gamma^{(e)}} p_i^*(\bar{x}) U_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x}, \quad \bar{y} \in \Gamma^{(2)}; \quad (4) \\ & - \int_{\Gamma^{(1)}} g_i^{(1)}(\bar{x}) U_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} = -\frac{1}{2} u_i^*(\bar{y}) - \int_{\Gamma^{(1)}} u_i^{(1)}(\bar{x}) W_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\Gamma^{(*)}} u_i^*(\bar{x})W_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} - \int_{\Gamma^{(*)}} p_i^*(\bar{x})U_{ij}^{(1)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} \quad , \quad \bar{y} \in \Gamma^{(*)}; \\
& - \int_{\Gamma^{(2)}} g_i^{(2)}(\bar{x})U_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} = -\frac{1}{2}u_i^*(\bar{y}) - \int_{\Gamma^{(2)}} u_i^{(2)}(\bar{x})W_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} - \\
& - \int_{\Gamma^{(*)}} u_i^*(\bar{x})W_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} + \int_{\Gamma^{(*)}} p_i^*(\bar{x})U_{ij}^{(2)}(\bar{x}, \bar{y}, \omega) d\bar{x} \quad , \quad \bar{y} \in \Gamma^{(*)}.
\end{aligned}$$

Здесь $U_{ij}(\bar{x}, \bar{y}, \omega)$ и $W_{ij}(\bar{x}, \bar{y}, \omega)$ – компоненты фундаментальных решений задачи теории упругости при гармоническом нагружении; \bar{x} , \bar{y} – точки наблюдения и нагружения; индексы $i, j=1, 2, 3$. Отметим, что используемая система граничных интегральных уравнений (4) существенно отличается от систем уравнений, приведенных авторами в работах [12, 16 – 19]. В частности, в системе уравнений (4) отсутствуют интегральные ядра $K_{ij}(\bar{x}, \bar{y}, \omega)$ и $F_{ij}(\bar{x}, \bar{y}, \omega)$, что позволяет избежать вычисления гиперсингулярных интегралов и, как показывает практика, приводит к существенному улучшению устойчивости получаемого численного решения (что особенно важно для высоких частот нагружения). Скорость численного решения задачи также возрастает.

Граничные условия для системы (4) задаются в виде компонент комплексных амплитуд поверхностных сил на берегах трещины, в которые трансформируются условия (3).

Напряженно-деформированное состояние тела с трещиной рассматриваем без учета контакта противоположных берегов, возникающего в процессе гармонического нагружения, поскольку в рамках линейной постановки задачи учет упомянутого взаимодействия не представляется возможным [1, 10]. Решение динамических задач в подобной постановке будет физически корректным для трещин, которые имеют предварительное (начальное) раскрытие берегов большее, чем деформации берегов в процессе нагружения [10].

В задачах о межслоевых трещинах в линейной постановке существует область некорректности решения непосредственно у контура трещины между разными упругими средами. Эта область обусловлена неприменимостью линейной постановки задачи, когда не учитывается контакт противоположных берегов, вызванный разными физико-механическими характеристиками сред [6, 7, 10]. Некорректность решения задачи в этой области проявляется в изменении знаков параметров напряженно-деформированного состояния композита бесконечное число раз (осцилляция решения) при приближении к контуру трещины.

Таким образом, областью корректности решения рассматриваемой задачи будет $\Gamma^{(*)} \cup \Gamma^{(1)} \cup \Gamma^{(2)}$ за вычетом кольцевой зоны, охватывающей контур трещины. Согласно [7] величина зоны некорректности в плоских статических задачах мала и имеет порядок $R \exp\left(-\frac{1}{|\beta|}\right)$. По данным авторов работ [6, 8, 9] она находится в пределах

от $10^{-7} R$ до $10^{-4} R$. Здесь R – характерный размер трещины, $\beta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\mu^{(1)} + \mu^{(2)} \kappa^{(1)}}{\mu^{(2)} + \mu^{(1)} \kappa^{(2)}}$ –

биупругая постоянная пары материалов; для плоской деформации

$$\kappa^{(m)} = \frac{\lambda^{(m)} + 3\mu^{(m)}}{\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}}, \quad m=1, 2 \quad .$$

В настоящей работе для вычисления КИН в композитах с трещинами на границе раздела сред использованы соотношения (1), когда r находится вблизи контура трещины в области корректности решения, которая характеризуется отсутствием осцил-

ляций параметров напряженно-деформированного состояния при приближении к контуру.

2. Расчетные исследования.

Для нахождения параметров напряженно-деформированного состояния на плоскости сцепления упругих сред и на берегах межматериальной трещины использован прямой метод граничных элементов [11, 16, 19].

Верхняя и нижняя поверхности берегов трещины и плоскость сцепления материалов были аппроксимированы двумерными граничными элементами, которые сгущались при подходе к фронту как со стороны трещины, так и со стороны сцепленных поверхностей материалов. В пределах граничного элемента параметры задачи полагались неизменными.

Нагрузка на берегах трещины задавалась по законам плоских гармонических волн растяжения-сжатия и сдвига, направленных по нормали к плоскости сцепления материалов. Такая нагрузка делает задачи симметричными: в случае действия волны растяжения-сжатия – относительно оси Ox_3 , при действии волны сдвига – относительно плоскости поляризации волны сдвига, в данном случае – это плоскость Ox_1x_3 . Частота гармонической нагрузки характеризовалась обобщенным волновым числом $k_2R = \omega R/c_2$ (c_2 – скорость распространения поперечных волн в верхнем полупространстве).

Проведены исследования на предмет корректности получаемого решения задачи теории упругости для биматериала с межслоевой трещиной при гармоническом нагружении. Расчеты выполнены для круговой трещины радиуса R в плоскости соединения материалов (титан – бор) при разных размерах граничных элементов, примыкающих к контуру трещины. Обобщенное волновое число изменялось в пределах от 0 до 2,5.

Материалы характеризовались следующими параметрами:

для титана – модуль упругости $E = 108$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, плотность $\rho = 4400$ кг/м³;

для бора – модуль упругости $E = 385$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,21$, плотность $\rho = 2600$ кг/м³.

Биупругая характеристика пары титан – бор – $\beta = 0,0439$.

Характерный размер граничных элементов непосредственно у контура трещины для разных вариантов составлял: $r/R = 0,001$; $0,0003$; $0,0001$.

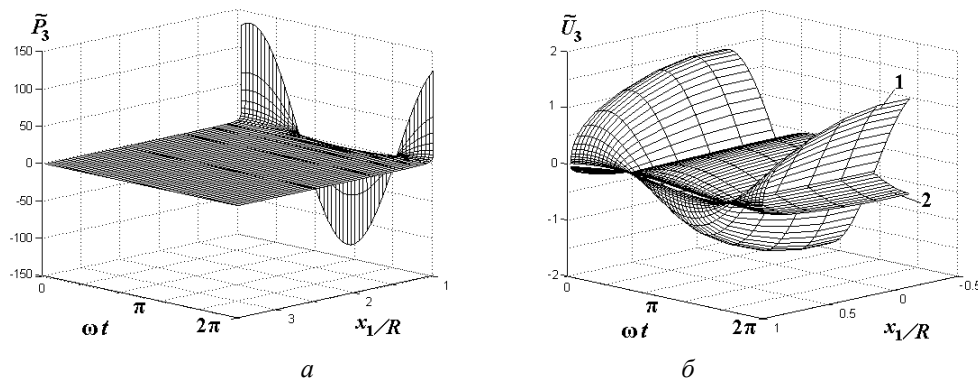


Рис. 2

На рис. 2 представлены распределения параметров напряженно-деформированного состояния вблизи контура межматериальной трещины ($r/R = 0,0001$) в паре титан – бор при действии волны растяжения-сжатия с $k_2R = 1,4$:

рис. 2, а – нормальные относительные компоненты сил на сцепленных поверхностях материалов вдоль продолжения радиального сечения круговой трещины в течение периода нагружения $\tilde{p}_3 = p_3 / p_0$, p_0 – амплитуда нагружения на берегах трещины;

рис. 2, б – нормальные относительные компоненты перемещений противоположных берегов вдоль радиального сечения трещины в течение периода нагружения $\tilde{U}_3 = u_3 \frac{E\pi}{4(1-\nu^2)p_0R}$, E , ν – механические параметры титана; 1 – титан, 2 – бор.

Обобщенное волновое число $k_2R = 1,4$ выбрано из тех соображений, что на этом режиме нагружения волной растяжения-сжатия достигались наибольшие нормальные смещения берегов трещины.

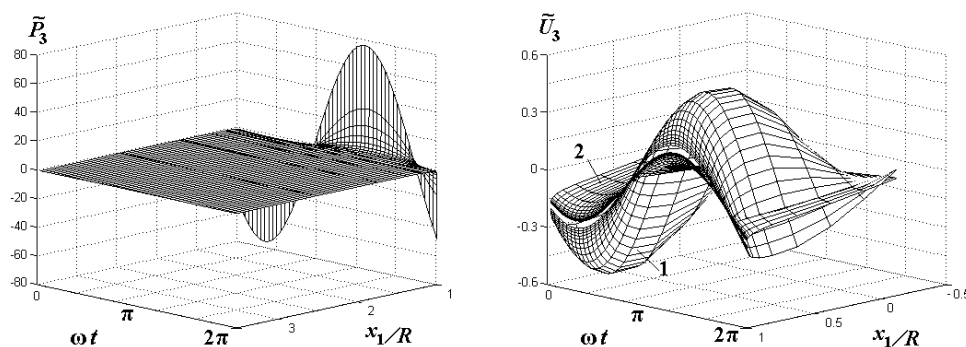


Рис. 3

На рис. 3 представлены распределения параметров напряженно деформированного состояния вблизи контура межматериальной трещины ($r/R = 0,0001$) в рассматриваемом композите для случая действия волны сдвига, поляризованной в плоскости Ox_1x_3 :

рис. 3, а – нормальные относительные компоненты сил на сцепленных поверхностях материалов вдоль продолжения радиального сечения Ox_1 круговой межматериальной трещины в течение периода нагружения;

рис.3, б – нормальные относительные компоненты перемещений противоположных берегов межматериальной трещины вдоль радиального сечения Ox_1 в течение периода нагружения.

Здесь обобщенное волновое число $k_2R = 1,8$, поскольку в случае действия волны сдвига именно при этом волновом числе достигались наибольшие нормальные смещения берегов трещины.

Анализ полученных параметров напряженно-деформированного состояния у фронта межматериальной трещины позволяет сделать вывод о корректности решения задачи. Действительно, приведенные на рис. 2, 3 распределения параметров не имеют осцилляций при приближении к контуру трещины. Отсутствие осцилляций нормальных компонент смещений берегов и нормальных компонент напряжений на поверхности сцепления материалов вблизи контура межматериальной трещины свидетельствует о том, что получаемое решение задачи в линейной постановке корректно вплоть до $r/R = 0,0001$. Заметим, что согласно [7] зона корректности решения для рассматриваемой пары материалов при статическом нагружении ограничена величиной $r/R = 10^{-9}$.

Величины динамических коэффициентов интенсивности напряжений для круговой межматериальной трещины рассчитаны на основе вычисленных компонент тен-

зора напряжений вблизи контура трещины для конкретных пар материалов при изменяющейся частоте нагружения гармонической волны растяжения-сжатия и сдвига.

2.1. Исследование КИН при воздействии волны растяжения-сжатия. При нормальном падении волны растяжения-сжатия на межматериальную трещину отсутствуют касательные напряжения, действующие вдоль контура трещины, потому что КИН продольного сдвига не существует. Для решения поставленной задачи необходимо вычислить максимальные КИН нормального отрыва и КИН поперечного сдвига межматериальной трещины в течение периода нагружения.

Отметим, что для круговой трещины в силу симметрии задачи относительно оси, проходящей через центр круга, значения КИН нормального отрыва и КИН поперечного сдвига неизменны вдоль контура трещины в каждый фиксированный момент времени.

На рис. 4 представлены распределения относительных динамических КИН нормального отрыва $\tilde{K}_I = |K_I|/K_I^{stat}$ и поперечного сдвига $\tilde{K}_{II} = |K_{II}|/K_{II}^{stat}$ для круговой межматериальной трещины в паре титан – бор в зависимости от обобщенного волнового числа k_2R (c_2 – скорость поперечных волн в титане) при следующих значениях величины граничных элементов у контура трещины: 1 – $r/R = 0,001$; 2 – $r/R = 0,0003$; 3 – $r/R = 0,0001$.

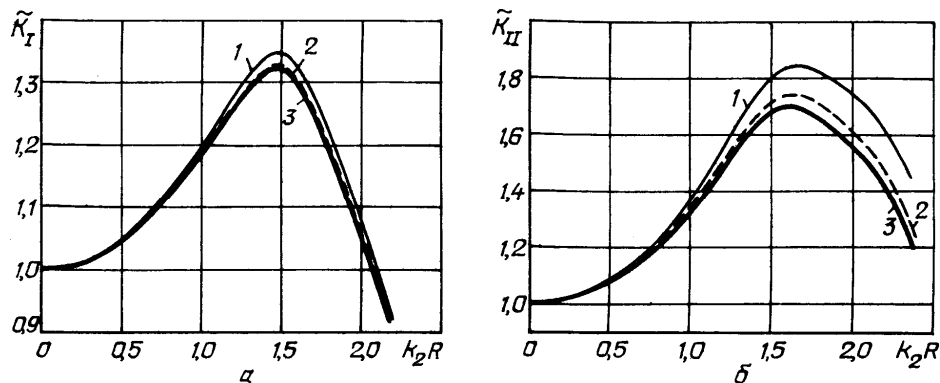


Рис. 4

КИН первой и второй моды при статическом нагружении K_I^{stat} , K_{II}^{stat} определялись расчетным путем по излагаемой методике при $k_2R = 0$ в тех же точках вблизи фронта трещины, что и динамические КИН первой и второй моды K_I , K_{II} . Хорошо видно, что распределения КИН монотонно сходятся с уменьшением величины граничных элементов у контура межматериальной трещины, и сходимость КИН нормального отрыва более быстрая, нежели КИН поперечного сдвига.

Из литературы известно соотношение для КИН в вершине трещины, расположенной на границе соединения двух полуплоскостей [22], отличное от соотношения (1),

$$K_I + iK_{II} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \sqrt{2\pi\delta} [\sigma(\delta) + i\tau(\delta)] \delta^{-i\beta}. \quad (5)$$

Здесь δ – расстояние от вершины трещины до точки на ее продолжении, где определены компоненты тензора напряжений.

Отличительное свойство этого выражения состоит в том, что симметрические нагрузки σ входят в формулы для каждого из коэффициентов K_I и K_{II} совместно с кососимметрическими нагрузками τ .

На рис. 5 представлено сравнение распределения относительных динамических КИН нормального отрыва и поперечного сдвига при $r/R = 0,0001$; кривые 1 получены с применением соотношений (1), кривые 2 – с применением соотношений (5).

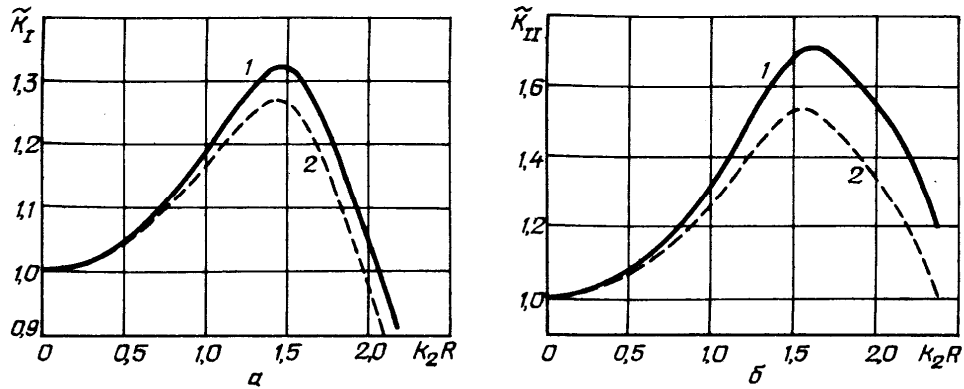


Рис. 5

Видно, что характер кривых идентичен; частоты, при которых достигаются максимальные значения КИН нормального отрыва и поперечного сдвига, рассчитанные по разным соотношениям, практически совпадают, однако сами максимальные значения КИН незначительно отличаются. Для КИН нормального отрыва, являющихся доминирующей модой в рассматриваемой задаче о нормальном падении волны растяжения-сжатия, это отличие не превышает 3%. Таким образом, учитывая качественное совпадение результатов, полученных с применением выражений (1) и (5), приходим к заключению об обоснованности всех выводов физического характера, приведенных в настоящей работе.

Проведены численные исследования зависимости КИН нормального отрыва и КИН поперечного сдвига от механических характеристик материалов, образующих пару. Здесь изменялось значение модуля Юнга во втором материале пары, при этом значение модуля Юнга в первом материале оставалось постоянным и соответствовало титану, так что $E^{(2)}/E^{(1)} < 1$. КИН вычислялись по соотношениям (1) на расстоянии от контура межматериальной трещины, равном $r/R = 0,0001$.

На рис. 6 представлены распределения относительных динамических КИН нормального отрыва и поперечного сдвига для различных пар материалов:

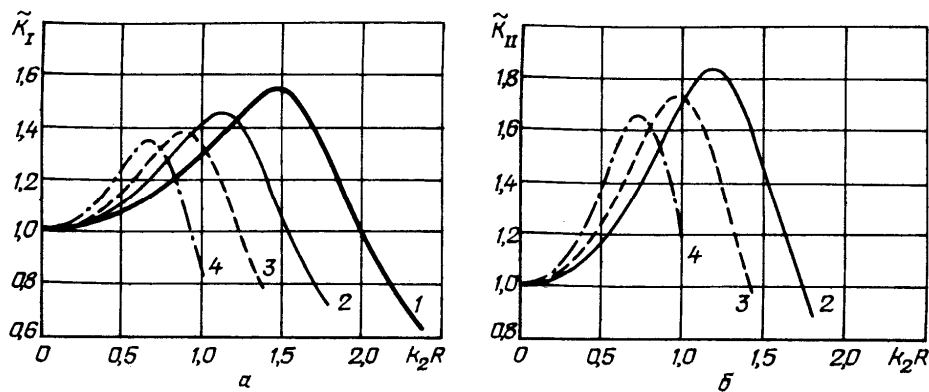


Рис. 6

здесь кривая 1 соответствует $E^{(2)}/E^{(1)} = 1,0$; кривая 2 – $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,5$; кривая 3 – $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,333$; кривая 4 – $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,2$.

Анализ приведенных распределений свидетельствует, что и максимальные значения КИН и точки их достижения существенным образом зависят от значений механических параметров материалов, образующих композит. Причем, максимальные значения динамических КИН нормального отрыва и КИН поперечного сдвига уменьшают-

ся при увеличении разницы в значениях модулей Юнга пары материалов. Точки достижения соответствующих максимальных значений сдвигаются в сторону меньших значений приведенных частот нагружения.

Представленные зависимости КИН нормального отрыва для круговой межматериальной трещины (рис. 6, а) хорошо согласуются с результатами, полученными в работе [15] для трещины в двумерной постановке.

2.2. Исследование КИН при воздействии волны сдвига. При нормальном падении волны сдвига на поверхности сцепления материалов у контура межматериальной трещины присутствуют нормальные компоненты напряжений и касательные компоненты напряжений, действующие как вдоль, так и поперек контура трещины. Таким образом, в задаче присутствуют КИН нормального отрыва, КИН поперечного сдвига и КИН продольного сдвига. В силу симметрии относительно плоскости поляризации волны сдвига максимальные значения КИН нормального отрыва и КИН поперечного сдвига достигаются в точках пересечения контура трещины с диаметральным сечением, расположенным в плоскости поляризации волны. Максимальные значения КИН продольного сдвига достигаются в точках пересечения контура трещины с диаметральным сечением, перпендикулярным плоскости поляризации волны.

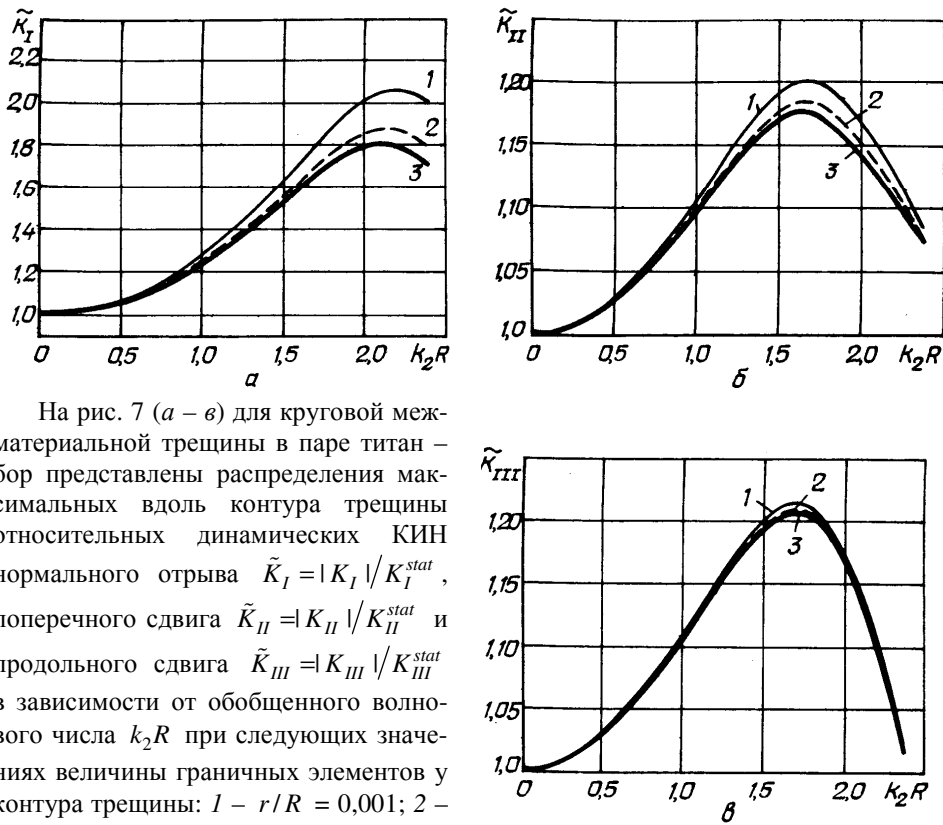


Рис. 7

На рис. 7 (а – в) для круговой межматериальной трещины в паре титан – бор представлены распределения максимальных вдоль контура трещины относительных динамических КИН нормального отрыва $\tilde{K}_I = |K_I|/K_I^{stat}$, поперечного сдвига $\tilde{K}_{II} = |K_{II}|/K_{II}^{stat}$ и продольного сдвига $\tilde{K}_{III} = |K_{III}|/K_{III}^{stat}$ в зависимости от обобщенного волнового числа k_2R при следующих значениях величины граничных элементов у контура трещины: 1 – $r/R = 0,001$; 2 – $r/R = 0,0003$; 3 – $r/R = 0,0001$. Здесь K_I^{stat} , K_{II}^{stat} , K_{III}^{stat} – КИН первой, второй и третьей моды при статическом нагружении определялись расчетным путем по излагаемой методике при $k_2R = 0$ в тех же точках вблизи фронта трещины, что и K_I , K_{II} , K_{III} – динамические КИН первой, второй и третьей моды.

Видно, что распределения КИН монотонно сходятся с уменьшением величины граничных элементов у контура межматериальной трещины, и сходимость КИН поперечного сдвига (рис. 7, б) и КИН продольного сдвига (рис. 7, в) более быстрая, нежели КИН нормального отрыва (рис. 7, а).

Проведены численные исследования зависимости КИН всех трех мод от механических характеристик материалов, образующих пару. При этом, как и в предыдущих исследованиях при действии волны растяжения-сжатия, изменялось значение модуля Юнга во втором материале пары, а значение модуля Юнга в первом материале оставалось постоянным и соответствовало титану, $E^{(2)}/E^{(1)} < 1$. КИН вычислялись по соотношениям (1) на расстоянии от контура межматериальной трещины, равном $r/R=0,0001$.

На рис. 8 (а – в) представлены распределения относительных динамических КИН нормального отрыва, поперечного сдвига и продольного сдвига для различных пар материалов: кривая 1 соответствует $E^{(2)}/E^{(1)} = 1,0$; кривая 2 – $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,5$; кривая 3 – $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,333$; кривая 4 – $E^{(2)}/E^{(1)} = 0,2$.

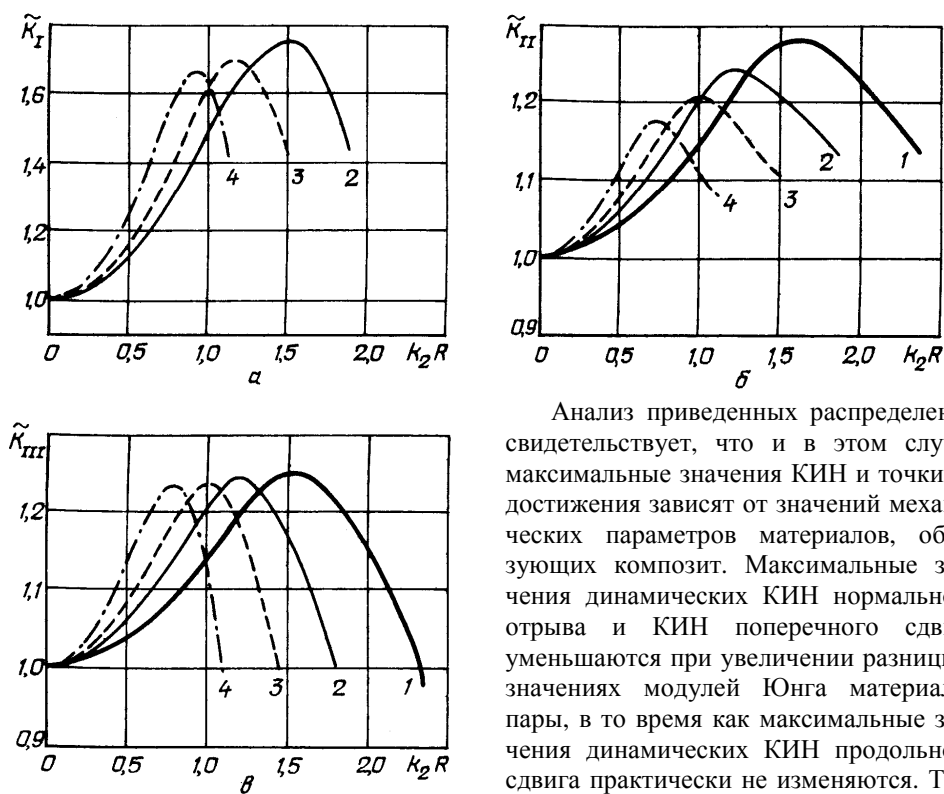


Рис. 8

Анализ приведенных распределений свидетельствует, что и в этом случае максимальные значения КИН и точки их достижения зависят от значений механических параметров материалов, образующих композит. Максимальные значения динамических КИН нормального отрыва и КИН поперечного сдвига уменьшаются при увеличении разницы в значениях модулей Юнга материалов пары, в то время как максимальные значения динамических КИН продольного сдвига практически не изменяются. Точки достижения максимальных значений КИН всех трех мод с увеличением разницы в значениях модулей Юнга сдвигаются в сторону меньших значений k_2R .

Представленные на рис. 8, а, б зависимости динамического КИН поперечного сдвига для круговой межматериальной трещины согласуются с результатами, полученными в работе [20] для трещины в двумерной постановке.

Заключение.

В работе проведены расчетные исследования зависимости распределения коэффициентов интенсивности напряжений для биматериала с круговой межслоевой трещиной от частоты гармонического нагружения (задача решена для волн растяжения-сжатия и сдвига). Показано, что величины максимальных значений относительных динамических КИН и частоты, на которых они достигаются, существенно различаются для различных сочетаний свойств полупространств.

В настоящей работе в силу линейной постановки задачи не учитывался контакт противоположных берегов трещины, неизбежный при динамической деформации материала. Однако, примененный подход позволяет получить качественную картину напряженно-деформированного состояния композита с трещиной и исследовать закономерности изменения параметров механики разрушения при динамических нагрузках. Решение динамических задач при таком подходе будет физически корректным для трещин, имеющих предварительное раскрытие берегов.

Р Е З Ю М Е . Досліджено розподіл коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) нормального відриву, поперечного й поздовжнього зсуву у біматеріалі із круговою тріщиною в площині розділення середовищ при нормальному гармонічному навантаженні. Проведено аналіз залежності КІН від типу хвилі (хвиля розтягу-стиску або зсуву), частоти навантаження й механічних властивостей біматеріала.

1. Гузь А.Н., Зозуля В.В. Хрупкое разрушение материалов при динамических нагрузках. – К.: Наук. думка, 1993. – 238 с. – (Неклассические проблемы механики разрушения / Под общ. ред. А.Н. Гузя: В 4-х т.; 5-и кн.; Т. 4, кн. 2).
2. Меньшиков В.А. Задача механики разрушения для биматериала с круговой межфазной трещиной под воздействием волны растяжения-сжатия // Доп. НАН України. – 2007. – №11. – С. 71–75.
3. Меньшиков В.А. Задача механики разрушения для биматериала с дискообразной межслоевой трещиной под воздействием волны сдвига // Доп. НАН України. – 2008. – № 12. – С. 74 – 78.
4. Острик В.І. Контакт з тертям берегів міжфазної тріщини за розтягу та зсуву // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2003. – **39**, № 2. – С. 58 – 65.
5. Острик В.І., Улітко А.Ф. Осесиметрична контактна задача для міжфазної тріщини // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – **40**, № 1. – С. 21 – 26.
6. Слєпін Л.І. Механіка трещин. – Л.: Судостроение, 1981. – 296 с.
7. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
8. Comninou M., Schmueser D. The interface crack in a combined tension-compression and shear field // Trans. ASME, J. Appl. Mech. – 1979. – **46**. – P. 345 – 348.
9. Goldstein R.V., Perelmuter M.N. Modeling of bonding at an interface crack // Int. J. Fracture. – 1999. – **99**, № 1 – 2. – P. 53 – 79.
10. Guz A.N. On Physicall Incorrect Results in Fracture Mechanics // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 10. – P. 1041 – 1051.
11. Guz A.N., Guz I.A., Menshykov O.V., Menshykov V.A. Penny-Shaped Crack at the Interface between Elastic Half-Spaces under the Action of a Shear Wave // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 5. – P. 534 – 539.
12. Guz I.A., Menshykov O.V., Menshykov V.A. Application of boundary integral equations to elastodynamics of an interface crack // Int. J. Fract. – 2006. – **140**. – P. 277 – 284.
13. Kaminsky A.A., Dudik M.V., Kipnis L.A. Initial Kinking of an Interface Crack between Two Elastic Media // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 10. – P. 1090 – 1099.
14. Loboda V.V. The quasi-invariant in the theory of interface crack // Eng. Fract. Mech. – 1993. – **44**. – P. 573 – 580.
15. Loeber J.F., Sih G.C. Transmission of anti-plane shear waves past an interface crack in dissimilar media // Eng. Fracture Mechanics. – 1973. – **146**. – P. 699 – 725.
16. Men'shikov V.A., Men'shikov A.V., Guz I.A. Interfacial Crack between Elastic Half-Spaces under Harmonic Loading // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 8. – P. 856 – 873.
17. Men'shikov V.A., Men'shikov A.V., Guz I.A. Limiting Transitions in the Dynamic Problem for an Interface Crack between Dissimilar Elastic Materials // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, N 7. – P. 739 – 746.
18. Menshykov O.V., Menshykov V.A., Guz I.A. The effect of frequency in the problem of interface crack under harmonic loading // Int. J. Fract. – 2007. – **146**. – P. 197 – 202.
19. Menshykov O.V., Menshykov V.A., Guz I.A. Elastodynamics of a crack on the bimaterial interface // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2009. – **33**. – P. 294 – 301.
20. Menshykova M.V., Menshykov O.V., Guz I.A. Linear interface crack under plane shear wave // Computer Modeling in Engineering & Sciences (CMES). – 2009. – **48**, N2. – P. 107 – 120.
21. Qu J. Interface crack loaded by a time-harmonic plane wave // Int. J. Solids Struct. – 1994. – **31**, N 3. – P. 329 – 345.
22. Rice J.R. Elastic fracture mechanics concepts for interface cracks // Trans. ASME, J. Appl. Mech. – 1988. – **55**. – P. 98 – 103.

Поступила 23.12.2009 г.

Утверждена в печать 15.06.2010