

В.В. Гайдайчук¹, В.И. Кошель², П.З. Луговой²

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ ОКОЛО ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

¹Национальный университет строительства и архитектуры,
Воздухофлотский пр.-т, 31, 03037, Киев, Украина;
e-mail viktorgaydaychuk@bigmir.net;

²Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина;
e-mail: plugovyy@inmech.kiev.ua

Abstract. Using the finite element method, the stress state around the arched mine working is determined. The working includes the mineral-bed. An analysis testifies the essential effect both presence of the mineral-bed, and its bedding direction on the stress state around the mine working. The concrete recommendations are formulated for design of mine working reinforcement.

Key words: arched mine working, stress state, finite element method, effect of the mineral-bed, design of mine working reinforcement.

Введение.

В настоящее время глобальное потребление человечеством энергии составляет $3,7 \cdot 10^{20}$ Дж в год, что эквивалентно сжиганию 170 миллионов баррелей нефти в день. Это потребление обеспечивается за счет шести основных энергетических источников: нефть (44%), природный газ (26%), уголь (25%), энергия гидроэлектростанций (2,4%), атомная энергия (2,4%), энергия ветра, Солнца и др. (0,2%) [5]. Учитывая, что истощение ресурсов нефти и газа происходит с наибольшими темпами, можно сделать вывод, что удельный вес угля в энергообеспечении человечества будет постоянно возрастать. Сложные условия разработки многих месторождений угля и металлических руд обусловлены резкими колебаниями мощности и углов падения пластов, рудных тел, изменчивостью крепости вмещающих пород и руд, неравномерным распределением полезного ископаемого и сложным рельефом их залегания. Шахтное поле представляет собой определенную механическую систему, состояние которой постоянно изменяется за счет регулярной добычи угля и сопровождающих этот процесс технологических факторов, а также вследствие тектонических и реологических явлений, создает сеть концентраторов напряжений, которые существенным образом влияют на общее напряженно-деформированное состояние разрабатываемого горного массива. Геологическая неоднородность мест залегания полезных ископаемых (анизотропия и слоистость горного массива, тектонические разломы и т.д.) также является существенным аргументом при создании критических ситуаций при добыче угля и других ископаемых [6].

При переходе на большие глубины резко ухудшаются условия эксплуатации месторождений в основном за счет увеличения горного давления и динамических форм его проявления в виде сотрясений (горных ударов) [1]. Характерной особенностью разработки на больших глубинах является соизмеримость возникающих в конструкциях напряжений и предела прочности разрабатываемых пластов. Поэтому качественные оценки устойчивости конструктивных элементов систем разработки и их подчиненность общим вопросам организации технологических схем добычи угля, как это принято на небольших глубинах, здесь уступают место строгому количественному

анализу поля напряжений на всех этапах выемки, необходимости поиска направленных методов воздействия на это поле с целью локализации или снятия опасных напряжений в тех конструкциях, без которых невозможно осуществить выемку полезного ископаемого. В условиях больших глубин необходим поиск методов активного воздействия на напряженное состояние зоны очистных работ как за счет геометрии и пространственного расположения конструктивных элементов систем разработки, так и путем изменения их свойств, при которых обеспечивается поглощение части энергии упругого сжатия в виде работы деформирования горных конструкций.

Поэтому для предотвращения аварийных ситуаций необходимо детально проанализировать указанные выше факторы и выбирать ведение комплекса добычных работ по направлению минимального риска потери устойчивости горных выработок.

В данной работе исследуется напряженное состояние около горных выработок, содержащих пласт полезного ископаемого, что позволит дать рекомендации по проектированию конструкций крепи и увеличит возможность указать пути уменьшения вероятности возникновения катастроф, которые могут привести к авариям и человеческим жертвам. Для выработок с формой контура, меняющей свою кривизну или механические свойства пород, коэффициент концентрации напряжений резко изменяется и на этих участках следует ожидать разрушения пород. Кроме того, местные неровности контура выработки в местах расположения пласта дополнительно изменяют коэффициент концентрации напряжений, что может оказать значительное влияние на устойчивости породных обнажений.

Ниже рассмотрены горизонтальные протяженные горные выработки. Учитывая их протяженность, в средней части выработки влиянием ее концевых частей можно пренебречь и для расчетов выделять ее сечение в центральной части. Для выделенной расчетной области ставится задача о плоском деформированном состоянии, поскольку в упругом массиве деформации в направлении осевой линии выработки принимаются равными нулю. Подобные задачи рассмотрены в работах [3, 4, 7, 8].

Для решения поставленной задачи использован метод конечных элементов (МКЭ) [2], который применяется для решения задач статики и динамики горных массивов. При этом рассматриваются пространственные (трехмерные) и плоские (двумерные) задачи теории упругости, причем обычно предпочтение отдается, по возможности, плоским задачам, позволяющим исследовать многопараметрические системы.

1. Постановка задачи и метод решения.

В случае задачи статики соотношения теории упругости для горного массива в окрестности выработки имеют вид:

уравнения равновесия в напряжениях

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + R_1 = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + R_2 = 0 \quad (1)$$

или $[\partial]^T \{\sigma\} + \{R\} = 0$, где обозначено: $R = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}$ – вектор объемных сил;

$$[\partial] = \begin{Bmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 \end{Bmatrix} \text{ – матрица дифференцирования;}$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \text{ – вектор напряжений } (\sigma_{12} = \sigma_{21}).$$

Работа внутренних сил на возможных перемещениях для массива единичной толщины определяется равенством

$$\delta U = \int_s (\sigma_{11} \delta \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \delta \varepsilon_{22} + \sigma_{12} \delta \gamma_{12}) ds = \int_s \delta \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} ds, \quad (2)$$

а работа внешних сил –

$$\delta A = \int_s \delta \{u\}^T \{R\} dx. \quad (3)$$

Принято, что силы R_1 и R_2 не зависят от координаты x_3 .

В данном случае рассмотрим плоские участки породы с выработками различного поперечного сечения. Для конечно-элементной (КЭ) аппроксимации таких областей наиболее удобными оказываются треугольные элементы. Поэтому ниже изложение методики конечно-элементного моделирования дается на примере КЭ треугольной формы.

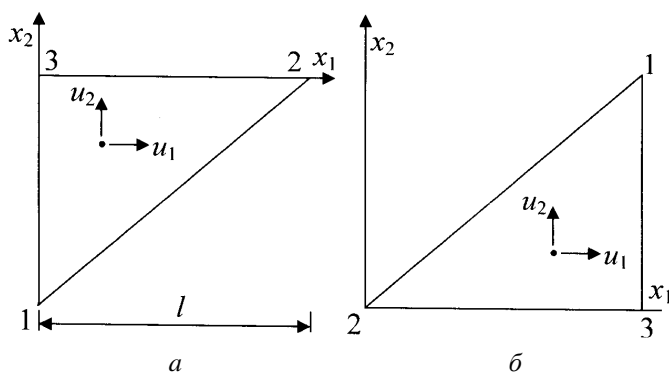


Рис. 1

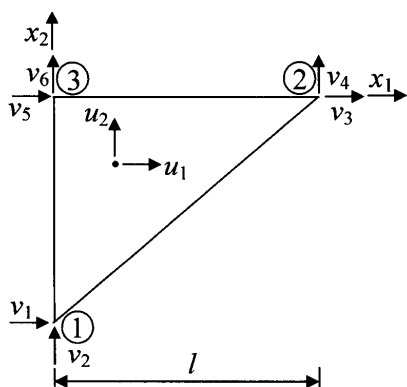


Рис. 2

Разобьем выделенное для расчета плоское сечение на элементы треугольной формы (рис. 1, а, б). При этом возникают элементы двух форм, нумерация узлов показана на рис. 2. В двумерной области элемента выделяются два независимых перемещения u_1 и u_2 , соответственно.

Для построения матрицы жесткости необходимо задать аппроксимацию независимых функций перемещений по области КЭ и связать их со степенями свободы элемента. Из формулы для вариации потенциальной энергии видно, что полиномы для аппроксимации функции перемещений $u_1(x_1, x_2)$ и $u_2(x_1, x_2)$ должны иметь члены не ниже первого порядка.

Для треугольного КЭ число постоянных коэффициентов, аппроксимирующих полиномов каждой из независимых функций перемещений, естественно равно трем.

Например, для $u_1(x_1, x_2)$ имеем

$$u_1(x_1, x_2) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2. \quad (4)$$

Значения коэффициентов этого полинома выразим через перемещения узлов КЭ v_1, v_3, v_5 (рис. 2), что соответствуют перемещению вдоль оси x_1 .

Таким образом, имеем

$$u_1^{(1)}(0, -h) = \alpha_1 - \alpha_3 h = v_1; \quad u_1^{(2)}(\ell, -h) = \alpha_1 + \alpha_2 \ell = v_3; \quad u_1^{(3)}(0, 0) = \alpha_1 = v_5 \quad (5)$$

или в компактной форме –

$$[c]\{\alpha\} = \{v\}.$$

Решением системы линейных уравнений являются значения коэффициентов полинома (4): $\{\alpha\} = [c]^{-1}\{v\}$ или $\alpha_1 = v_5$, $\alpha_2 = (v_3 - v_5)/\ell$, $\alpha_3 = (v_5 - v_1)/h$.

После подстановки этих значений в полином получаем

$$u_1(x_1, x_2) = -\frac{x_2}{h}v_1 + \frac{x_1}{\ell}v_3 + \left(1 + \frac{x_2}{h} - \frac{x_1}{\ell}\right)v_5.$$

Координаты произвольной точки в пределах конечного элемента $(x_1^{(i)}, x_2^{(i)})$ в функциях формы N_1, N_3, N_5 (5) определяют влияние узловых перемещений v_1, v_3, v_5 на перемещения $u_1(x_1^{(i)}, x_2^{(i)})$ в этой точке.

Аналогично перемещения u_2 в направлении оси x_2 связаны с узловыми перемещениями v_2, v_4, v_6 :

$$u_2(x_1, x_2) = N_2(x_1, x_2)v_2 + N_4(x_1, x_2)v_4 + N_6(x_1, x_2)v_6.$$

Функции формы N_2, N_4, N_6 определяются по той же схеме (5), что и N_1, N_3, N_5 , поэтому справедливы равенства: $N_2 = N_1$, $N_4 = N_3$, $N_6 = N_5$.

Матрица жесткости треугольного элемента строится на основе выражения для вариации потенциальной энергии. Ее вариация имеет вид

$$\delta u_e = \int_s \delta\{\varepsilon\}_e^T \{\sigma\}_e dx = \int_s \delta\{v\}_e^T [B]_e^T [E]_e [B]_e \{v\}_e ds = \delta\{v\}_e^T [k]_e \{v\}_e, \quad (6)$$

где $[k]_e = \int_s [B]_e^T [E]_e [B]_e ds$ – матрица жесткости треугольного конечного элемента.

Матрица $[k]_e$ сформулирована в локальной системе координат. При расчетах ее следует преобразовать в глобальной системе координат.

Построение матрицы жесткости и вектора сил модели, приведенных к узлам элементов, выполняется в следующей последовательности, начиная с условий равновесия:

$$\delta U - \delta A = \sum_e (\delta U_e - \delta A_e) = \sum_e (\delta\{\Delta\}_e^T [k]_e \{\Delta\}_e - \delta\{\Delta\}_e^T \{Q\}_e). \quad (7)$$

Перемещения узлов КЭ в глобальной системе координат обозначены символом Δ . Учитывая приведенные выше соотношения, окончательно получаем

$$\sum_e (\delta\{v\}_e^T [I]_e^T [k]_e [I]_e \{v\}_e - \delta\{v\}_e^T [I]_e^T [Q]_e) = \delta\{v\}_e^T \left(\begin{bmatrix} * \\ k \end{bmatrix} \{v\} - \{Q\} \right) = 0, \quad (8)$$

где $\begin{bmatrix} * \\ k \end{bmatrix} = \sum_e [I]_e^T [k]_e [I]_e$ – матрица жесткости конечно-элементной модели (КЭМ).

Анализируя эту формулу, можно сделать вывод, что в общем случае компоненты вектора возможных перемещений $\delta\{v\}$ не обращаются в нуль, поэтому нулю должны равняться множители в скобках. Таким образом, имеем

$$\begin{bmatrix} * \\ k \end{bmatrix} \{v\} - \{Q\} = 0. \quad (9)$$

Эти соотношения представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно действительных перемещений узлов конечно-элементной модели среды в глобальной системе координат под действием сил $\{Q\}^*$, приведенных к узлам элементов.

Компоненты вектора напряжений определяются в соответствии с законом Гука $\{\sigma\}_e = [E] \{\varepsilon\}_e = [E][B]_e \{\Delta\}_e$, где матрица $[B]$ для плоско-напряженного состояния является численной. Вектор узловых перемещений $\{V\}_e$ также является численным.

Таким образом, компоненты вектора напряжений $\{\sigma\}$ не зависят от координат и в границах КЭ плоско-напряженной конструкции не изменяются.

Решив систему линейных алгебраических уравнений (9), определим вектор узловых перемещений КЭМ

$$\{V\} = [k^*]^{-1} \{Q\}^* \quad (10)$$

и вектор узловых перемещений отдельного КЭ: $\{\Delta\}_e = [L]_e \{V\}$.

Реакции во внешних связях также вычисляются по стандартной схеме МКЭ:

$$\{R\}_i = \sum_e [K]_e^i \{\Delta\}_e^i, \quad (11)$$

где $[K]_e^i$ – матрица жесткости КЭ, которые относятся к i -му узлу (в этом узле наложены внешние связи). В узлах без связей (свободных узлах) реакции должны равняться нулю, что отвечает условиям равновесия незакрепленного узла.

Для реализации поставленной задачи разработан программный комплекс, ориентированный на решение задач статики систем с большим количеством линейных алгебраических уравнений. Указанный комплекс содержит соответствующие программные модули.

Препроцессор поддерживает графический интерфейс для введения и первичной обработки выходных данных в соответствии со стандартами операционной системы Windows. Первичная обработка включает в себя создание и графическое отображение информации о КЭМ: разбиение выделенного слоя (в центре его размещено поперечное сечение горной выработки, которое пересекается пластом полезного ископаемого; рассматривается наиболее типичное лукообразное сечение горной выработки, через которое проходит пласт угля) на КЭ треугольной формы; задание граничных условий и распределение внешних нагрузок; обеспечение непрерывности перемещений не только в узлах КЭМ, но и на границах КЭ; учет различия физико-механических свойств КЭ слоя полезного ископаемого и КЭ содержащих пород; образование нерегулярной конечно-элементной сетки в области контакта полезного ископаемого и содержащих пород, что позволяет лучше учесть возникающую неоднородность поля напряжений.

Процессор выполняет все этапы конечно-элементных вычислений: упорядочение матрицы жесткости и матрицы масс для задач линейной статики с разными упругими материалами; решение системы линейных алгебраических уравнений (устойчивое к плохой обусловленности итерационного процесса; для решения задач статики используется метод Гаусса, модифицированный для систем с большим количеством линейных алгебраических уравнений); расчет полей напряжений около контура горной выработки.

Постпроцессор реализует численное и графическое отображение результатов расчетов.

2. Численные результаты и их анализ.

Числовые конкретные расчеты проведены для неподкрепленной горной выработки наиболее распространенного арочного поперечного сечения с пластом угля на глубине 500 м со следующими параметрами: уголь – модуль Юнга $E = 1,8 \cdot 10^9$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,36$; плотность $\rho = 1250$ кг/м³; песчаник – $E = 1,09 \cdot 10^{10}$ Па; $\nu = 0,3$, $\rho = 2540$ кг/м³; сланец – $E = 7,6 \cdot 10^9$ Па; $\nu = 0,2$, $\rho = 2700$ кг/м³. Контур арочного сечения горной выработки описывается уравнением эллипса $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ и прямой $y = -c$. В точках пересечения прямой и эллипса имеются закругления, которые описываются уравнениями: $(x_1 \pm d)^2 + [x_2 \pm (c - R)]^2 = R^2$, где c – расстояние от начала координат до подошвы выработки; d – расстояние от оси ординат до центров окружностей закругления; R – их радиусы. Полуоси эллипса: $a = 2,5$ м (параллельна дневной поверхности); $b = 3,7$ м (перпендикулярна дневной поверхности); для прямой $c = 1,0$ м, мощность угольного пласта составляет 1,8 м.

Рассмотрено три случая: 1) горная выработка полностью расположена в угольном пласте; 2) угольный пласт пересекает выработку параллельно дневной поверхности таким образом, что нижняя его плоскость проходит по линии $y = 0,2$ м, а верхняя по линии $y = 2,0$ м; 3) угольный пласт пересекает выработку таким образом, что нижняя его плоскость проходит через левую угловую точку выработки под углом 20° к дневной поверхности и совпадает с линией $y = 0,364x + 0,274$, а верхняя – с линией $y = 0,364x + 2,074$.

Для цилиндрической выработки арочного поперечного сечения в угольном пласте и решении соответствующих задач теории упругости практическая сходимость достигалась в случае, когда выделенная для расчета область разбивалась на 14 346 конечных элементов, (общее число неизвестных при этом составило 44160).

Для более наглядного представления возможной потери устойчивости горной выработки результаты даны в виде полей распределения напряжений (в Па) по Мизесу в окрестности контура выработки.

Поле напряжений около арочной горной выработки (полностью расположенной в угольном пласте) определено в результате решения задачи при горном давлении на глубине 500 м и представлено на рис. 3. Анализ показывает, что концентрация напряжений имеет место в окрестности трех закругленных вершин этого сечения.

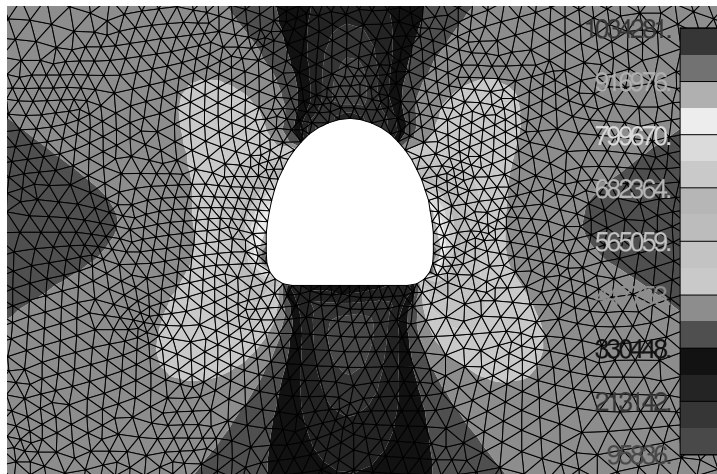


Рис. 3

Во втором и третьем случаях на угольном пласте лежит песчаник, а пласт лежит на сланце.

На рис. 4 показано распределение напряжений (в Па) около арочной горной выработки, которую пересекает угольный пласт параллельно дневной поверхности. На рис. 5. дано распределение напряжений около арочной горной выработки, которую пересекает угольный пласт под углом 20° к дневной поверхности.

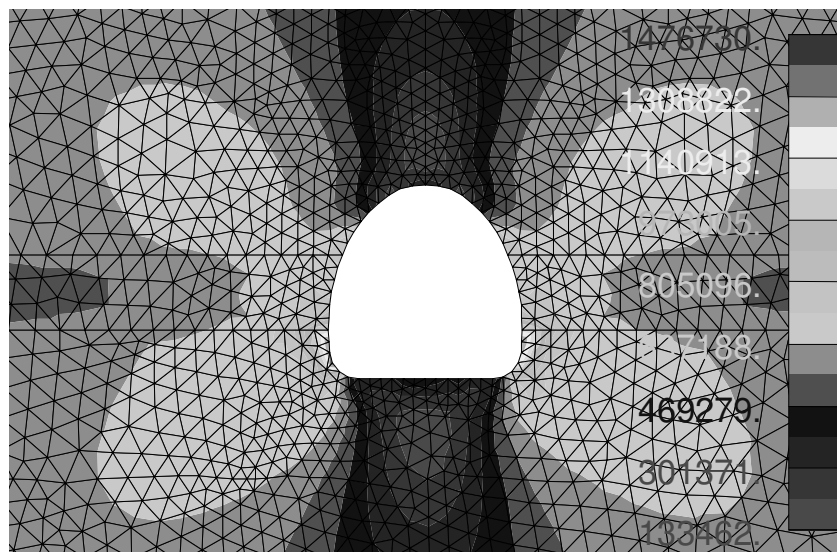


Рис. 4

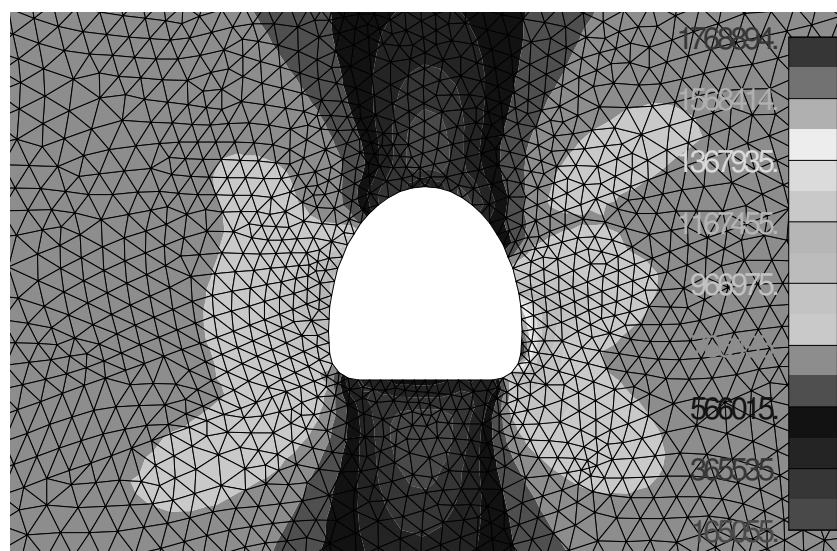


Рис. 5

Проведя сравнительный анализ, видим, что наличие пласта очень сильно влияет на распределение напряжений около выработки. Так, в случае, когда выработка полностью расположена в угольном пласте (рис. 3), максимальные напряжения на контуре выработки в 1,5 раза меньше, чем такие напряжения в выработке с угольным пластом, который проходит через выработку параллельно дневной поверхности (рис. 4). При этом ось u является осью симметрии как для выработки, так и для конструкции ее крепления. Наличие пласта и различие механических свойств вмещающих пород приводят к значительному повышению максимальных напряжений на контуре выработки по сравнению с выработкой в однородном массиве, поэтому податливые элементы конструкции крепи следует устанавливать в месте стыка верхней плоскости пласта и вмещающей породы, а общую прочность конструкции крепежа следует увеличить.

Когда угольный пласт проходит через сечение выработки под углом к дневной поверхности (в рассматриваемом случае под углом 20° , рис. 5), максимальные напряжения на контуре выработки еще больше увеличиваются и нарушается симметрия напряженного состояния около выработки. Наибольшие напряжения возникают в местах стыка угольного пласта и вмещающих пород. Прочность конструкции крепежа

выработки необходимо увеличить, а податливые элементы конструкции крепи следует устанавливать в месте стыка верхней плоскости пласта и вмещающей породы, что позволит более равномерно распределить нагрузку на крепь. Отметим также, что в таких случаях пучение подошвы выработки происходит более интенсивно, так как в несимметричных случаях элементы подошвы выработки подвергаются не только сжимающим, но и изгибным нагрузкам.

Заключение.

Таким образом, в данной работе методом конечных элементов решена задача о распределении напряжений около горных выработок арочного поперечного сечения, содержащих пласт полезного ископаемого. Анализ полученных результатов свидетельствует о значительном влиянии как присутствия пласта, так и угла его залегания относительно горизонта на напряженное состояние пласта и вмещающих пород. Это позволило дать конкретные рекомендации по конструированию крепежа выработки.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке НАН Украины и Российского ФФИ 2010 (Проект № 08-01-10).

РЕЗЮМЕ. Методом скінченних елементів визначено напружений стан навколо склепінчастих гірничих виробок, через які проходить пласт корисної копалини. Аналіз отриманих результатів свідчить про значний вплив як наявності пласта, так і напрямку його залягання на напружений стан навколо виробки.

1. *Бронников Д.М., Замесов Н.Ф., Богданов Г.И.* Разработка руд на больших глубинах. – М.: Недра, 1982 – 292 с.
2. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
3. *Baranowski Z., Lugovoi P.Z.* Stress-Strain State near Mine Working in Anisotropic Rock Masses under the Action of Discontinuous Waves // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 4. – P. 406 – 412.
4. *Bosakov S.V.* An Approach to the Contact Problem for a Circular Punch on an Elastic Foundation // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 4. – P. 413 – 418.
5. *Chow J., Koop R.J., Portney P.R.* Energy resources and global development // *Science.* – 2003. – **302**. – P. 1528 – 1531.
6. *Chudek M.* Geomechanika z podstawami ochrony środowiska górniczego i powierzchni. – Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2006. – 451 S.
7. *Khoma I.Yu., Kondratenko O.A.* Stress Distribution Around a Circular Cylindrical Cavity in a Prestressed Plate // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 1. – P. 23 – 33.
8. *Krivoi A.F., Popov G.Ya.* Features of the Stress Field near Tunnel Inclusions in an Inhomogeneous Anisotropic Space // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 6. – P. 626 – 634.

Поступила 14.09.2009

Утверждена в печать 15.06.2010