

Моделювання кінетики накопичення розсіяних пошкоджень при складному напруженому стані

М. І. Бобир, О. П. Халімон, О. А. Бондарець¹

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”,
Київ, Україна

¹ Bondarets.O@gmail.com

Проаналізовано достовірність та межі використання ряду феноменологічних моделей пошкоджуваності на основі проведених експериментальних досліджень кінетики накопичення пошкоджень у металевих конструкційних матеріалах при плоскому напруженому стані й активному навантаженні. Моделі пошкоджуваності базуються на основних положеннях термодинаміки незворотних процесів та континуальної механіки пошкоджуваності. Установлено закономірності впливу виду напруженого стану на кінетику накопичення розсіяних пошкоджень.

Ключові слова: розсіяне пошкодження, феноменологічна модель, пружно-пластичне деформування, вид напруженого стану.

Вступ. На сьогодні проблемі достовірного прогнозування ресурсу конструкційних матеріалів при проектуванні технологічних процесів пластичного формоутворення та експлуатації відповідальних елементів конструкцій виробів нової техніки машинобудівного комплексу на стадії проектування та залишкового ресурсу на стадії експлуатації приділяється велика увага у всіх промислово розвинених країнах світу. Перспективним у рамках розв’язання даної проблеми є введення в систему відповідних визначальних рівнянь параметрів розсіяного пошкодження (руйнування), в основному у вигляді кінетичних рівнянь їх зміни від умов процесу. Аналіз достовірності й меж використання існуючих фізично адекватних теоретичних моделей накопичення пошкоджень і руйнування конструкційних матеріалів (на стадії зародження макротріщини), а також контроль та прогнозування властивостей матеріалів у процесі експлуатації зумовлюють дослідження кінетики накопичення пошкоджень у конструкційних матеріалах під дією складних умов навантаження [1–18].

Більшість феноменологічних моделей накопичення пошкоджень у конструкційних матеріалах та критеріїв граничного стану (на стадії зародження макротріщини) не мають достатньої експериментальної перевірки їх достовірності в умовах складного (плоского та об’ємного) напруженого стану [1–13]. Критерії записані у відносних величинах, де у знаменнику використовується відповідний параметр (деформаційний або енергетичний), як правило, для умов одновісного розтягу або кручення та статичного навантаження. Від обґрунтованості, достовірності і складності визначення вибраного параметра залежить достовірність відповідної моделі та критерію.

Відомі існуючі феноменологічні моделі (кінетичні рівняння) накопичення розсіяних пошкоджень, як правило, не враховують складність пружно-пластичного деформування. Деякі з них перевантажені різноманітними пара-

метрами, визначення яких є не завжди явним і однозначним. Найбільш поширеним є феноменологічний підхід, що дає змогу на інженерному рівні аналітично визначити кінетику накопичення пошкоджень конструкційних матеріалів з урахуванням основних термосилових параметрів навантаження. Цей підхід детально описаний в роботах [1–8, 12, 19]. Запропоновані в [12, 19] моделі базуються на основних положеннях термодинаміки незворотних процесів та континуальної механіки пошкоджуваності, вони мають єдину фізичну суть, яка поєднує швидкість накопичення пошкоджень у вигляді параметра \dot{D} зі швидкістю вивільнення пружної енергії Y за допомогою потенціалу пошкоджуваності F_D .

Метою даної роботи є визначення ступеня достовірності та меж використання сучасних феноменологічних моделей накопичення розсіяних пошкоджень конструкційних матеріалів при складному напруженому стані, запропонованих різними авторами.

Моделі пошкоджуваності. Оскільки визначення потенціалу пошкоджуваності F_D ґрунтується на різноманітних практичних міркуваннях, а не на однозначних аналітичних виразах, кінцева форма запису цього потенціалу має різний вигляд. Існує багато форм запису аналітичної функції F_D , яка залежить від результатів експериментів та мети використання [20–23].

Більш детальне вивчення моделей показує, що різниця між ними полягає у формі запису потенціалу дисипації, за яким визначається кінетичне рівняння пошкоджуваності, і в параметрах матеріалу, кількість та фізичний зміст яких є неоднаковим.

У загальному вигляді змінна пошкоджуваності може визначатись рівнянням [11]

$$\frac{dD}{dt} = f(D, q_1, q_2, \dots, q_i), \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

де функція f залежить від вибраного параметра пошкоджуваності D та деяких інших змінних q_i , які є визначальними для даного процесу. До них, як правило, відносяться характеристики напруженого стану, температура, час та ін.

Класична в континуальній механіці пошкоджуваності, основні ідеї якої були сформульовані Л. М. Качановим [1] та Ю. М. Работновим [2], форма запису кінетичного рівняння накопичення пошкоджень базується на гіпотезі про степеневу залежність від швидкості вивільнення енергії пружної деформації одиниці об'єму Y та лінійну від швидкості пластичної складової деформації $\dot{\varepsilon}^{(p)}$ [12]:

$$\dot{D} = \frac{\partial F_D(Y, \varepsilon^{(p)}, D, \dots)}{\partial Y} \dot{\varepsilon}^{(p)} (1 - D). \quad (1)$$

Швидкість Y при постійному напруженні визначається наступним чином [11]:

$$Y = \frac{1}{2} \frac{dW_e}{dD} \Big|_{\sigma=\text{const}} = \frac{1}{2} \frac{d[\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{(e)}]}{dD} \Big|_{\sigma=\text{const}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{(e)}}{dD} \Big|_{\sigma=\text{const}}.$$

Оскільки енергія пружної деформації може бути розділена на енергію формозміни й енергію об'ємного розширення, то, позначивши гідростатичну частину тензора напружень через σ_0 і деформацій $-\varepsilon_0$, а девіаторну $-s_{ij}$ та еквівалентне напруження за Мізесом $-\sigma_{eq}$, вираз для Y можна записати так [13]:

$$Y = -\frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]. \quad (2)$$

Потенціал пошкоджуваності, запропонований Леметром, є простим і зручним у використанні, тому що містить мінімальну кількість параметрів, які потрібно знаходити [12]:

$$F_D = \frac{B}{(l+1)(1-D)} \left(\frac{Y}{B} \right)^{l+1}, \quad (3)$$

де B, l – параметри матеріалу.

Із (1), (3) з використанням (2) і апроксимації діаграми деформування степеневим рівнянням $\sigma_i = A(\varepsilon_i^{(p)})^m$ загальне визначальне рівняння пошкоджуваності прийме вигляд

$$\dot{D} = \left(\frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] (\varepsilon_i^{(p)})^{2m} \right)^{l+1} \dot{\varepsilon}_i^{(p)},$$

де A, E, m – постійні матеріалу; $\varepsilon_i^{(p)}$ – інтенсивність пластичної деформації.

Введемо порогове значення деформації пошкоджуваності ε_D

$$\varepsilon < \varepsilon_D \rightarrow \dot{D} = 0$$

і виконаємо інтегрування. При цьому отримаємо

$$D = \left(\frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \right)^b \frac{1}{n} [(\varepsilon_i^{(p)})^n - (\varepsilon_{iD}^{(p)})^n], \quad (4)$$

де $n = 2mb + 1$.

Даний вираз можна записати в більш простій формі, якщо ввести деформацію руйнування ε_R як функцію, що враховує тривісний напружений стан. Відношення σ_0/σ_{eq} , якому відповідає значення пошкоджуваності при руйнуванні D_R , прийнято за характеристику матеріалу:

$$\varepsilon = \varepsilon_R \rightarrow D = D_R,$$

$$D_R = \left(\frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right] \right)^b \frac{1}{n} [(\varepsilon_{iR}^{(p)})^n - (\varepsilon_{iD}^{(p)})^n]. \quad (5)$$

Визначення параметрів моделі зводиться до кількісної оцінки трьох коефіцієнтів – ε_R , ε_D , D_R , що характеризують певний стан конструкційного матеріалу. З експериментальної діаграми кінетики накопичення пошкоджень, яка будується на основі методу зміни питомого електроопору [14], отримано: порогове значення інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_{iD}^{(p)}$, до якого приймається, що конструкційний матеріал не пошкоджується; граничне значення інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_{iR}^{(p)}$, за якого відбувається руйнування (зародження макротріщини); критичне значення параметра пошкоженості D_R .

Слід зазначити, що визначення величини $\varepsilon_{iD}^{(p)}$ на сьогодні не конкретизоване і вона повинна прийматись різною у залежності від виду задач, які потрібно розв'язати. Так, наприклад, для проектування технологічних операцій пластичного формоутворення необхідно приймати $\varepsilon_{iD}^{(p)} \approx \varepsilon_T^{(p)}$, де $\varepsilon_T^{(p)}$ – незворотна деформація, яка відповідає границі текучості конструкційного матеріалу. Для прогнозування ресурсу експлуатації конструктивних елементів на малоциклову втому в модель циклічної пошкоджуваності, на наш погляд, необхідно підставляти значення $\varepsilon_{iD}^{(p)} \geq (\varepsilon_n)_{\sigma_{-1}}$. Величина незворотної деформації $(\varepsilon_n)_{\sigma_{-1}}$, яка відповідає границі витривалості при симетричному циклі навантаження, для широкого кола металевих конструкційних матеріалів складає $(1...20) \cdot 10^{-3} \%$ [18] та відіграє визначальну роль у критеріях оцінки ресурсу при проектуванні й залишкового ресурсу конструктивних елементів на стадії експлуатації. Попередні експериментальні дослідження авторів показали, якщо використати метод зміни питомого електричного опору на базі нанометру типу НІОКІ 3541 (забезпечує точність вимірювання $\pm 10^{-7}$ Ом) та врахувати пружну складову деформації $\varepsilon^{(e)}$, можна отримати, починаючи зі значення напружень $\sigma = \sigma_{-1}$, початкову (неусталену) ділянку кінетики накопичення розсіяних пошкоджень для умов одновісного розтягу. Аналогічні результати отримано в роботі [17].

Параметри моделі A і m в залежності (4) знаходяться з умови апроксимації діаграми деформування. Для визначення параметрів B , b необхідно розв'язати систему з двох рівнянь. Ця система отримана шляхом підставлення у вираз (4) параметрів A , m , $\varepsilon_{iD}^{(p)}$, E та будь-яких двох значень параметра пошкоженості D і двох значень пластичної деформації, що відповідають таким із діаграми $D - \varepsilon$.

Рівняння для визначення швидкості вивільнення енергії деформації пошкодженого матеріалу при складному напруженому стані має вигляд [12]

$$-Y = \frac{1}{2} \left(\frac{1+\nu}{E} \frac{s_{ij}s_{ij}}{(1-D)^2} + \frac{3(1-2\nu)}{E} \frac{\sigma_0^2}{(1-D)^2} \right). \quad (6)$$

Для перетворення згортки девіатора тензора напружень $s_{ij}s_{ij}$ розглянуто еквівалентне напруження Писаренка–Лебедева [16]:

$$\sigma_{eq} = \chi\sigma_i + (1 - \chi)\sigma_1. \quad (7)$$

Модифікація рівняння (6) шляхом використання критерію Писаренка–Лебедева дозволила значно розширити можливості його застосування на різні за характером класи матеріалів, оскільки еквівалентне напруження типу (7) є узагальненням критеріїв міцності для крихких матеріалів та матеріалів з ознаками пластичного руйнування і враховує два основні його види: відрив та зріз.

Параметр χ , що входить до (7), характеризує міру відповідальності за мікроруйнування деформації зсуву, яка сприяє розпушуванню матеріалів та виникненню тріщин.

Із використанням еквівалентного напруження типу (7) залежність (6) набуде вигляду:

$$-Y = \frac{\sigma_i^2}{2E(1-D)^2} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) \left(\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right)^2 + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Підставимо потенціал пошкоджуваності у вираз (1) і скоростаємось степеневим законом зміцнення. У результаті отримаємо

$$\frac{dD}{dt} = \left\{ \frac{A^2}{2EB} \left[\frac{2}{3}(1+\nu) \left[\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right]^2 + 3(1-2\nu)K^2 \right] (\varepsilon_i^{(p)})^{2m} \right\}^b \frac{\varepsilon_i^{(p)}}{dt}, \quad (9)$$

де $K = \sigma_0/\sigma_i$ – параметр жорсткості навантаження.

Проінтегруємо вираз (9) і отримаємо

$$D = \left(\frac{A^2}{2EB} R \right)^b \frac{1}{n} [(\varepsilon_i^{(p)})^n - (\varepsilon_{iD}^{(p)})^n], \quad (10)$$

де R – функція впливу виду напруженого стану,

$$R = \frac{2}{3}(1+\nu) \left[\chi + (1-\chi) \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \right]^2 + 3(1-2\nu)K^2. \quad (11)$$

У роботах [3–7] потенціал дисипації, необхідний для визначення кінетичного рівняння накопичення пошкоджень, визначається наступним чином:

$$F_D = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{Y}{S_0} \right)^2 \frac{S_0}{1-D} \right] \frac{(D_R - D)^{(\alpha-1)/\alpha}}{(\varepsilon^{(p)})^{(2+\beta)/\beta}}, \quad (12)$$

де β – експонента зміцнення матеріалу; S_0 – константа матеріалу; α – експонента пошкоджуваності, яка характеризує форму кривої пошкоджуваності, тобто є показником рівня пластичності матеріалу. Для заданих величин деформацій і критичної величини пошкодження низькі значення цього коефіцієнта в рівнянні пошкоджуваності означають низьку швидкість початкової пошкоджуваності, яка зростає зі збільшенням деформації [4–6].

У даному випадку кінетичне рівняння розвитку пошкоджуваності має вигляд [5]

$$dD = \alpha \frac{(D_R - D_0)^{1/\alpha}}{\ln(\varepsilon_R / \varepsilon_D)} f\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}}\right) (D_R - D)^{(\alpha-1)/\alpha} \frac{d\varepsilon^{(p)}}{\varepsilon^{(p)}},$$

$$f\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}}\right) = \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}}\right)^2.$$
(13)

Для умов пропорційного навантаження кінетичне рівняння розвитку пошкоджуваності може бути переписане так:

$$D = D_0 + (D_R - D_0) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\ln(\varepsilon^{(p)} / \varepsilon_D^{(p)})}{\ln(\varepsilon_R / \varepsilon_D)} f\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{eq}}\right) \right]^\alpha \right\}.$$
(14)

Параметр D_0 означає початкову пошкоджуваність матеріалу і у більшості випадків приймається рівним нулю. В роботі [6] розглянуто випадки, коли цей параметр не дорівнює нулю.

Модель Бонора містить лише один параметр α (експонента пошкоджуваності), який визначається за допомогою перетворення кінетичного рівняння розвитку пошкоджуваності [4]:

$$\ln\left(\frac{D_R - D}{D_R}\right) = \alpha \ln\left[\ln\left(\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon}\right)\right] - \alpha \ln\left[\ln\left(\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_D}\right)\right].$$

Результати досліджень. Моделі накопичення розсіяних пошкоджень порівнювали з експериментальними даними, що отримали на сталі 07X16H6 при $T = 293$ К. Сталь мала наступні механічні характеристики: границя текучості $\sigma_T = 913$ МПа, границя міцності $\sigma_B = 1180$ МПа, відносне поперечне звуження $\psi = 0,533$ та відносне видовження $\delta = 0,156$. Закономірності кінетики накопичення розсіяних пошкоджень отримані за двома методиками [14, 15]: зміна питомого електроопору та зміна модуля пружності. Всі параметри моделей визначались за даними експерименту на одновісний розтяг циліндричних зразків. Порівняння теоретичних значень кінетики накопичення пошкоджень з експериментальними, отриманими при розтязі ($\omega_S = 0$), наведено на рис. 1.

При проведенні розрахунків накопичення пошкоджень при крученні ($\omega_S = 90^\circ$) використовували параметри матеріалів, які були отримані при випробуванні на розтяг ($\omega_S = 0$). Порівняння експериментальних даних із ре-

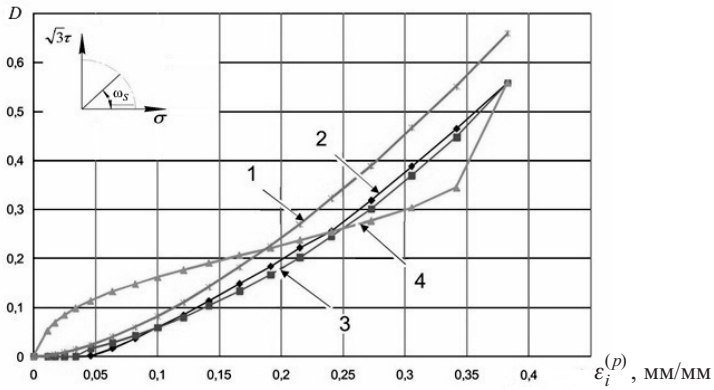


Рис. 1. Залежність параметра пошкодженості D від величини інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_i^{(p)}$ при розтязні ($\omega_s = 0$) сталі 07X16H6: 1 – експериментальні дані (модуль пружності); 2 – експериментальні дані (питомий електроопір); 3 – згідно з моделлю Леметра та модифікованою моделлю (збігаються); 4 – згідно з моделлю Бонора.

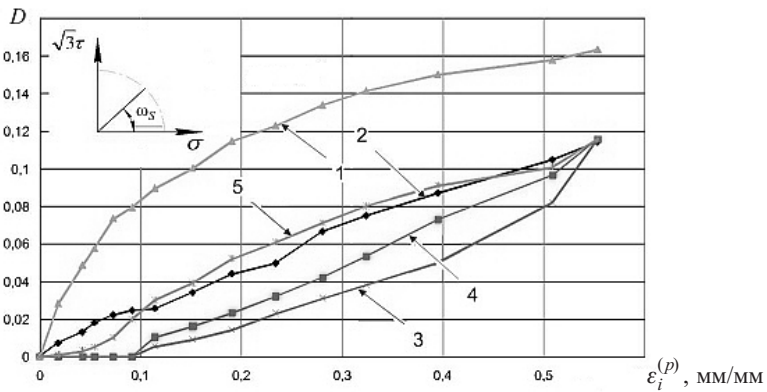


Рис. 2. Залежність параметра пошкодженості D від величини інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_i^{(p)}$ при крученні ($\omega_s = 90^\circ$) сталі 07X16H6: 1 – експериментальні дані (модуль пружності); 2 – експериментальні дані (питомий електроопір); 3, 4 – згідно з моделлю Леметра та модифікованою моделлю; 5 – згідно з моделлю Бонора.

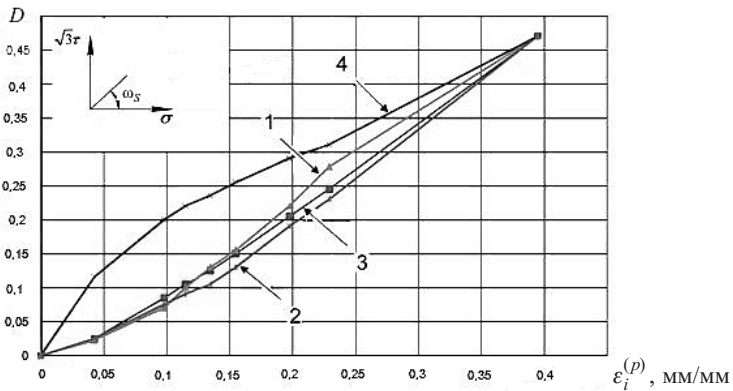


Рис. 3. Залежність параметра пошкодженості D від величини інтенсивності пластичної деформації $\varepsilon_i^{(p)}$ при пропорційному навантаженні ($\omega_s = 45^\circ$) сталі 07X16H6: 1 – експериментальні дані (питомий електроопір); 2, 3 – згідно з моделлю Леметра та модифікованою моделлю; 4 – згідно з моделлю Бонора.

зультатами моделювання при крученні наведено на рис. 2, при пропорційному навантаженні – на рис. 3.

Висновки

1. Аналіз експериментальних результатів підтверджує нелінійність характеру накопичення пошкоджень для металічних конструкційних матеріалів. При цьому нелінійність залежить від рівня пластичності конструкційного матеріалу, що підтверджує гіпотезу Качанова.

2. Аналіз отриманих результатів та результатів інших авторів показує, якщо повну деформацію в матеріальній точці записати у вигляді суми пружної, пластичної та деформації пошкоджуваності (розпушення), то остання складова залежить від рівня максимальних напружень.

3. Установлено, що в межах проведених досліджень кінетику накопичення пошкоджень найбільш точно описує модифікована модель Леметра. Модель є універсальною і може використовуватись як для пластичних, так і крихких матеріалів, причому всі параметри моделі легко визначаються з експерименту на одновісний розтяг.

Резюме

Проанализированы достоверность и границы использования ряда феноменологических моделей поврежденности на основе проведенных экспериментальных исследований кинетики накопления повреждений в металлических конструкционных материалах при плоском напряженном состоянии и активном нагружении. Модели поврежденности базируются на основных положениях термодинамики необратимых процессов и континуальной механики поврежденности. Установлены закономерности влияния вида напряженного состояния на кинетику накопления рассеянных повреждений.

1. *Kachanov L. M.* Introduction to Continuum Damage Mechanics. – Martinus Nijhoff: Boston; Dordrecht, 1986. – 148 p.
2. *Работнов Ю. Н.* Введение в механику разрушения. – М.: Наука, 1987. – 80 с.
3. *Bonora N.* Low cycle fatigue life estimation for ductile metals using a nonlinear continuum damage mechanics model // *Int. J. Struct.* – 1988. – **35**. – P. 1881 – 1894.
4. *Bonora N.* A nonlinear CDM model for ductile failure // *Eng. Fract. Mech.* – 1997. – **58**. – P. 11 – 28.
5. *Bonora N., Salvini P., and Iacoviello F.* Experimental identification of damage evolution law in Al–Li 2091 alloy // XXV AIAS National Meeting, Galipoli, 1996. – P. 345 – 355.
6. *Bonora N.* Identification and measurement of ductile damage parameters // *J. Strain Analysis.* – 1999. – **34**, No. 6. – P. 463 – 478.
7. *Bonora N., Gentile D., and Pironi A.* Identification of the parameters of a non-linear continuum damage mechanics model for ductile failure in metals // *Ibid.* – 2004. – **39**, No. 6. – P. 639 – 651.

8. *Lemaitre J.* A continuous damage mechanics model for ductile fracture // *J. Eng. Mater. Tech.* – 1985. – **107**. – P. 83 – 89.
9. *Lemaitre J.* A three-dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits // *ICM 4 (Stockholm)*, 1983. – Vol. 2. – P. 1047 – 1053.
10. *Lemaitre J.* How to use damage mechanics // *Nucl. Eng. Design.* – 1984. – **80**. – P. 233 – 245.
11. *Lemaitre J.* A Course on Damage Mechanics. – Springer, 1996. – 228 p.
12. *Lemaitre J. and Desmorat R.* Engineering Damage Mechanics. – Spinger, 2005. – 380 p.
13. *Ibijola E. A.* On some fundamental concepts of continuum damage mechanics // *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* – 2002. – **191**. – P. 1505 – 1520.
14. Патент України № 65499А. Спосіб визначення кінетики руйнування матеріалів в процесі їх пружно-пластичного деформування / М. І. Бобир, А. П. Грабовський, О. В. Тимошенко. – Чинний з 15.03. 2004.
15. *Грабовський А. П., Тимошенко О. В., Масло О. М., Халімон О. П.* Дослідження кінетики пошкоджуваності в конструкційних матеріалах при складному напруженому стані // *Вест. НТУУ “КПІ”. Машиностроение.* – 2003. – № 44. – С. 43 – 47.
16. *Лебедев А. О., Бобир М. І., Ламашевський В. П.* Механіка матеріалів для інженерів: Навч. посіб. – Київ: НТУУ “КПІ”, 2006. – 288 с.
17. *Лебедев А. А., Чаусов Н. Г., Богинич І. О., Недосека С. А.* Комплексная оценка повреждаемости материала при пластическом деформировании // *Пробл. прочности.* – 1996. – № 5. – С. 23 – 30.
18. *Троценко В. Т.* Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 340 с.
19. *Леметр Ж.* Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластических материалов // *Теорет. основы.* – 1985. – **107**, № 1. – С. 90 – 97.
20. *Халімон О. П.* Модель накопичення розсіяних пошкоджень в конструкційних матеріалах при пружно-пластичному навантаженні // *Вест. НТУУ “КПІ”. Машиностроение.* – 2006. – № 48. – С. 178 – 182.
21. *Bobyry' N. I., Graboskii A. P., Timoshenko A. V., and Khalimon A. P.* Procedure for the evaluation of the accumulation of defects in metallic structural materials under complex elastoplastic loading // *Strength Mater.* – 2006. – **38**, No. 1. – P. 92 – 98.
22. *Bobyry' N. I., Grabovskii A. P., Khalimon A. P., et al.* Kinetics of scattered fracture in structural metals under elastoplastic deformation // *Ibid.* – 2007. – **39**, No. 3. – P. 237 – 245.
23. *Русинко К. Н.* Особенности неупругой деформации твердых тел. – Львов, Вища шк., 1986. – 152 с.

Поступила 10. 02. 2011