Х.Абрамович[1], В.А.Заруцкий[2]

О ВЛИЯНИИ ЖЕСТКОСТИ РЕБЕР НА КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЗАМКНУТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

[1,2] *Израильский технологический институт (Технион);*
32000, Хайфа, Израиль; e-mail: [1] *abramovich@gmail.com,* [2] *zarutsky@gmail.com*

Abstract. On numerical examples of analyzing the cylindrical shell, the effect of rib stiffness on the minimal natural frequencies and critical stresses are studied. The shell is assumed to be longitudinally compressed, non-closed and stiffened by the «quasi-regular» systems of longitudinal ribs. It is shown that existence of the revealed before effect of sharp decreasing of minimal natural frequencies of vibrations don't depend on the ribs stiffness in the case of fixed modes and small number of ribs.

Key words: non-closed cylindrical shell, minimal natural frequencies of vibrations, critical stresses, «quasi-regular» arrangement of ribs.

Введение.

Как и в [3, 4], рассмотрены шарнирно опертые по всем краям незамкнутые цилиндрические оболочки, усиленные «квазирегулярными» системами продольных ребер. Под «квазирегулярными» здесь понимаются такие системы ребер, у которых ребра имеют одинаковые геометрические и механические характеристики, расстояния между ребрами равны, а расстояния от краев оболочки до ближайших к ним ребер равны половинам расстояний между ребрами. Точное решение уравнений движения таких оболочек получено в [3]. В работе [4] оно использовано для изучения влияния числа ребер и их дискретного размещения на собственные частоты колебаний и критические напряжения потери устойчивости оболочек указанного выше типа при продольном сжатии.

При выполнении вычислений в [4] были фиксированы жесткости ребер. Ниже указанные жесткости провариированы, что позволило уточнить характер влияния ребер на приведенные выше характеристики напряженно-деформированного состояния оболочек. Все исходные соотношения, использованные для определения минимальных собственных частот колебаний, а также критических напряжений потери устойчивости, заимствованы из [3, 4].

Показано, что обнаруженный в [4] неизвестный ранее эффект существенного снижения минимальных собственных частот колебаний при определенных формах колебаний и числах подкрепляющих оболочки ребер не зависит от их жесткости.

Ранее полученные решения различных задач статики, динамики и статической устойчивости оболочек, аналогичных рассмотренным в данной статье, приведены в [5 – 8].

1. Исходные соотношения.

Определение собственных частот колебаний (критических напряжений) оболочек в [3, 4] сведено к вычислению минимальных действительных корней системы трансцендентных уравнений. Ниже приведены эти уравнения, полученные для различных случаев волнообразования (по терминологии, предложенной в работах [1, 2], – случаев деформации) при собственных колебаниях (потере устойчивости) данных оболочек. Для оболочек, усиленных продольными ребрами, как показано в указанных работах, необходимо рассматривать общий, первый и второй частные случаи деформации.

1.1. Общий случай деформации. При реализации этого случая деформации в окружном направлении появляются волны, длины которых практически не зависят от размещения ребер. Характер волнообразования определяется по формулам (3) работы [3] при $n \neq s_1 k_1 (s_1 = 1, 2, 3, ...)$.

Для вычисления собственных частот колебаний (критических напряжений) при этом случае деформации в работе [4] получены приближенные трансцендентные уравнения (при упрощении полученного в [3] точного решения уравнений движения в [4] предполагалось, что на величины собственных частот колебаний (критических напряжений) для общего случая деформации слабо влияют жесткости ребер на изгиб в плоскости, эквидистантной касательной к поверхности обшивки, и при кручении, а также соответствующие силы инерции и параметрические слагаемые).

Полученные указанным способом приближенные уравнения могут быть представлены в виде

$$1 + C_{1m} K_m^n - 2C_{2m} B_m^n + C_{5m} E_m^n + (C_{1m} C_{5m} - C_{2m}^2)[K_m^n E_m^n - (B_m^n)^2] = 0$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots;\ n = 0, 1, 2, 3, \dots,\ \ k_1 - 1,\ k_1 + 1, \dots, 2k_1 - 1). \tag{1}$$

Здесь и ниже использованы такие обозначения:

$$K_m^n = X_1^n (K_{mn_1});\ B_m^n = X_1^n (B_{mn_1}), E_m^n = X_1^n (E_{mn_1});$$

$$A_{mn} = \frac{a_{13}^{mn} a_{23}^{mn} - a_{12}^{mn} a_{33}^{mn}}{D_{mn}};\ B_{mn} = \frac{a_{12}^{mn} a_{23}^{mn} - a_{13}^{mn} a_{22}^{mn}}{D_{mn}};\ C_{mn} = \frac{a_{11}^{mn} a_{33}^{mn} - (a_{13}^{mn})^2}{D_{mn}};$$

$$E_{mn} = \frac{a_{11}^{mn} a_{22}^{mn} - (a_{12}^{mn})^2}{D_{mn}};\ F_{mn} = \frac{a_{12}^{mn} a_{13}^{mn} - a_{11}^{mn} a_{23}^{mn}}{D_{mn}};\ K_{mn} = \frac{a_{22}^{mn} a_{33}^{mn} - (a_{23}^{mn})^2}{D_{mn}}; \tag{2}$$

$$D_{mn} = \left| a_{s_2 s_3}^{mn} \right| \quad (s_2, s_3 = 1, 2, 3); \tag{3}$$

$$X_1^n (Y_{n_1}) = \sum_{l=0}^{\infty} Y_{2lk_1 + n} + \sum_{l=1}^{\infty} Y_{2lk_1 - n};\ X_2^n (Y_{n_1}) = \sum_{l=0}^{\infty} Y_{2lk_1 + n} - \sum_{l=1}^{\infty} Y_{2lk_1 - n}; \tag{4}$$

$$a_{11}^{mn} = d_m^2 + \frac{1-\nu}{2} d_n^2 - \omega_1^2;\ a_{12}^{mn} = \frac{1+\nu}{2} d_m d_n;\ a_{13}^{mn} = \nu d_m;$$

$$a_{22}^{mn} = \frac{1-\nu}{2} d_m^2 + d_n^2 - \omega_1^2;\ a_{23}^{mn} = d_n;\ a_{33}^{mn} = 1 - p d_m^2 + a^2 (d_m^2 + d_n^2)^2 - \omega_1^2; \tag{5}$$

$$C_{1m} = \gamma_c d_m^2 - \overline{\rho_c}\,\overline{\gamma_c} \omega_1^2;\ C_{2m} = d_m (\delta_c d_m^2 - \overline{\rho_c}\,\overline{\delta_c} \omega_1^2);$$

$$C_{5m} = d_m^2 (\eta_c d_m^2 - \overline{\gamma_c} p) - \overline{\rho_c} (\overline{\gamma_c} + \overline{\eta_c} d_m^2) \omega_1^2;$$

$$C_{3m} = d_m^2 (\lambda_{1c} d_m^2 + \mu_c - \overline{\gamma_c} p) - \overline{\rho_c} (\overline{\gamma_c} + \overline{\mu_c}) \omega_1^2; \tag{6}$$

$$C_{4m} = d_m^2 (\lambda_{2c} d_m^2 - \mu_c - \overline{\delta_c} p) - \overline{\rho_c} (\overline{\delta_c} - \overline{\mu_c}) \omega_1^2;$$

$$C_{6m} = d_m^2 (\lambda_{3c} d_m^2 + \mu_c - \overline{\eta_c} p) - \overline{\rho_c} (\overline{\eta_c} + \overline{\mu_c}) \omega_1^2;$$

$$\overline{\gamma_c} = \frac{F_c k_1}{hL_1};\ \overline{\delta_c} = \frac{h_c}{r}\overline{\gamma_c};\ \overline{\eta_c} = \left(\frac{h_c}{r}\right)^2 \overline{\gamma_c};\ \overline{\mu_c} = \frac{I_{крс} k_1}{hr^2 L_1};\ \overline{\rho_c} = \frac{\rho_c}{\rho_o};\ p = \frac{\sigma_1(1-\nu^2)}{E};$$

$$\omega_1^2 = \omega^2 \frac{E}{(1-\nu^2)\rho_o r^2};\ a^2 = \frac{h^2}{12r^2};\ d_m = \frac{\pi m}{\xi_1};\ d_n = \frac{\pi n}{\theta_1};\ \xi_1 = \frac{L}{r};\ \theta_1 = \frac{L_1}{r};$$

$$\gamma_c = \frac{E_c F_c (1-\nu^2)}{Eh}\frac{k_1}{L_1};\ \delta_c = \frac{h_c}{r}\gamma_c;\ \eta_c = \frac{E_c(I_{yc} + h_c^2 F_c)(1-\nu^2)}{Ehr^2}\frac{k_1}{L_1};$$
$$\lambda_{1c} = \frac{E_c I_{zc}(1-\nu^2)}{Ehr^2}\frac{k_1}{L_1};\ \lambda_{2c} = \frac{h_c}{r}\lambda_{1c};\ \lambda_{3c} = \left(\frac{h_c}{r}\right)^2 \lambda_{1c};\ \mu_c = \frac{G_c I_{крс}(1-\nu^2)}{Ehr^2}\frac{k_1}{L_1}; \qquad (7)$$

h, r, L – толщина, радиус срединной поверхности обшивки (собственно, оболочки), а также ее длина; E, ν, ρ_o – модуль упругости, коэффициент Пуассона и плотность материала обшивки; L_1 – длина направляющей незамкнутой оболочки; $F_c, I_{yc}, I_{zc}, I_{крс}$ – площади поперечных сечений ребер, моменты инерции этих сечений при изгибе в радиальной плоскости и в плоскости, эквидистантной касательной к поверхности обшивки, а также их моменты инерции при кручении; κ_1 – количество ребер; h_c – расстояния от срединной поверхности обшивки до осей ребер (принято, что h_c>0, если ребра размещены на внутренней поверхности обшивки): E_c, G_c, ρ_c – модули упругости и сдвига, а также плотность материала ребер; σ_1 – сжимающие напряжения в поперечных сечениях обшивки и ребер (докритические состояния оболочек приняты безмоментными); ω – круговые частоты.

1.2 Частные случаи деформации. В [3] показано, что при реализации частных случаев деформации возможно два варианта волнообразования, различающихся как характером деформирования ребер, так и формой волны, образующейся при собственных колебаниях (потере устойчивости) оболочек.

а). Узлы прогиба находятся на осях ребер (второй частный случай деформации). Форма волнообразования в окружном направлении определяется [3, (3)] при $n = (2l+1)k_1 (l = 0,1,2,...)$.

Для вычисления собственных частот колебаний (критических напряжений) в [3] получены трансцендентные уравнения:

$$1 + 2(C_{3m}C_m - 2C_{4m}F_m + C_{6m}E_m) + 4(C_{3m}C_{6m} - C_{4m}^2)(C_m E_m - F_m^2) = 0 \quad (m = 1, 2, 3, ...), \qquad (8)$$

где

$$E_m = \sum_{s=0}^{\infty} d^2_{(2\bar{s}+1)k_1} E_{m,(2\bar{s}+1)k_1};\ F_m = \sum_{s=0}^{\infty} d_{(2\bar{s}+1)k_1} F_{m,(2\bar{s}+1)k_1};\ C_m = \sum_{s=0}^{\infty} C_{m,(2\bar{s}+1)k_1}. \qquad (9)$$

При реализации этого частного случая деформации ребра изгибаются в плоскости, эквидистантной касательной к поверхности обшивки, и закручиваются. Потеря устойчивости оболочек не приводит к исчерпанию их несущей способности.

б). Максимальные прогибы находятся на осях ребер (первый частный случай деформации). Форма волнообразования в окружном направлении при собственных колебаниях (потере устойчивости) оболочек определяется [3, (3)] при $n = 2lk_1 (l = 1, 2, 3, ...)$.

Собственные частоты колебаний (критические напряжения) в этом случае определяются из трансцендентных уравнений [3]

$$1 + 2(C_{1m}K_m - 2C_{2m}B_m + C_{5m}\overline{E_m}) + 4(C_{1m}C_{5m} - C_{2m}^2)(K_m \overline{E_m} - B_m^2) = 0 \quad (m = 1, 2, 3, \ldots), \qquad (10)$$

где

$$K_m = \sum_{l=1}^{\infty} K_{m,2lk_1}; \; B = \sum_{l=1}^{\infty} B_{m,2lk_1}; \; \overline{E_m} = \sum_{l=1}^{\infty} E_{m,2lk_1}. \tag{11}$$

При реализации этого случая деформации ребра изгибаются в радиальной плоскости и растягиваются (сжимаются). При потере устойчивости оболочки теряют несущую способность.

Методика определения корней трансцендентных уравнений, аналогичных (1), (8), (10), описана в [2] при исследовании устойчивости (собственных колебаний) замкнутых цилиндрических оболочек, усиленных дискретно регулярно размещенными продольными ребрами.

Уравнения (1), (8), (10) позволяют определить критические напряжения при продольном сжатии (в этом случае принимается, что $\omega_1 = 0$) и собственные частоты колебаний (в этом случае принимается, что $p = 0$).

2. О влиянии жесткостей ребер на минимальные собственные частоты колебаний.

Рассмотрено 6 вариантов подкрепления оболочек ребрами прямоугольного поперечного сечения с отношением высоты сечения к его ширине, равным 10. Минимальные собственные частоты колебаний определялись в диапазоне $0 \le c_{\min} = 10^2 (\omega_1^2)_{\min} \le 0,7$.

Результаты вычислений представлены в табл. 1, 2, соответственно, для первого и второго частных случаев деформации. Здесь и ниже $c = c_{\min}$ при $m = 1$, $s = k_1/4$ $(s = 1, \dots, 8), b$ – ширина поперечного сечения ребра $(b = 0,1; \dots, 2,5)$, отнесенная к толщине обшивки, которая имеет такие геометрические параметры: $h/r = \overline{h} = 0,0025$, $\xi_1 = \pi/2, \theta_1 = \pi$; принято также, что обшивка и ребра изготовлены из изотропного материала и имеют одинаковые механические характеристики, причем $\nu = 0,3$. Варианты А и В соответствуют данным, полученным для оболочек с ребрами, размещенными, соответственно, на внутренней и наружной поверхностях обшивки. Незаполненные клетки в табл. 1 и 2 относятся к оболочкам, у которых минимальные собственные частоты $c_{\min} > 0,7$. В табл. 2 приведены данные только для $s = 1$, поскольку только при таких числах ребер $c_{\min} < 0,7$.

Таблица 1

b	s							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	Вариант А							
0,1	0,570	0,570	0,546	0,546	0,546	0,545	0,545	0,545
0,5	0,565	0,561	0,535	0,531	0,528	0,524	0,521	0,518
1,0	0,552	0,532	0,505	0,493	0,482	0,471	0,461	0,452
1,5	0,543	0,515	0,490	0,476	0,463	0,451	0,440	0,430
2,0	0,569	0,567	0,538	0,536	0,533	0,531	0,528	0,525
2,5	0,610	0,617	0,672					
	Вариант В							
0,1	0,570	0,570	0,546	0,546	0,546	0,546	0,546	0,546
0,5	0,570	0,569	0,548	0,549	0,550	0,551	0,552	0,552
1,0	0,577	0,582	0,597	0,612	0,621	0,630	0,637	0,645
1,5	0,591	0,595						
2,0	0,598	0,601						
2,5	0,602	0,602						

Таблица 2

b	A	B
0,1	0,545	0,546
0,5	0,538	0,547
1,0	0,518	0,581
1,5	0,506	0,693
2,0	0,541	
2,5	0,646	

Анализируя данные, представленные в табл. 1 (для соответствующих оболочек без ребер $c_{\min} = 0,546$ при $m = 1, n = 8$), нетрудно заметить, что влияние жесткости ребер тем больше, чем больше их число, причем увеличение жесткости ребер не всегда приводит к существенному увеличению $c_{\min}$, что по-видимому связано с тем, что при увеличении жесткости ребер увеличивается и их масса. В рассмотренном примере максимальное снижение $c_{\min}$ обнаружено для $b = 0,5;\ 1,0;\ 1,5$. Отсюда следует, что такие параметры ребер нежелательно выбирать в случае, когда укрепление оболочки ребрами выполняется с целью увеличения их минимальных собственных частот колебаний. Анализ влияния эксцентриситета ребер показал, что размещение ребер на внутренней поверхности обшивки приводит, как и следовало ожидать, к существенному снижению $c_{\min}$ по сравнению с их размещением на наружной ее поверхности.

Анализируя данные табл. 2, можно заметить, что при $s = 1(k_1 = 4),\ b < 2,5$ и размещении ребер на внутренней поверхности обшивки $c_{\min}$ для первого частного случая деформации ниже, чем для общего случая (как указывалось выше, при других величинах s $c_{\min}$ выше 0,7). Такой парадокс был замечен ранее в [4]. Влияние эксцентриситета ребер на величины $c_{\min}$ и при общем случае деформации существенно.

В результате вычислений получено, что при втором частном случае деформации только при определенном числе ребер $(s = 2,\ k_1 = 8)$ $c_{\min}$ ниже, чем для общего случая деформации, а при других s – выше их и выше 0,7. Размещение ребер на внутренней либо наружной поверхности обшивки практически не влияет на величины минимальных собственных частот колебаний. Ниже приведены данные, полученные для оболочек, у которых ребра размещены на внутренней поверхности обшивки: $c_{\min} = 0,546(b = 0,1);$ $0,546(b = 0,5);$ $0,543(b = 1,0);$ $0,540(b = 1,5);$ $0,540(b = 2,0);$ $0540(b = 2,5)$.

Следовательно, наличие обнаруженного в [4] эффекта существенного снижения минимальных собственных частот колебаний для частных случаев деформации при малом числе подкрепляющих оболочки ребер не зависит от их жесткости.

Поскольку величина $c_{\min}$ зависит не только от параметров ребер, но и от параметров обшивки, проведена также оценка влияния толщины обшивки на возможность существования обнаруженного в [4] эффекта. Так как реализация указанного эффекта, как показано выше, не зависит от жесткости ребер, ниже в качестве примера были рассмотрены только оболочки, имеющие ребра, для которых $b = 2$, и три варианта толщины обшивки: $\bar{h} = 0,000625$ (для оболочки без ребер $c_{\min} = 0,136$ при $m = 1,\ n = 12$), $\bar{h} = 0,00125$ (для оболочки без ребер $c_{\min} = 0,272$ при $m = 1,\ n = 10$) и $\bar{h} = 0,005$ (для оболочки без ребер $c_{\min}$ =1,079 при $m = 1,\ n = 7$).

Получено, что при реализации первого частного случая деформации для наиболее тонких оболочек в диапазоне $c_{\min} < 0,7$ есть минимальные собственные частоты только при $s = 1,2$; они равны, соответственно, 0,225 и 0,216 для оболочек с ребрами, укрепленными на внутренней поверхности обшивки, и 0,236 и 0,232 – для оболочек с ребрами, укрепленными на ее наружной поверхности, при втором варианте толщины обшивки в диапазоне $c_{\min} < 0,7$ имеются $c_{\min}$ только при $s = 1$; они равны, соответственно, 0,333 и 0,445 для оболочек с ребрами, укрепленными на внутренней и наружной поверхностях обшивки.

Для второго частного случая деформации оболочек минимальной толщины получено, что при $\bar{h} = 0{,}000625$ в диапазоне $c_{\min} < 0{,}7$ имеются $c_{\min}$ только при $s < 5$; они равны: $0{,}136\,(s=1)$, $0{,}323\,(s=2)$, $0{,}136\,(s=3)$, $0{,}240\,(s=4)$, причем величины $c_{\min}$ для оболочек, усиленных наружными и внутренними ребрами, в пределах принятой точности вычислений совпадают. Аналогичный результат получен и для второго варианта толщины оболочек $(\bar{h} = 0{,}00125)$, у которых в диапазоне $c_{\min} < 0{,}7$ имеются $c_{\min}$ только при $s < 4$. Они равны: $0{,}348\ (s=1)$; $0{,}366\ (s=2)$; $0{,}348\ (s=3)$.

Для третьего варианта толщины обшивки получено, что при первом частном случае деформации в диапазоне $0 \le c \le 5{,}0$ имеются собственные частоты только при $s = 1$ и они равны 1,840 и 2,964, соответственно, для оболочек с ребрами, размещенными на внутренней и наружной поверхностях обшивки. При втором частном случае деформации в диапазоне $0 \le c \le 5{,}0$ есть только одна относительно низкая минимальная собственная частота при $s = 2$, она равна 1,163, а также почти в три раза большие частоты при $s = 1{,}3$, равные 3,019 и 3,119, как для оболочек с внутренними, так и наружными ребрами.

Таким образом, описанный в [4] эффект существует как при меньших, так и больших толщинах обшивки, чем та, которая была рассмотрена выше и в работе [4], причем при уменьшении толщины обшивки увеличивается число ребер (s), для которого описанный эффект имеет место. Необходимо заметить, что приведенные величины $c_{\min}$ выше, чем соответствующие величины для оболочек без ребер. Следует отметить также, что величины $c_{\min}$, полученные при $\bar{h} = 0{,}005$, настолько велики, что возникает вопрос о применимости прикладной теории оболочек для вычисления минимальных собственных частот колебаний таких оболочек.

3. О влиянии жесткостей ребер на величины критических напряжений.

Рассмотрены оболочки, подверженные действию продольных сжимающих напряжений, приложенных на их криволинейных краях.

Критические напряжения были определены в диапазоне продольных сжимающих напряжений ($0 \le P = 10^2 p_{кр} \le 0{,}2$).

Вычисления выполнены для оболочек, рассмотренных в п.2 ($\bar{h} = 0{,}0025$). Результаты вычислений P приведены в табл. 3 – 5: для общего (табл. 3, при $s = 1$ у всех оболочек с внутренними ребрами и $s \le 4$ у оболочек с наружными ребрами – $P = 0{,}138$ (такая же величина P у оболочек без ребер) и при $b = 0{,}1$ $P = 0{,}138$ для всех s, у оболочек с наружными ребрами при $s \le 5$ P отличается от 0,138 менее, чем на 2%); для первого (табл. 4), для $b > 0{,}1$ при $s > 2$ у всех рассмотренных оболочек $P > 0{,}2$, при $b = 0{,}1$ величины P близки к 0,138) и второго частных случаев деформации (табл. 5). Пустым клеткам в табл. 3 соответствуют данные, при которых $P > 0{,}2$.

Таблица 3

b	s									
	2	3	4	5	6	7	8	6	7	8
	A							B		
0,5	0,137	0,136	0,135	0,134	0,133	0,132	0,132	0,140	0,140	0,140
1,0	0,135	0,128	0,125	0,122	0,120	0,117	0,115	0,159	0,161	0,163
1,5	0,130	0,124	0,121	0,117	0,114	0,111	0,109	0,160	0,192	
2,0	0,138	0,136	0,136	0,135	0,134	0,133	0,133	0,160	0,192	
2,5	0,138	0,138	0,138	0,141	0,160	0,178	0,178	0,161	0,192	

Анализируя данные, приведенные в табл. 3, нетрудно заметить, что при $s \le 5$ наличие ребер, размещенных на наружной поверхности обшивки, практически не влияет на величину критических напряжений (критические нагрузки в этом случае растут пропорционально суммарной площади поперечных сечений ребер). При $s \ge 6$ критические напряжения быстро растут, поэтому нерационально подкреплять оболочки малым числом наружных ребер. Подкрепление оболочек ребрами на внутренней поверхности, как правило, не приводит к увеличению критических напряжений (исключение: $b = 2{,}5$ для $s \ge 5$).

При реализации первого частного случая деформации (табл. 4, при $s > 2, P > 0{,}2$) только при $s = 1$, $b = 1{,}0; 1{,}5$ критические напряжения заметно ниже, чем для неподкрепленной оболочки. Критические напряжения для других оболочек имеют $P \ge 0{,}138$ и выше или равны критическим наряжениям для общего случая деформации.

Таблица 4

b	s			
	1	2	1	2
	A		B	
0,5	0,137	0,142	0,139	0,154
1,0	0,131	0,182	0,139	0,181
1,5	0,128	0,183	0,139	0,182
2,0	0,137	0,183	0,139	0,182
2,5	0,139	0,183	0,139	0,182

Таблица 5

b	s			
	2	4	6	7
0,1	0,139	0,140	0,159	0,192
0,5	0,138	0,138	0,159	0,192
1,0	0,138	0,137	0,158	0,191
1,5	0,137	0,137	0,157	0,189
2,0	0,135	0,134	0,155	0,187
2,5	0,139	0,132	0,154	0,187

Данные, приведенные в табл. 5, полученные для второго частного случая деформации (при $s = 8$ $P > 0{,}2$), свидетельствуют о том, что при $s = 2{,}4$ имеется небольшое (порядка 2%) снижение критических напряжений по сравнению с неподкрепленной оболочкой. Влияние эксцентриситета ребер и их жесткости (по крайней мере при $s \le 6$) оказалось несущественным (отличие P при размещении ребер на наружной и внутренней поверхностях обшивки не превышает 2%). В связи с этим в табл. 5 приведены только числа, полученные для оболочек, у которых ребра укреплены на внутренней поверхности обшивки, причем только для $s = 4, 6, 7,$ так как для других s величены P отличаются от 0,138 меньше, чем на 2%).

Заключение.

В результате проведенных исследований получено, что обнаруженное в [4] ранее неизвестное явление (резкое снижение минимальных собственных частот колебаний для частных случаев деформации при относительно малых числах подкрепляющих оболочки ребер) не зависит от их жесткости. Уменьшение толщины обшивки приводит к увеличению величины s, при которой $c_{\min} < 0{,}7$. Полученные $c_{\min}$ – больше или равны $c_{\min}$ оболочки без ребер.

Р Е З Ю М Е . На числових прикладах вивчено вплив жорсткості ребер на мінімальні власні частоти коливань і критичні напруження в поздовжньостиснутих незамкнених циліндричних оболонках, підсилених «квазірегулярними» системами поздовжніх ребер. Показано, що існування виявленого раніше ефекта різкого зниження мінімальних власних частот коливань при визначених формах коливань і малому числі ребер не залежить від жорсткості ребер.

1. *Амиро И.Я., Заруцкий В.А.* Методы расчета оболочек: В 5-ти т. Т.2. Теория ребристых оболочек. – К.: Наук, думка, 1980. – 368 с.
2. *Амиро И.Я., Заруцкий. В.А., Поляков П.С.* Ребристые цилиндрические оболочки. – К.: Наук. думка, 1973. – 248 с.
3. *Abramovich H., Zarutskii V.A.* Stability and Vibration of Nonclosed end Circular Cylindrical Shells Reinforced with Discrete Longitudinal Ribs // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, N 1. – P. 16 – 22.
4. *Abramovich H., Zarutskii V.A.* Stability and Vibration of Cylindrical Shells Discretely Reinforced with Ribs // Int. Appl. Mech. – 2010. – **46**, N 1. – P. 46 –53.
5. *Abramovich H., Zarutskii V.A.* Stability of Open Circular Cylindrical Shells Reinforced with Longitudinal Ribs // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, N 12. – P. 1389 – 1396.
6. *Abramovich Kh., Zarutskii V.A.* General Solution of the Equilibrium Equations for Open Circular Cylindrical Shells Reinforced with Discrete Longitudial Ribs // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 6. – P. 643 – 654.
7. *Abramovich H., Zarutskii V.A.* Propagation of Harmonic Waves along Open Circular Cylindrical Shells Reinforced with Quasiregular Set Discrete Longitudial Ribs // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 9. – P. 1000 – 1006.
8. *Zarutskii V.A., Lugovoi P.Z., Meish V.F.* Dynamic Problems for and Stress-Strain State of Infomogeneous Shell Structures under Stationary and Nonstationary Loads // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 3. – P. 245 – 271.

Поступила 10.09.2009 Утверждена в печать 15.06.2010