

Е. В. Доля, О. П. Червинко, И. К. Сенченков

ТЕПЛОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СЛОИСТОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ
ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПРИЗМЫ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ
СЖИМАЮЩЕМ НАГРУЖЕНИИ

*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: term@inmech.kiev.ua*

Abstract. Within the framework of coupled problem of thermoviscoelasticity and basing on the finite element modeling, the thermal instability under vibrational heating of the rectangular prism is studied. The prism is formed of copper and polystyrene (PS) or polymethylmetacrylate (PMMA) layers and is subjected of high-frequency force or kinematic compression. It is established that in the case of PS the thermal instability is occurring for the force loading and is absent for the kinematic one, whereas in the case of PMMA the thermal instability is occurring for both cases of loading. It is revealed that the dissipation mechanism is changed on the volume one in the neighbourhood of the softening temperature, what is the determining factor for sufficiently thin polymer layers. Dynamics effects on the load critical parameters quantitatively and qualitatively.

Key words: thermoviscoelastic material, vibrational heating, layered prism, thermal instability.

Введение.

Диссипация энергии при интенсивных колебаниях вязкоупругих тел может вызвать существенное повышение температуры [8, 12]. При достижении температуры размягчения или плавления происходит термическое усталостное разрушение материала [4, 6, 12]. Вместе с тем, диссипативный разогрев является основой ряда технологий переработки полимеров, в частности, ультразвуковой сварки [5].

В работах [9 – 11] изучены особенности виброразогрева тел с концентраторами напряжений типа надрезов и цилиндрических включений. Обнаружены эффекты локализации разогрева в окрестности концентраторов.

Одной из особенностей термомеханического процесса является эффект тепловой неустойчивости. Он проявляется в возникновении режима аномально быстрого разогрева в случае, если параметр нагружения превосходит некоторое критическое значение. Обзор результатов по этой проблематике дан в работах [10 – 12, 14]. Исследованию термической неустойчивости вязкоупругой прямоугольной призмы с цилиндрическим включением посвящена работа [10].

В настоящее время в технике и технологии широко используются слоистые термопластические композиты, изделия из которых могут подвергаться интенсивному циклическому нагружению в процессе эксплуатации или обработки. Исследованию закономерностей виброразогрева металлополимерной слоистой призмы при высокочастотном нагружении посвящены работы [1, 2]. Установлена важная роль объемных потерь в оценке скорости диссипации в тонких слоях полимера, стесненных металлическими слоями при сжатии.

В данной работе на основе связанной теории термовязкоупругости [8] в динамической постановке исследована тепловая неустойчивость прямоугольной призмы, состоящей из полимерных и металлических слоев, под действием высокочастотной силовой или кинематической сжимающей нагрузки, действующей на части поверхности призмы. В качестве полимеров выбраны полиэтилен (ПЭ) и полиметилметакрилат (ПММА), которые являются типичными представителями двух обширных классов полимеров – частично кристаллических и аморфных. Задача решается методом конечных элементов в рамках модели кусочно-неоднородных тел. Физико-механические характеристики полимеров приняты зависящими от температуры. Для расчета критических значений параметра нагрузки использован метод стационарных диаграмм, развитый в работе [11].

§1. Постановка задачи. Основные уравнения.

Вводится прямоугольная декартова система координат xOy и рассматривается плоское деформированное состояние, а также разогрев призмы прямоугольного сечения $|x| \leq c$, $0 \leq y \leq b$, состоящей

из слоев полимера и меди. Половина сечения призмы показана на рис. 1. Призма располагается на жестком гладком основании. На части верхней грани $y = b$, $|x| \leq a$, $a < c$ действует нормальная осциллирующая с частотой ω силовая или кинематическая нагрузка с амплитудой σ_0 или u_0 . На

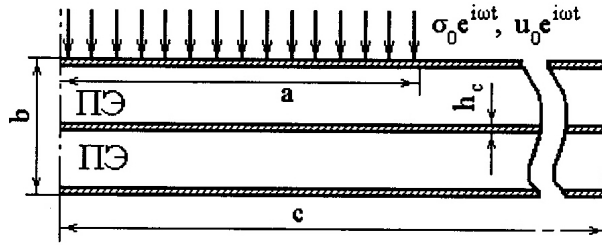


Рис. 1

поверхностях опирания и нагружения поддерживается постоянная температура θ_c . Остальная поверхность призмы свободна от нагрузки и находится в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой θ_c . На внутренних границах предполагается идеальный тепловой и механический контакт.

Постановка данной задачи термовязкоупругости при гармоническом нагружении включает:

уравнения колебаний и теплопроводности

$$\tilde{\sigma}_{ij,j} + \rho\omega^2\tilde{u}_i = 0; \quad c_V\dot{\theta} = (k\theta_{,i})_{,i} + \beta\bar{D}' \quad (i, j = x, y), \quad (1.1)$$

определяющие уравнения для амплитуд напряжений и усредненной за период скорости диссипации на единицу объема \bar{D}'

$$\tilde{s}_{ij} = 2\tilde{G}\tilde{e}_{ij}; \quad \tilde{\sigma}_{kk} = 3\tilde{K}\tilde{\epsilon}_{kk}; \quad \bar{D}' = \frac{\omega}{2} \text{Im}(\tilde{\sigma}_{ij}\tilde{e}_{ij}^*);$$

граничные условия, исключая поверхность нагружения $|x| \leq a$, $y = b$

$$\tilde{u}_y = 0; \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0; \quad \theta = \theta_c \quad (|x| \leq c, \quad y = 0);$$

$$\tilde{\sigma}_{yy} = 0; \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0; \quad -k\theta_{,y} = \gamma(\theta - \theta_c) \quad (|x| > a, \quad y = b);$$

$$\tilde{\sigma}_{xx} = 0; \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0; \quad -k\theta_{,x} = \gamma(\theta - \theta_c) \quad (|x| = c, \quad 0 < y < b),$$

а также начальное условие для температуры $\theta = \theta_0$ при $t = 0$.

Выше приняты следующие обозначения: $\tilde{\sigma}_{ij}$ и $\tilde{\epsilon}_{ij}$ – тензоры комплексных амплитуд напряжений и деформаций; $\tilde{\sigma}_{kl} = \sigma'_{kl} + i\sigma''_{kl}$, $\tilde{\epsilon}_{kl} = \epsilon'_{kl} + i\epsilon''_{kl}$; \tilde{s}_{ij} и \tilde{e}_{ij} – девиаторы тензоров $\tilde{\sigma}_{ij}$ и $\tilde{\epsilon}_{ij}$; \tilde{u}_i – вектор амплитуды перемещения; θ – температура; θ_0 – на-

чальная температура; k и c_V – коэффициенты теплопроводности и объемной теплоемкости; ρ – плотность; \tilde{G} и \tilde{K} – комплексные модули сдвига и объемного сжатия; $\tilde{G} = G' + iG''$, $\tilde{K} = K' + iK''$; $\tilde{\epsilon}_{kl}^*$ – величина, комплексно сопряженная $\tilde{\epsilon}_{kl}$, $\tilde{\epsilon}_{kl}^* = \epsilon'_{kl} - i\epsilon''_{kl}$; γ – коэффициент теплоотдачи; β – доля диссипированной энергии, перешедшая в тепло; $\dot{\theta} = \partial\theta/\partial t$, $\theta_{,x} = \partial\theta/\partial x$.

Для случаев силового или кинематического нагружения на границе $|x| \leq a$, $y = b$ имеем

$$\tilde{\sigma}_{yy} = \sigma_0; \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0; \quad (1.2)$$

$$\tilde{u}_y = u_0; \quad \tilde{\sigma}_{xy} = 0, \quad (1.3)$$

а для температуры принимается условие $\theta = \theta_c$.

Ниже использовано разложение локальной скорости диссипации на сдвиговую D'_s и объемную D'_V составляющие

$$\bar{D}' = D'_s + D'_V; \quad D'_s = \omega G''(e'_{ij}e'_{ij} + e''_{ij}e''_{ij}); \quad D'_V = \frac{1}{2} \omega K''(\epsilon'^2_{kk} + \epsilon''^2_{kk}).$$

Парциальный вклад скорости объемной диссипации определяется параметром d_v , $d_v = \int_V D'_V dv / \int_V \bar{D}' dv$, где V – объем призмы. Для вклада скорости сдвиговой диссипации d_s имеем $d_s = 1 - d_v$. Усредненный за период поток энергии через поверхность нагружения \bar{P}_y равен:

$$\bar{P}_y = \frac{2}{T} \int_0^a \int_0^a P_y(x, b, t) dx dt = -\frac{i\omega}{2} \int_0^a (\tilde{\sigma}_{yy} \tilde{u}_y^* - \tilde{\sigma}_{yy}^* \tilde{u}_y) dx.$$

Для условий нагружения (1.2) и (1.3), соответственно, получаем

$$\bar{P}_y = -\omega \sigma_0 \int_0^a u_y''(x, b) dx; \quad \bar{P}_y = \omega u_0 \int_0^a \sigma_{yy}''(x, b) dx.$$

Геометрия призмы, условия нагружения и теплообмена характеризуются параметрами $c = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м; $b = 2,2 \cdot 10^{-3}$ м; $h_c = 10^{-4}$ м; $a = 10^{-2}$ м; $\theta_0 = \theta_c = 20^\circ\text{C}$; $f = \omega/2\pi = 20$ кГц; $\gamma = 10$ Вт/м² °С; $\beta = 0,80$.

Краевую задачу колебаний и теплопроводности решаем с помощью конечно-элементной методики. В ее основе лежит подход, развитый в работе [3]. Используется восьмиузловой изопараметрический четырехугольный элемент. Для повышения точности расчетов область максимальной изменчивости напряжений, деформаций и температуры разбивается на более мелкие элементы. Наиболее густая сетка генерируется вблизи граничных точек области нагружения.

§2. Свойства материалов.

В расчетах использованы температурные зависимости физико-механических свойств ПЭ и ПММА из работ [7, 15]. Расчет объемных потерь производится с помощью соотношения $K''/K' = \chi G''/G'$, которое установлено экспериментально для изотермического случая в работе [13] для ряда полимеров, в частности, полиэтилена, причем принимается $\chi = 0,32$ для ПЭ и $\chi = 0,20$ для ПММА. Температурные зависимости сдвиговых и объемных характеристик полиэтилена приведены на рис. 2 (а – з). Аналогичные данные для ПММА представлены на рис. 2 (д – з). Здесь \tilde{J}_G и \tilde{J}_K – сдвиговая и объемная податливости, $\tilde{J}_G = 1/\tilde{G}$, $\tilde{J}_K = 1/\tilde{K}$.

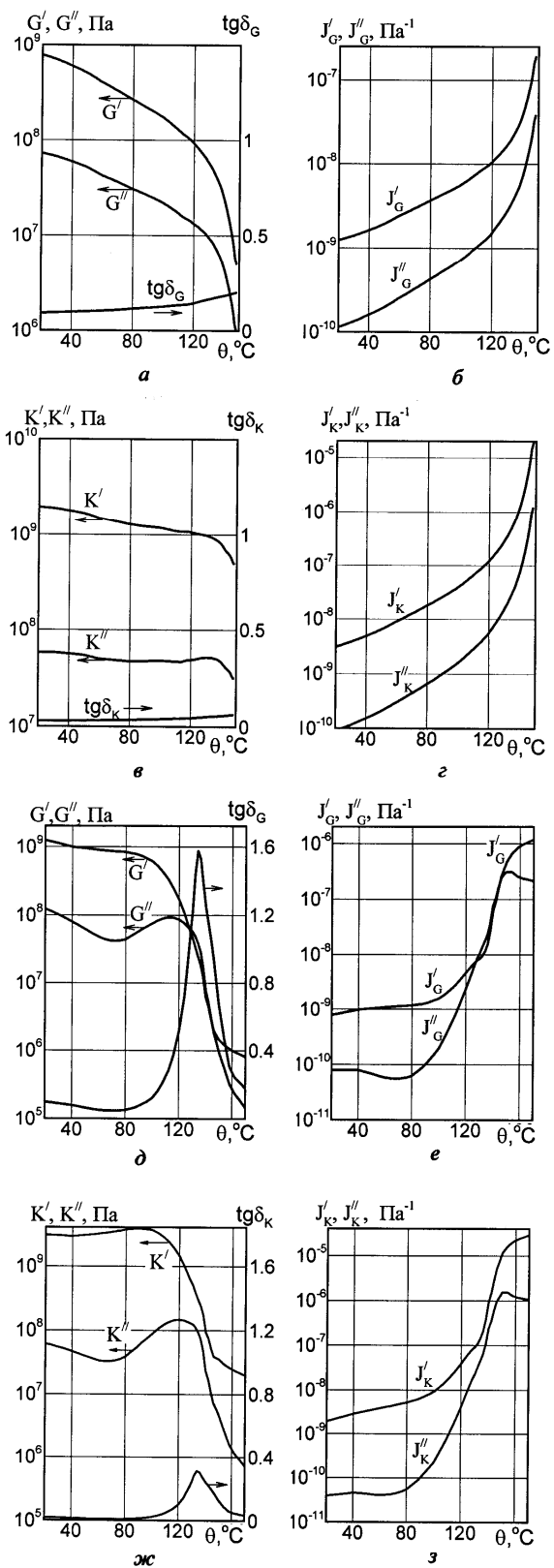


Рис. 2

Медь предполагается упругим материалом. Для ее физико-механических характеристик принято: $k_M = 400 \text{ Вт/м}^0\text{С}$; $c_{VM} = 3,47 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3\text{С}$; $\rho_M = 8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $G_M = 4,5 \cdot 10^4 \text{ МПа}$; $\nu_M = 0,33$.

§3. Результаты расчетов.

Изучение влияния армирующих слоев на температурное поле виброразогрева производится путем сравнения решений трех задач. В **задаче 1** (модельной) рассматривается термомеханическое поведение однородной призмы, состоящей из полимера. В **задаче 2** призма содержит 2 слоя меди толщиной h_c , расположенные на верхней и нижней поверхностях $y=0$ и $y=b$. В **задаче 3** кроме наружных слоев (задача 2) имеется третий слой толщиной h_c , расположенный в срединном сечении призмы $y=b/2$. Во всех трех задачах общая толщина пластины одинакова и равна b , т.е. введение медных слоев уменьшает толщину полимерных прослоек.

Проанализируем сначала результаты расчетов для призмы с прослойками из ПЭ. Силовому нагружению отвечает граничное условие (1.2). На рис. 3, а сплошными линиями показаны диаграммы $\theta_m - \sigma_0$, где

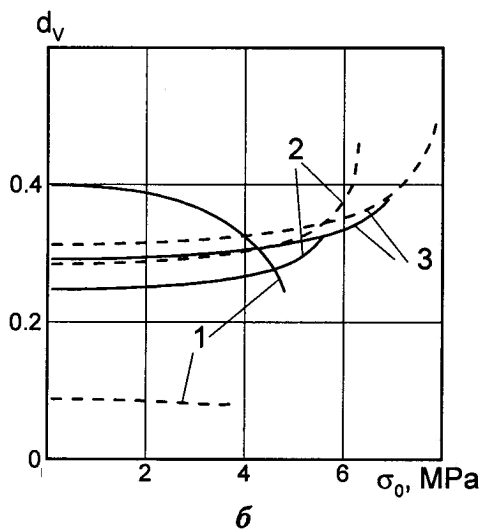
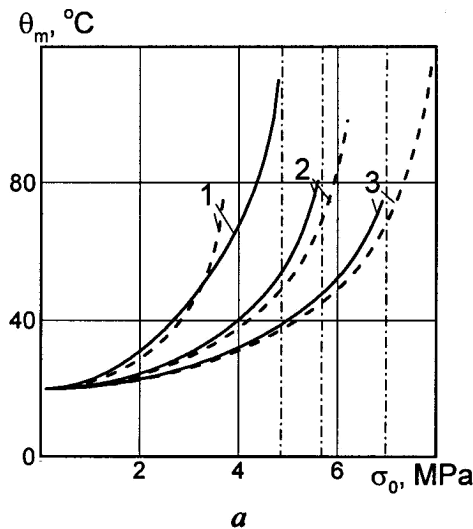


Рис. 3

штриховыми линиями будет рассмотрен ниже в §4. Здесь и ниже цифрами 1, 2 и 3 обозначаются номера соответствующих задач. Вертикальные штрих-пунктирные линии отвечают критическим значениям σ_0^* таким, что при $\sigma_0 > \sigma_0^*$ не существует стационарных тепловых состояний, т.е. имеет место лавинообразный (в пределах рассматриваемого температурного интервала) рост температуры. Расчеты показывают, что при $\sigma_0 \rightarrow \sigma_0^*$ резко нарастает и поток энергии \bar{P}_y . Согласно кривым на рис. 3, а при уменьшении толщины полимерного слоя критические значения силовой нагрузки возрастают. Это объясняется сменой механизма диссипации с преимущественно сдвигового (для задачи 1) на смешанный объемно-сдвиговой (для задач 2 и 3), а также на преимущественно объемный для полимерных слоев, более тонких, чем рассматриваются в данной работе. В тонких слоях полимера уровень деформаций при заданной амплитуде напряжений ниже, чем в более толстых, вследствие стесняющего действия жестких металлических слоев. Такой вывод вполне подтверждается результатами анализа, проведенного в работе [16] для тонкослойных металло-эластомерных дисков. Смену механизма диссипации иллюстрируют зависимости доли объем-

ной скорости диссипации от температуры, показанные сплошными линиями на рис. 3, б. Таким образом, рост стационарной температуры в задачах 2 и 3 обусловлен ростом объемной диссипации, тогда как в однородной призме (задача 1) определяющим является сдвиговой механизм.

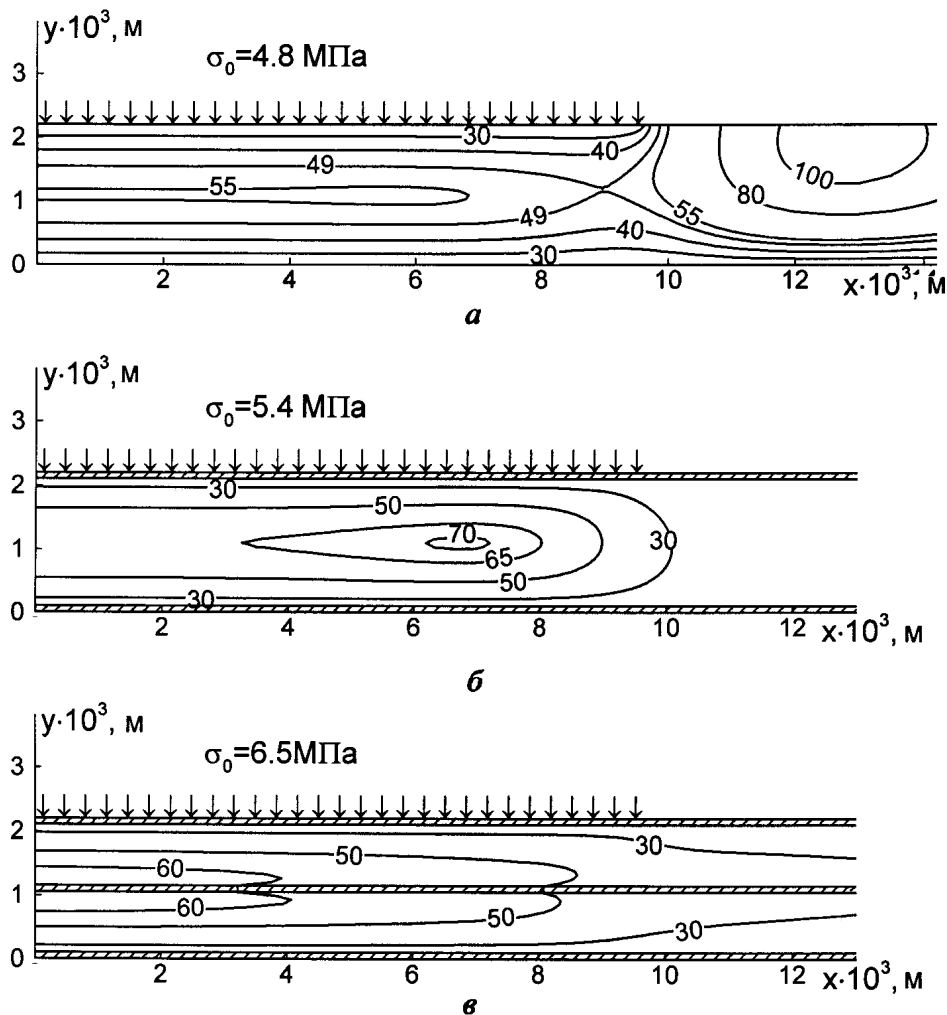


Рис. 4

Изолинии стационарных температурных полей, близких к критическим, для задач 1, 2 и 3 приведены на рис. 4, а – в. Кривые на рис. 4, в иллюстрируют механизм теплоотвода из области нагружения $|x| > a$ путем теплопроводности по внутреннему металлическому слою. В задачах 1 и 2 при отсутствии внутренних слоев максимальный разогрев происходит в области $x/a \approx 0,5 - 0,7$; $y/b \approx 0,5$. При наличии внутреннего армирующего слоя эта область «рассасывается» за счет высокой теплопроводности меди и максимальный разогрев имеет место в центральных частях полимерных слоев $x \approx 0$.

Рассмотрим случай кинематического нагружения, которому отвечает граничное условие (1.3). На рис. 5, а приведены зависимости максимальной по объему температуры θ_m от амплитуды перемещения u_0 . Видно, что кривые не имеют вертикальных асимптот и сохраняют пологость до температуры плавления $\theta_{liq} \approx 130^\circ \text{ C}$. Таким обра-

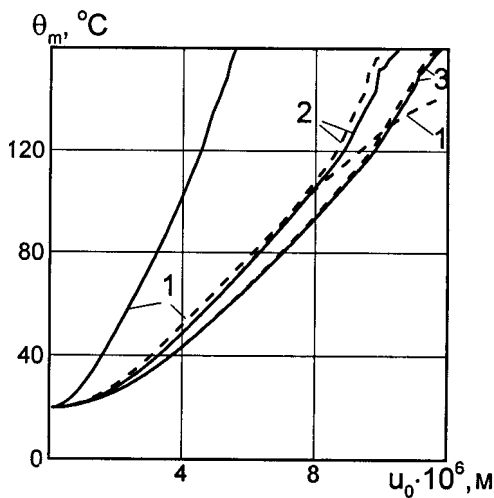


Рис. 5

диссипации для задач 2 и 3 со сдвигового ($d_v < 0,5$) при $u_0 < 8,5$ мкм на объемный ($d_v > 0,5$) при $u_0 > 8,5$ мкм. Смена механизма диссипации происходит при подходе к температуре термического размягчения материала при $\theta \approx 100^\circ\text{C}$ и обусловлена снижением модуля $G''(\theta)$ при относительно стабильных значениях $K''(\theta)$ и амплитудах шаровых составляющих тензора деформации $|\tilde{\epsilon}_{kk}|$. Стационарные распределения температуры слабо отличаются от соответствующих по уровню распределений на рис. 4, а, б. К некоторым отличиям можно отнести отсутствие области локализованного разогрева в задаче 2.

§4. Влияние динамичности.

Для оценки влияния сил инерции рассматриваемые задачи решались в квазистатической постановке. Для этого в уравнении (1.1) полагалось $\rho = 0$. Результаты расчета приведены на рис. 3 и 5 штриховыми линиями. Наиболее ярко влияние динамичности выражено в случае однородной призмы. В отличие от задач 2 и 3 критические значения для задачи 1 в квазистатической постановке ниже, чем в динамической. Значение d_v при малых параметрах нагружения заметно выше, чем в квазистатике. Однако оно быстро уменьшается с ростом σ_0 ввиду усиления сдвигового механизма диссипации.

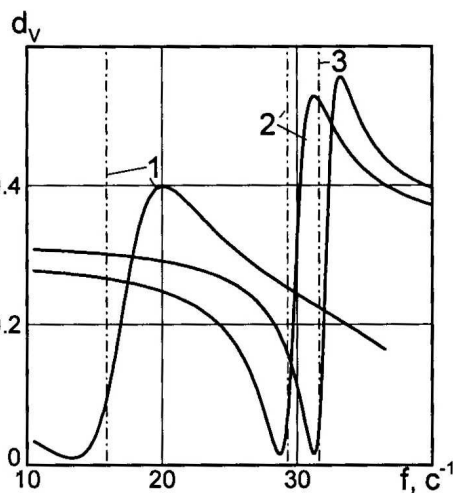


Рис. 6

зом, для всех значений u_0 в интервале (θ_0, θ_{liq}) существует решение стационарной задачи теплопроводности, и, следовательно, тепловая неустойчивость не имеет места. Отсутствие тепловой неустойчивости при возбуждении призмы в режиме заданных перемещений обусловлено снижением сдвигового и объемного модулей потерь при увеличении температуры (рис. 2, а, б). При этом расчетная кривая зависимости $\bar{P}_y(u_0)$ обращена вогнутостью вниз вплоть до максимума при $u_0 \approx (8 - 12)$ мкм. Для больших значений u_0 наблюдается снижение потока энергии. Расчетные данные указывают на перестройку механизма диссипации для задач 2 и 3 со сдвигового ($d_v < 0,5$) при $u_0 < 8,5$ мкм на объемный ($d_v > 0,5$) при $u_0 > 8,5$ мкм. Смена механизма диссипации происходит при подходе к температуре термического размягчения материала при $\theta \approx 100^\circ\text{C}$ и обусловлена снижением модуля $G''(\theta)$ при относительно стабильных значениях $K''(\theta)$ и амплитудах шаровых составляющих тензора деформации $|\tilde{\epsilon}_{kk}|$. Стационарные распределения температуры слабо отличаются от соответствующих по уровню распределений на рис. 4, а, б. К некоторым отличиям можно отнести отсутствие области локализованного разогрева в задаче 2.

Для анализа влияния динамичности на механизм диссипации рассмотрим частотные характеристики $d_v - f$ полимерной призмы (задача 1), представленную на рис. 6 $\theta = 20^\circ\text{C}$ для малых значений σ_0 . Вертикальные штрих-пунктирные линии отвечают частотам первых трех резонансов призмы ($f_{r1} = 15,5$ кГц, $f_{r2} = 30,0$ кГц и $f_{r3} = 32,0$ кГц). Форма колебаний на этих резонансах близка к первому полуволновому резонансу в стержне со свободными концами. Для нее характерен преимущественно сдвиговой

Для анализа влияния динамичности на механизм диссипации рассмотрим частотные характеристики $d_v - f$ полимерной призмы (задача 1), представленную на рис. 6 $\theta = 20^\circ\text{C}$ для малых значений σ_0 . Вертикальные штрих-пунктирные линии отвечают частотам первых трех резонансов призмы ($f_{r1} = 15,5$ кГц, $f_{r2} = 30,0$ кГц и $f_{r3} = 32,0$ кГц). Форма колебаний на этих резонансах близка к первому полуволновому резонансу в стержне со свободными концами. Для нее характерен преимущественно сдвиговой

механизм диссипации $d_V \ll 1$. Максимумы d_V достигаются в зарезонансной области частот и достигают значений $d_V \approx 0,4 - 0,55$. Таким образом, уровни объемной и сдвиговой диссипации определяются взаимным расположением резонансной частоты и частоты нагружения. Этим динамический случай отличается от квазистатического, для которого уровень d_V определяется только толщиной полимерного слоя. Близкое к критическому распределение температурного поля квазистатической задачи имеет максимум в области $x/a \approx 0,5 - 0,7$; $y/b \approx 0,5$.

В задачах 2 и 3 эффект динамичности слабее, поскольку первые резонансные частоты существенно выше частоты нагружения. В этих задачах динамичность приводит к несколько меньшим критическим значениям по сравнению с квазистатической задачей.

Аналогичные результаты для случая кинематического нагружения представлены штриховыми линиями на рис. 5.

Сравнительный анализ представленных результатов позволяет сделать следующие выводы.

Наличие сил инерции существенно усложняет картину виброразогрева, вообще, и тепловой неустойчивости, в частности. Это связано с наличием резонансов вблизи частоты нагружения. Колебаниям в окрестности резонанса присущи более высокие уровни амплитуд напряжений, деформаций и, следовательно, температуры виброразогрева.

Распределения механических полевых величин определяются формой колебаний, отличающейся от квазистатического распределения. При этом изменяемость механических и тепловых полей существенно выше, чем в квазистатике. В частности, возможны локализованные очаги разогрева вдали от области нагружения, в области пучности напряжений. Поэтому соотношение между сдвиговой и объемной составляющими в скорости диссипации, определяющее ее механизм, может существенно отличаться от квазистатического.

Рассмотрим призму с прослойками из ПММА. На рис. 7 показаны диаграммы $\theta_m - \sigma_0$. Вертикальные штрих-пунктирные линии отвечают критическим значениям σ_0^* . Зависимости потока энергии \bar{P}_v и параметра объемной диссипации d_V от амплитуды нагружения σ_0 близки к полученным для ПЭ. Качественно подобными оказываются и критические поля изотерм для задач 1 - 3.

Существенное отличие для случая ПММА состоит в наличии тепловой неустойчивости при нагружении в режиме заданного перемещения. Этот факт вытекает из

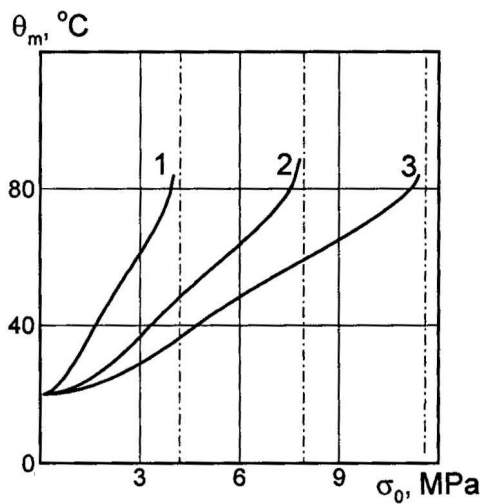


Рис. 7

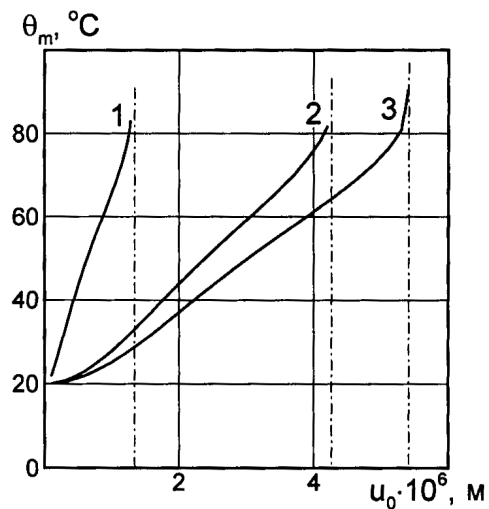


Рис. 8

данных, представленных на рис. 8. Возможность тепловой неустойчивости для обоих режимов нагружения обусловлена наличием для ПММА участков возрастающих с температурой как сдвигового и объемного модулей потерь, так и соответствующих податливостей потерь (рис. 2, $\delta - \varepsilon$).

Как и во всех рассмотренных выше случаях нагружения, критические значения возрастают с ростом степени армирования призмы металлическими слоями. Для задачи 1 также наблюдается локализация температуры виброразогрева вне области нагружения (рис. 4, a).

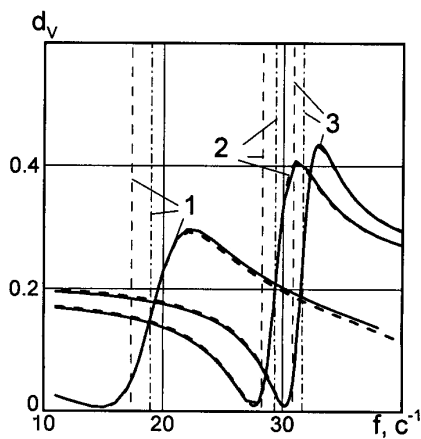


Рис. 9

Интересный эффект отражен на рис. 9. Здесь сплошными и штриховыми линиями показаны частотные зависимости параметра d_v в окрестности первых резонансов для кинематического и силового нагружений. Резонансные частоты при этих нагружениях для задач 1, 2 и 3 показаны тонкими штрихпунктирными и штриховыми линиями. Видно, что зависимости $d_v = d_v(f)$ для кинематического и силового нагружений практически совпадают для всех трех задач, несмотря на заметное различие резонансных частот. Следовательно, параметр d_v определяется характером армирования призмы и не зависит от вида нагружения.

Выводы.

Термическая неустойчивость реализуется в слоистой медно-полиэтиленовой прямоугольной призме при силовом высокочастотном нагружении сжатия, а в призме, составленной из слоев меди и ПММА – как при силовом, так и кинематическом нагружении.

Такой эффект обусловлен наличием интервалов температур, в которых сдвиговая и объемная податливости потерь полимеров возрастают с температурой, а параметр нагружения превосходит критическое значение. Характерным для тепловой неустойчивости является резкое нарастание потока энергии по мере приближения параметра нагружения к критическому значению.

Чем тоньше полимерные слои, тем выше критические значения амплитуд нагружения. Для критических распределений стационарной температуры характерно наличие слабо локализованных зон виброразогрева, связанных с краевыми эффектами вблизи границы области нагружения. Динамичность качественно и количественно влияет на критические значения параметров нагружения. Установлено, что доли скоростей объемной и сдвиговой диссипаций не зависят от типа нагружения, а определяются степенью армирования элемента.

РЕЗЮМЕ. В рамках зв'язаної задачі термов'язкопружності на основі скінченно-елементного моделювання вивчено теплову нестійкість при вібророзігріві прямокутної призми, яка складається з мідних і поліетиленових або поліметилметакрилатових шарів. Призма піддається високочастотному силовому або кінематичному стиску. Встановлено, що у випадку поліетилену термічна нестійкість має місце за умови силового навантаження і відсутня при кінематичному, а у випадку поліметилметакрилату нестійкість має місце в обох випадках навантаження. Це пов'язується з наявністю ділянок зростання з температурою зсувної і об'ємної податливостей втрат для кожного з полімерів. Виявлено, що в околі температури перетворень зсувний механізм дисипації замінюється на об'ємний, який є визначальним для достатньо тонких полімерних шарів. Динамічність якісно і кількісно впливає на критичні значення параметрів навантаження.

1. Доля О.В., Червінко О.П., Сенченков І.К. Вібродозігрів шаруватої пружно - в'язкопружної прямокутної призми при височастотному силовому навантаженні // Вісн КДУ. Сер.: фіз.-мат. наук. – 2007. – № 2. – С. 54 – 58.
2. Доля Е.В., Червинко О.П., Сенченков И.К. Виброразогрев упруго-вязкоупругой прямоугольной слоистой призмы под действием вибрирующего штампа // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 8. – С. 71 – 79.
3. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.1. Термоупругость / Мотовиловец И.А., Козлов В.И. – К.: Наук. думка, 1987. – 264 с.
4. Нарисава И. Прочность полимерных материалов. – М.: Химия, 1987. – 400 с.
5. Нестеренко Н.П., Сенченков И.К. Состояние и перспективы совершенствования ультразвуковой сварки полимеров и термопластичных композиционных материалов // Сварочное производство. – 2002. – № 10. – С. 19 – 26.
6. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978. – 294 с.
7. Теплофизические и реологические характеристики полимеров. Справочник./ Под ред. Ю.С.Липатова. – К.: Наук. думка, 1977. – 244 с.
8. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / Потураев В.Н., Дырда В.И., Карнаухов В.Г. и др., Под ред. Потураева В.Н. – К.: Наук. думка, 1987. – 288 с.
9. Червинко О.П., Сенченков И.К., Якименко Н.Н. Колебания и виброразогрев вязкоупругой призмы с цилиндрическим включением при гармоническом сжатии // Прикл. механика. – 2007. – **43**, № 6. – С. 73 – 81.
10. Якименко Н.Н. Тепловая неустойчивость вязкоупругой прямоугольной призмы с цилиндрическим включением при сдвигом циклическом нагружении // Вестник КГУ. Сер. физ. – мат. наук. – 2004. – № 2. – С. 171 – 175.
11. Chervinko O.P. Calculation the Critical Parameters Characterizing the Thermal Instability of a Viscoelastic Prism with a Stress Concentrator under Harmonic Compression // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, N 8. – P. 916 – 922.
12. Chervinko O.P., Senchenkov I.K. Correspondence Principles for Complex Shear Characteristics in a Nonisothermal Model of Monohatmonic Approximation for Physically Nonlinear Materials // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, N 1. – P. 52 – 63.
13. Chervinko O.P., Senchenkov I.K., Dolya E.V. Vibration and Dissipative Heating of Layered Restangular Viscoelastic Prism under Harmonic Shear // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 2. – P. 70 – 78.
14. Karnaukhov V.G. Thermal Failure of Polymeric Structural Elements under Monoharmonic Deformation // Int. Appl. Mech. – 2004. – **40**, N 6. – P. 3 – 43.
15. Lifschütz J.M., Kolsky H. The propagation of spherically divergent stress pulses in the viscoelastic solids // J. Mech. Phys. Solids. – 1965. – **13**, N 6. – P. 361 – 376.
16. Malinary A., Germain Y. Self heating and thermal failure of polymers sustaining a compressive cyclic load. // Int. J Solids Struct. – 1996. – **33**, N 23. – P. 3439 – 3462.
17. Penn R.W. Dynamic mechanical properties of crystalline linear polyethylene // J. Polym. Sci. – 1966. – N 4. – Pt. 2. – P. 545 – 557.
18. Senchenkov I.K., Chervinko O.P., Kozlov V.I. Energy analysis of the stress-strain state of a viscoelastic disk with rigidly fixed ends under cyclic compression // Int. Appl. Mech. – 1994. – **30**, N 10. – P. 791 – 796.
19. Zhuk Ya.A., Guz I.A. Active Damping and Forced Vibrations of Hinged Beam with Piezoelectric Layers, Geometric and Physical Nonlinearities Taken into Account // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 1. – P. 94 – 108.

Поступила 17.08.2008

Утверждена в печать 15.06.2010