

УДК 534.22+534.7

## ВПЛИВ В'ЯЗКОСТІ ПОВІТРЯ НА ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В БРОНХІАЛЬНОМУ ДЕРЕВІ ЛЮДИНИ

В. Н. ОЛІЙНИК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 15.08.2002

В рамках довгохвильового наближення побудовано фізичну модель поширення звуку по транзитній зоні респіраторного тракту людини. При цьому основна увага приділялась вивченню впливу в'язкої взаємодії бронхіального повітря, що коливається внаслідок акустичного збудження, зі стінкою бронха. Для того щоб уникнути розгляду ефектів піддатливості стінок та випромінювання звуку в легеневу паренхіму, в даному дослідженні респіраторні повітропроводи моделювались жорсткостінними трубками. З'ясовано, що урахування в'язкості повітря призводить до появи не лише затухання, але й яскраво вираженої дисперсії звукових хвиль, які поширюються в елементах бронхіального дерева. Зі зменшенням калібру бронха ці явища стають все більш відчутними. Урахування в'язкості також суттєво впливає на характер частотних залежностей вхідного імпедансу кінцевих бронхіол, навантажених на систему респіраторних повітропроводів. Крім того, показано, що імпеданс кінцевої бронхіоли залежить від граничних умов на вході респіраторного тракту з боку голосової щілини (відкриті або зімкнуті голосові зв'язки).

В рамках длинноволнового приближения построена физическая модель распространения звука по транзитной зоне респираторного тракта человека. При этом основное внимание уделялось изучению влияния вязкого взаимодействия бронхиального воздуха, колеблющегося вследствие акустического возбуждения, со стенкой бронха. Для того чтобы избежать рассмотрения эффектов податливости стенок и излучения звука в легочную паренхиму, в данном исследовании респираторные воздуховоды моделировались жесткостенными трубками. Выяснено, что учет вязкости воздуха приводит к появлению не только затухания, но и ярко выраженной дисперсии звуковых волн, распространяющихся в элементах бронхиального дерева. С уменьшением калибра бронха эти явления становятся все более ощутимыми. Учет вязкости также существенно влияет на характер частотных зависимостей входного импеданса конечных бронхиол, нагруженных на систему респираторных воздуховодов. Кроме того, показано, что импеданс конечной бронхиолы зависит от граничных условий на входе респираторного тракта со стороны голосовой щели (открытые или сомкнутые голосовые связки).

Within the long-wave approximation the physical model of the sound propagation through a transitional zone of human respiratory tract is developed. At that the basic notice was given to the analysis of influence of a viscous interaction between the bronchial air, that oscillates owing to acoustic excitation, and the wall of the bronchus. To avoid consideration of effects of compliance of the walls and the sound radiation into pulmonary parenchyma, in the given study the respiratory airways were modelled by tubes having rigid walls. It is clarified that account of viscosity of air results in appearance of not only damping, but also profoundly expressed dispersion of sound waves diffusing in elements of a bronchial tree. With decrease of calibre of a bronchus these phenomena become more and more appreciable. Account of viscosity also essentially influences the nature of frequency dependences of an input impedance of terminal bronchioles loaded at a system of respiratory airways. Besides, it is shown that the impedance of terminal bronchiole depends on boundary conditions on an input of a respiratory tract at the part of a voice slot (opened or closed vocal chords).

### ВСТУП

Вивчення особливостей поширення звукових хвиль у бронхіальному дереві людини необхідно для розуміння фізичної природи нормальних і патологічних звуків дихання. Протягом останніх десятиліть серйозним стимулом для проведення таких досліджень стала розробка принципово нових діагностичних методик респіраторного тракту, які спираються на об'єктивні дані про частотно-часові та просторові характеристики акустичних сигналів, пов'язаних з процесом дихання [1–3].

Важливим напрямком згаданих досліджень є розробка фізичних та математичних моделей бронхіального дерева, яке з точки зору акустики можна розглядати як своєрідну розгалужену багаторівневу систему хвилеводів. Серед робіт, присвячених такому моделюванню, слід виділити стат-

ті [4–8]. В них аналіз акустичних властивостей бронхіального дерева проводився з застосуванням різних гіпотез щодо акустичних властивостей стінок респіраторних повітряних шляхів.

Зауважимо, що в жодному з перелічених досліджень не враховувались ефекти, викликані в'язкою взаємодією повітря, яке знаходиться всередині бронхів, з їхніми стінками. Таке спрощення, до певної міри, виправдане, оскільки в переважній більшості робіт (за виключенням [5]) основною метою авторів було визначення вхідного імпедансу бронхіального дерева зі сторони голосової щілини або трахеї. Судячи з результатів [6], його величину визначають, в основному, п'ять–шість поколінь бронхів, які відходять від трахеї – повітропроводи великого калібру, для яких впливом в'язкості можна знехтувати. Водночас, при вивченні механізму формування акустичних властивостей парен-

хіми легенів необхідно знати імпеданс бронхіального дерева з боку дрібних бронхіол. По суті його можна охарактеризувати як вхідний імпеданс бронхіоли, навантаженої на систему бронхів попередніх поколінь. Співвідношення цього параметра й власного механічного імпедансу термінального структурного елемента респіраторного тракту людини (альвеоли), фактично, буде визначати ступінь зв'язаності легеневої тканини з бронхіальним деревом. Природно, що зі зменшенням калібру бронха роль в'язкості бронхіального повітря в формуванні його вхідного імпедансу значно зростає. Безпосереднім підтвердженням цього висновку є дані роботи [9], присвяченої, зокрема, визначенню ступеня впливу в'язкості повітря на характер передавальної функції медичного стетофонендоскопа.

На сьогоднішній день існує практично єдина робота, в якій зроблено спробу врахувати зв'язаність паренхіми з бронхіальним деревом [10]. Проте слід зазначити, що запропонована в цій статті акустико-механічна модель є досить недосконалою. Зокрема, при описі руху бронхіального повітря під дією звукових коливань автори [10] знехтували його стисливістю. Крім того, вплив в'язкості повітря тут враховувався еkleктично, на основі різних підходів для різних частотно-просторових діапазонів.

Альтернативну до [10] модель паренхіми було запропоновано в статті [11]. Основною її перевагою стало врахування міжфазного теплообміну, який відбувається при проходженні акустичної хвилі через легенева тканину. Це дозволило одержати фізично обґрунтовані кількісні оцінки затухання звуку в паренхімі легенів людини. Слід також відзначити більш ранню спробу побудови термодинамічної моделі дисипації звуку в легенях [6]. Водночас, в роботах [6, 11] паренхіма розглядалась як стаціонарне двофазне середовище, подібне до бульбашкової газо-рідинної суміші, в якій легенева повітря утримується в замкнутих сферичних осередках-альвеолах. Зрозуміло, що для більш адекватного опису акустичних процесів у респіраторній системі людини модель стаціонарної паренхіми [11] слід доповнити моделлю акустичної взаємодії альвеоли зі сполученими з нею повітропроводами бронхіального дерева.

В даній статті запропоновано методику оцінки впливу в'язкості повітря на вхідний імпеданс кінцевої бронхіоли транзитornoї зони респіраторного тракту людини, навантаженої на систему більш крупних бронхів ("початок" бронхіального дерева). При цьому слід зауважити, що стінки дрібних бронхіол високих порядків є перфорованими – в них з'являються альвеоли [12]. Моделювання цієї

частини респіраторного тракту складає самостійну проблему, яка виходить за межі даного дослідження. Виходячи з цього, тут ми обмежимо розгляд поколіннями бронхів, які не містять альвеол.

Незважаючи на ряд суттєвих спрощень, які зроблені при моделюванні бронхіального дерева на цьому етапі досліджень, такий підхід дозволяє зробити важливі висновки про характер поширення звуку в дрібних бронхах.

## 1. ОСНОВНІ ПРИПУЩЕННЯ

При формулюванні акустичної моделі респіраторного тракту необхідно зробити ряд припущень стосовно геометричних, фізичних та хвильових властивостей його структурних елементів.

Перш за все, слід зазначити, що бронхо-легенева система людини має деревовидну ієрархічну будову: респіраторні повітропроводи на шляху від трахеї до альвеол зазнають багатократних розгалужень (біфуркацій). Припустимо, що структура бронхіального дерева підпорядкована закону правильної дихотомії – кожний повітропровід, починаючи з трахеї, розгалужується на два ідентичні бронхи меншого калібру. Сукупність бронхів (бронхіол), розташованих після  $n$ -ого розгалуження, рахуючи з боку трахеї, прийнято називати  $n$ -им поколінням бронхів. При цьому вважається, що для трахеї  $n=0$ . Згідно з класичною вейбелівською моделлю, при правильній дихотомії в респіраторному тракті налічується 24 покоління бронхів [12].

Звичайно, для реального бронхіального дерева людини кількість дочірніх бронхів після біфуркації не обов'язково дорівнює двом, а їхні геометричні параметри можуть відрізнятись. Окрім того, кількість поколінь бронхів іноді значно перевищує 24. Незважаючи на це, правильна дихотомія в цілому адекватно відображає структурні особливості бронхіального дерева, важливі для формування його акустичних властивостей. Про це свідчить порівняльний аналіз результатів для моделей бронхіального дерева як зі збереженням, так і з порушенням правильної дихотомії, проведений в [5].

Щодо геометрії респіраторних повітропроводів, то їх можна вважати прямими трубками кругового поперечного перерізу. Таке просте представлення справедливе для бронхів транзитornoї зони ( $n \leq 16$ ). Дані про лінійні розміри респіраторних повітропроводів можна знайти в [7, 12].

Ще один важливий момент – оцінка хвильових розмірів респіраторних повітропроводів, перш за все, діаметрів їхніх поперечних перерізів. Вважаючи швидкість поширення звуку в них рівною

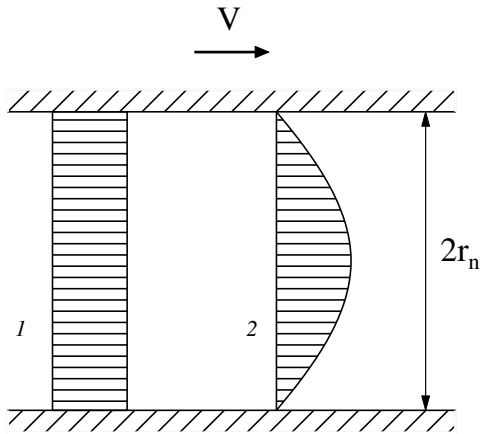


Рис. 1. Схематичне зображення розподілу коливальних швидкостей в бронхіальному повітрі:  
 1 – без в'язкості, 2 – з урахуванням в'язкості

швидкості звуку в повітрі, приходимо до висновку, що на частотах, характерних для більшості звуків дихання (не вище 1÷2 кГц) [2] діаметри бронхів усіх поколінь є значно меншими за довжину звукової хвилі. Це дозволяє обмежитись розглядом поширення в них лише однієї найнижчої моди коливань (довгохвильове наближення). Більш високі моди в цьому діапазоні частот є неоднорідними і затухають по довжині бронха.

Найбільш складним є питання про врахування фізичних властивостей стінок бронхів у процесі поширення звуку в них. В одному з піонерських досліджень [4] вважалось, що стінки бронхів є акустично жорсткими. Втім, загальновідомий феномен випромінювання звуку через стінки бронхів [2, 6] свідчить про те, що при їх фізичному моделюванні слід враховувати механічну піддатливість стінок. Таку спробу було зроблено в статті [5]. Судячи з одержаних даних, урахування звукопрозорості стінок бронхів може призводити до істотних змін у частотних розподілах акустичних характеристик бронхіального дерева (в околі резонансів спостерігається зменшення максимумів приблизно на порядок). На жаль, фрагментарність викладу фізико-математичної моделі не дозволяє провести ґрунтовний аналіз результатів цієї роботи.

Найбільш повне на сьогодні дослідження акустичних властивостей бронхіального дерева з урахуванням як механічних характеристик стінок бронхів, так і випромінювання через них в оточуючі біотканини, було проведено в [7, 8]. Авторами цих статей стінки вважались локально-реагуючими (імпедансними) поверхнями, параме-

три яких визначались на основі запозичених результатів експериментальних досліджень (подробіці див. у [7]). На основі результатів, одержаних у [8], можна зробити висновок, що на частотах нижче 2 кГц ефекти випромінювання звуку через стінки респіраторних повітропроводів є значними лише для великих бронхів ( $n \leq 5$ ).

Зауважимо, що стінки реальних бронхів слід розглядати не як імпедансні поверхні, а як пружні циліндричні оболонки. Відомо, що акустичні процеси в акустичних хвильоводах, обмежених пружними оболонками, кардинально відрізняються від процесів, які протікають у хвильоводах з ідеальними або імпедансними стінками [13]. Дослідження особливостей поширення звуку в системі композитних пружно-акустичних хвильоводів з урахуванням в'язкості повітря є самостійним складним завданням. Тому на даному етапі стінки бронхів будемо вважати жорсткими. Це припущення призводить до істотного спрощення розрахункової схеми, оскільки дозволяє знехтувати випромінюванням звуку через стінки бронхів і відкинути досить громіздку процедуру знаходження відповідного акустичного поля.

## 2. АКУСТИЧНІ КОЛИВАННЯ ПОВІТРЯНОГО СТОВПА В ТРУБІ ПРИ УРАХУВАННІ В'ЯЗКОСТІ

З дослідженням ефектів в'язкості при коливаннях повітряного стовпа у трубах пов'язані імена визначних учених-акустиків – Гельмгольца, Кірхгофа, Релея [14]. Фізична суть розглянутого явища полягає в тому, що при русі в'язкого газу в трубі (каналі) виникає гальмування потоку в околі стінок. При цьому, як правило, вважають, що на нерухомій стінці швидкість частинок газу дорівнює нулеві, а в газі виникає радіальний розподіл швидкостей. Схематично ця ситуація показана на рис. 1 (стрілкою позначено миттєвий напрям коливальної швидкості).

Для малих амплітуд акустичних коливань і не дуже високих частот цей розподіл, в принципі, нагадує течію Пуазейля. При цьому спостерігається сильне затухання звуку в трубі та істотне зниження швидкості поширення хвиль, у порівнянні зі швидкістю звуку в газі  $c_g$  [15]. Однак наближення Пуазейля перестає працювати вже для труб з внутрішнім радіусом

$$r_n > \frac{1}{|k_\mu|}, \quad k_\mu = \sqrt{-i \frac{\omega \rho_g}{\mu_g}}, \quad (1)$$

(тут  $\omega = 2\pi f$  – циклічна частота;  $\mu_g$  – динамічна в'язкість газу;  $k_\mu$  – хвильове число так званих

“хвиль дифузії”). В такому випадку слід користуватись результатами Гельмгольца, який показав, що для широких труб ( $|k_\mu|r_n \gg 1$ ) акустичне затухання та зниження швидкості звуку є ефектами другого порядку малості [14–16].

Слід зауважити, що респіраторні повітропроводи різних поколінь мають радіуси, які відповідають різним масштабам в термінах довжини хвиль дифузії. Це спонукає до застосування загального підходу, запропонованого в монографії Крендалла [15]. При цьому будемо вважати, що радіальний розподіл амплітуди коливальних зміщень повітря в трубі  $\xi$  описується законом

$$\xi(r) \sim 1 - \frac{J_0(k_\mu r)}{J_0(k_\mu r_n)}. \quad (2)$$

Оскільки при коливаннях повітря в трубі превалює одна мода, то для гармонічного випадку рівняння його руху, яке записане відносно осереднених по  $0 \leq r \leq r_n$  зміщень  $\bar{\xi}$ , має вигляд

$$\frac{d^2 \bar{\xi}}{dt^2} + \frac{R_\mu}{\rho_g} \frac{d\bar{\xi}}{dt} = c_g^2 \frac{d^2 \bar{\xi}}{dx^2}. \quad (3)$$

При цьому величина опору в'язких сил  $R_\mu$  для будь-якого  $|k_\mu|r_n$  знаходиться за формулою

$$R_\mu = -\mu k_\mu^2 \left( 1 - \frac{2}{k_\mu r_n} \frac{J_1(k_\mu r_n)}{J_0(k_\mu r_n)} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Асимптотичний аналіз для  $|k_\mu|r_n \ll 1$  та  $|k_\mu|r_n \gg 1$  показує, що співвідношення (4) добре описує як течію типу паузейлевої для вузьких труб, так і результати Гельмгольца для широкої труби.

Підставивши вираз (4) у рівняння (3) і розкривши зміст параметру  $k_\mu$ , остаточно одержуємо рівняння коливань газу в трубі, зведене до стандартного вигляду:

$$\frac{d^2 \bar{\xi}}{dx^2} + k_n^2 \bar{\xi} = 0. \quad (5)$$

Комплексне хвильове число  $k_n$  задається виразом

$$k_n = \frac{\omega}{c_n} + i\delta_n = \frac{\omega}{c_g \sqrt{1 - \frac{2}{k_\mu r_n} \frac{J_1(k_\mu r_n)}{J_0(k_\mu r_n)}}}. \quad (6)$$

Очевидно, що кожному з поколінь бронхів з характерним внутрішнім радіусом  $r_n$  буде відповідати своє хвильове число  $k_n$ . Зазначимо, що у формулі (6)  $c_n$  – ефективна швидкість поширення звуку, а  $\delta_n$  – коефіцієнт затухання для бронха  $n$ -го покоління.

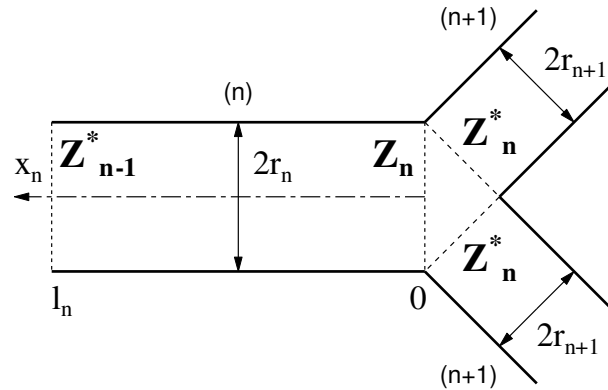


Рис. 2. Схематичне зображення поздовжнього перерізу бронха  $n$ -го покоління й відповідна локальна система координат

### 3. ПРОЦЕДУРА ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ВХІДНОГО ІМПЕДАНСУ БРОНХА $n$ -ГО ПОКОЛІННЯ

Згідно зі зробленими вище спрощувальними припущеннями вважаємо бронх  $n$ -го покоління круглою жорсткостінною трубкою з довжиною  $l_n$  і внутрішнім радіусом  $r_n$ . Введемо зв'язану з цим бронхом локальну систему координат, як показано на рис. 2 (вісь  $x_n$  співпадає з віссю бронха,  $0 \leq x_n \leq l_n$ ). В цих термінах шуканий вхідний імпеданс бронха  $Z_n$  є механічним імпедансом при  $x_n = 0$ , а вихідний з боку з'єднання з бронхом попереднього покоління (позначимо його через  $Z_{n-1}^*$ ) – при  $x_n = l_n$ .

За означенням механічний імпеданс – це відношення сили, яка збуджує коливання, до величини коливальної швидкості [16] (звичайно, поняття імпедансу має сенс при розгляді гармонічних коливань). Тому справедливими є співвідношення

$$Z_n = s_n \frac{p_n(0)}{v_n(0)}, \quad Z_{n-1}^* = s_n \frac{p_n(l_n)}{v_n(l_n)} \quad (7)$$

де  $s_n = \pi r_n^2$  – площа поперечного перерізу бронха  $n$ -го покоління;  $p_n(x_n)$  та  $v_n(x_n)$  – відповідно розподіли амплітудних значень тиску та швидкості вздовж вісі бронха. У відповідності з підходом, розвинутим у попередньому розділі, вважаємо, що  $p_n$  і  $v_n$  є ефективними значеннями відповідних акустичних величин, осереднених по радіусу бронха (принагідно зауважимо, що  $v_n = i\omega \bar{\xi}$ ).

Загальновідомо, що в рамках лінійного наближення поля акустичного тиску й коливальної швидкості зв'язані між собою через скалярний акустичний потенціал. Для довгохвильового на-

ближення будемо вважати, що для усіх польових величин радіальний розподіл задається формулою (2). Тоді за аналогією можна ввести одновимірну функцію ефективного акустичного потенціалу  $\Phi_n$ :

$$p_n = i\omega\Phi_n, \quad v_n = -\frac{d\Phi_n}{dx_n}. \quad (8)$$

В загальному випадку ця функція матиме вигляд

$$\Phi_n = A_n \cos k_n x_n + B_n \sin k_n x_n. \quad (9)$$

Тут  $A_n, B_n$  – невідомі коефіцієнти, для визначення яких слід звернутись до співвідношень (7), котрі є, фактично, граничними умовами на кінцях бронха. Вважаючи вихідний імпеданс бронха  $Z_{n-1}^*$  відомим, одержимо остаточний вираз для його вхідного механічного імпедансу:

$$Z_n = iq_n \frac{iq_n \operatorname{tg} k_n l_n + Z_{n-1}^*}{iq_n - Z_{n-1}^* \operatorname{tg} k_n l_n}, \quad (10)$$

де

$$q_n = \rho_g c_n s_n = \rho_g c_g s_n \left( 1 - \frac{2}{k_\mu r_n} \frac{J_1(k_\mu r_n)}{J_0(k_\mu r_n)} \right).$$

Для того, щоб перейти до визначення механічного імпедансу бронха наступного покоління, необхідно записати співвідношення, яке зв'язує вхідний імпеданс бронха  $n$ -го покоління з вихідним імпедансом бронха  $(n+1)$ -го покоління  $Z_n^*$ . Звернувшись до рис. 2, зосередимо увагу на районі біфуркації, де бронх  $n$ -го покоління розділяється на два дочірніх бронхи. Оскільки характерна величина кута, під яким розходяться дочірні бронхи, становить близько  $30^\circ$  [7], можна вважати, що лінійний розмір району біфуркації має один порядок з діаметром бронха. Згадавши, що ми проводимо розгляд для звукових хвиль, довжина яких значно перевищує діаметр бронха, робимо висновок, що в даному разі дифракцією на геометричній нерегулярності хвилеводу можна знехтувати [14]. Цей висновок підтверджується кількісними даними, одержаними в роботі [17] для плоского розгалуженого хвилеводу з жорсткими стінками. Як результат, правомірним виявляється застосування класичної формули для хвилеводу з площею поперечного перерізу  $s_n$ , який розгалужується на два однакові хвилеводи з площами перерізів  $s_{n+1}$  [16]:

$$Z_n^* = 2 \frac{s_{n+1}^2}{s_n^2} Z_n = 2 \frac{r_{n+1}^4}{r_n^4} Z_n. \quad (11)$$

Отже, для обчислення імпедансу бронха  $N$ -го покоління ( $N$  – фіксоване) слід скористатись рекурентними співвідношеннями (10), (11), рухаючись

від голосової щілини вглиб бронхіального дерева:  $n=0, \dots, N$ . При цьому величину  $Z_{-1}^*$  (вихідний імпеданс трахеї або імпеданс глотки) необхідно задати, виходячи з додаткових міркувань.

#### 4. ГІПОТЕЗИ ЩОДО ВХІДНОГО ІМПЕДАНСУ ГЛОТКИ

Для того, щоб дослідити як впливають на вхідний імпеданс кінцевих бронхіол умови на вході трахеї (у глотці), рекурсивну процедуру (10), (11) слід доповнити співвідношенням для  $Z_{-1}^*$ . Варіації цієї характеристики обмежуються такими граничними випадками:

- 1) голосова щілина повністю закрита;
- 2) відкрита голосова щілина (і відкритий ротовий отвір).

Очевидно, що для першого випадку в першому наближенні можна покласти  $Z_{-1}^* \rightarrow \infty$ . Зауважимо, що моделювання закритої голосової щілини акустично жорсткою стінкою є спрощенням на зразок того, яке було прийняте вище стосовно механічних властивостей стінок бронхів. Більш точну в кількісному відношенні оцінку може дати заміна напружених голосових зв'язок пластинкою з відповідною згинальною жорсткістю.

Для відкритої ж голосової щілини можна вважати  $Z_{-1}^* = 0$ . Однак слід пам'ятати, що з боку глотки на вході трахеї знаходиться не вакуум, а повітря з акустичними параметрами  $\rho_g, c_g$ . Тому непоганим першим наближенням для реальної величини  $Z_{-1}^*$  буде імпеданс випромінювання поршня, який пульсує в нескінченному плоскому ( $Z_{pp}$ ) або сферичному ( $Z_{ps}$ ) жорсткому екрані. Класичну формулу імпедансу випромінювання поршня для випадку плоского екрану було вперше отримано Релеем [16]:

$$\operatorname{Re} Z_{pp} = \rho_g c_g s_0 \left( 1 - 2 \frac{J_1(2k_0 r_0)}{k_0 r_0} \right), \quad (12)$$

$$\operatorname{Im} Z_{pp} = \rho_g c_g s_0 \frac{\mathcal{S}_1(2k_0 r_0)}{k_0 r_0},$$

де  $\mathcal{S}_1$  – функція Струве;  $k_0 = \omega/c_g$ . Імпеданс випромінювання  $Z_{ps}$  не може бути записаний в аналітичному вигляді, але він є гладкою комплексною функцією хвильового розміру поршня  $k_0 r_0$ , яка за порядком величини досить близька до  $Z_{pp}$  [18].

#### 5. АНАЛІЗ ЧИСЕЛЬНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Перейдемо до кількісних оцінок згідно побудованих фізичних моделей. При обрахунках вва-

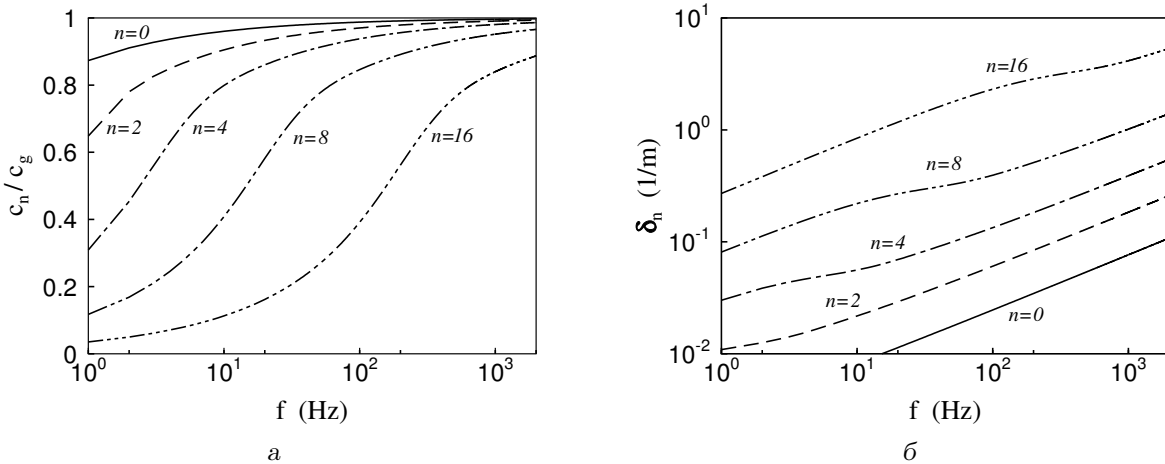


Рис. 3. Ефективна швидкість звуку (а) та коефіцієнт затухання (б) в бронхіальному повітрі для бронха  $n$ -го покоління

жалось, що бронхіальне повітря має густину  $\rho_g = 1.29 \text{ кг/м}^3$ , швидкість звуку  $c_g = 330 \text{ м/с}$  й динамічну в'язкість  $\mu_g = 1.81 \cdot 10^{-5} \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2$  [19]. Значення лінійних розмірів респіраторних повітропроводів були запозичені з монографії Вейбеля [12].

На рис. 3 представлено ефективну швидкість звуку й коефіцієнт затухання для бронхів різних поколінь, розраховані за формулою (6). З графіків видно, що врахування в'язкості повітря призводить до появи яскраво вираженої дисперсії звукових хвиль у бронхах різних поколінь. На низьких частотах (для яких  $|k_\mu|r_n < 1$ ), відбувається значне зниження фазової швидкості поширення звукової хвилі за рахунок в'язкого гальмування повітря на стінках. Для великих бронхів ( $n \leq 5$ ) цей ефект відчутний лише в діапазоні нижче 10 Гц. В той же час, для кінцевих бронхіол ( $10 \leq n \leq 16$ ) зниження швидкості на 30÷50 % має місце на частотах, які перевищують сотні герц. Зауважимо, що для бронхів усіх поколінь ефективна швидкість звуку залишається меншою за швидкість звуку в необмеженому повітрі. Так, для кінцевої бронхіоли з  $n = 16$  ефективна швидкість звуку на частоті 100 Гц становить лише близько 39 % швидкості звуку в повітрі, на частоті 460 Гц – близько 75 %, а на частоті 2 кГц – менш, ніж 89 %.

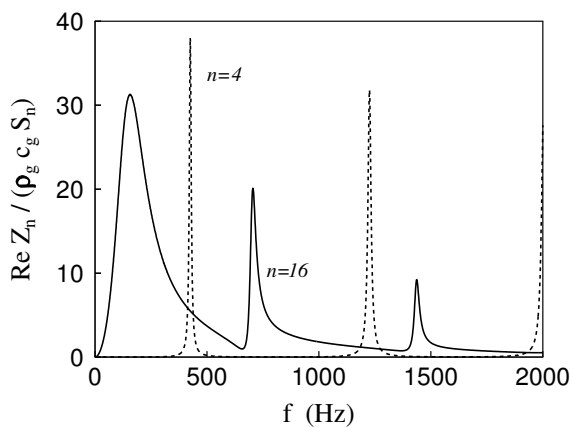
Окрім того, за рахунок в'язких втрат відбувається значна дисипація звуку, який поширюється в бронхах. Зі зменшенням калібру бронха дисипація наростає по експоненті. Наприклад, для бронхіоли з  $n = 16$  розрахункова величина затухання звуку за рахунок в'язкості повітря, в середньому, на

два порядки перевищує в'язке затухання в трахеї (див. рис. 3, б).

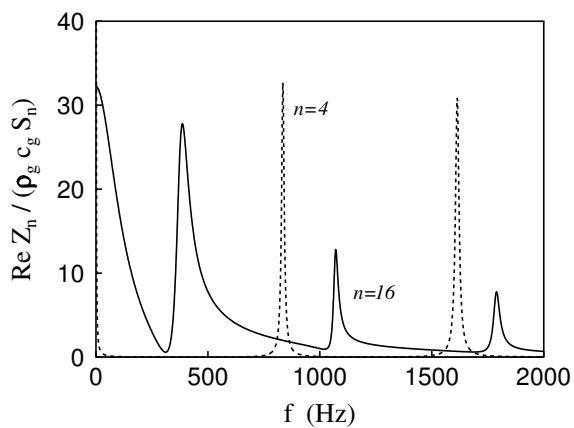
Таким чином, показано, що в'язкі ефекти відіграють вирішальну роль у формуванні акустичних властивостей дрібних респіраторних повітропроводів.

У розділі 1 було висловлено припущення про те, що діаметри бронхів є малими величинами, у порівнянні з довжиною звукової хвилі в повітрі. Оскільки ми пересвідчилися у тому, що при врахуванні в'язких ефектів фазова швидкість поширення акустичної хвилі по хвилеводу може бути значно меншою за швидкість звуку в необмеженому середовищі, цю гіпотезу слід перевірити на основі даних рис. 3, а. Прості оцінки показують, що в діапазоні частот від 1 Гц до 2 кГц для всіх респіраторних повітропроводів транзитної зони  $|k_n|r_n < 0.35$ , тобто в термінах хвилеводів, їх дійсно можна вважати вузькими і розглядати процес поширення звуку в одномодовому наближенні. Цим підтверджується правомірність застосування алгоритму (10), (11) для розрахунку вхідного імпедансу бронха  $Z_n$ .

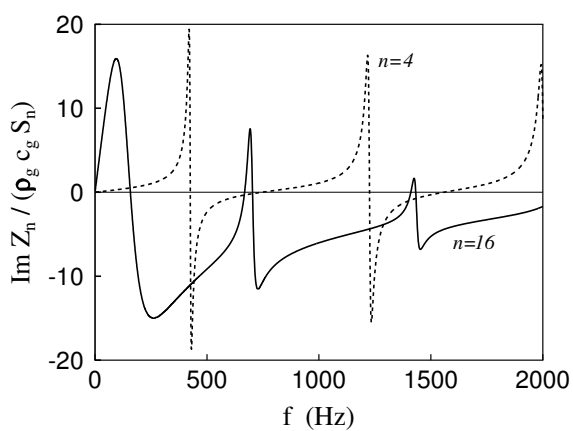
Звернемось до рис. 4, 5, на яких наведені частотні залежності нормованого вхідного імпедансу бронха  $n$ -го покоління  $Z_n/(\rho_g c_g s_n)$  за умов відкритої й закритої голосової щілини. З графіків видно, що ці залежності мають яскраво виражений резонансний характер. Зазначимо, що для розглянутого діапазону частот значення  $Z_n$ , обчислені з урахуванням ненульового імпедансу глотки ( $Z_{pp}$  або  $Z_{ps}$ ), виявились дуже близькими до ідеального випадку  $Z_{-1}^* = 0$ . Таким чином, наявність оточую-



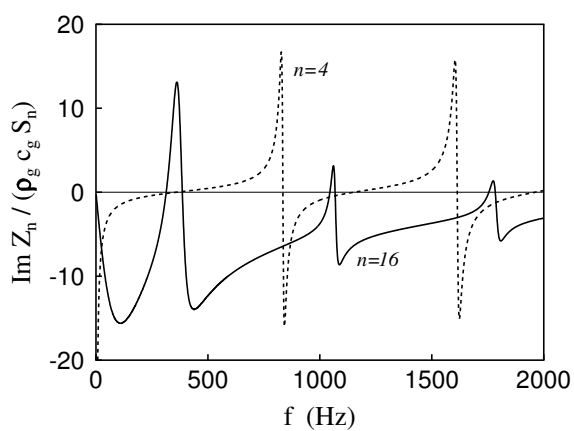
a



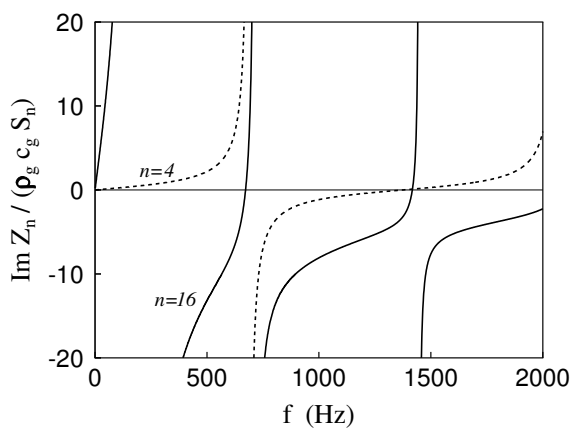
a



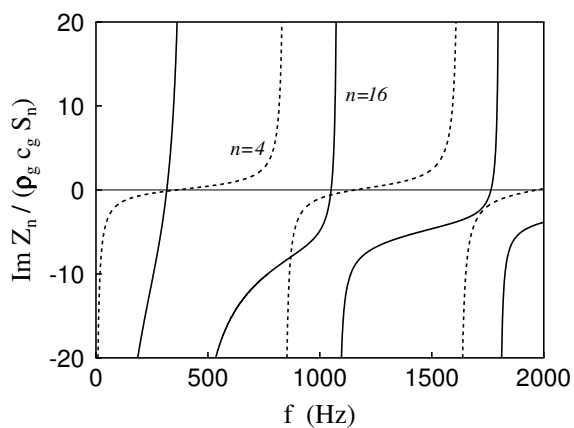
б



б



в



в

Рис. 4. Вхідний імпеданс бронха  $n$ -го покоління при відкритій голосовій щілині:

- a –  $\text{Re } Z_n$  (в'язкість повітря враховано),
- б –  $\text{Im } Z_n$  (в'язкість повітря враховано),
- в –  $\text{Im } Z_n$  (без урахування в'язкості)

Рис. 5. Вхідний імпеданс бронха  $n$ -го покоління при закритій голосовій щілині:

- a –  $\text{Re } Z_n$  (в'язкість повітря враховано),
- б –  $\text{Im } Z_n$  (в'язкість повітря враховано),
- в –  $\text{Im } Z_n$  (без урахування в'язкості)

чого повітря слабо впливає на хвилеводні властивості бронхіального дерева з відкритою голосовою щілиною. Водночас, при наближенні граничної умови для голосової щілини до випадку абсолютно жорсткої стінки частотна поведінка  $Z_n$  знає істотних змін. Про це свідчить інший характер розподілу резонансних частот (див. рис. 4, б і 5, б).

Важливо, що для  $n \geq 4$  дійсна (дисипативна) частина імпедансу має один порядок з уявною (реактивною). Це є ще одним свідченням суттєвого впливу в'язкості на формування акустичних властивостей респіраторного тракту в районі сполучення транзиторної й, власне, респіраторної зон. Наявність в'язкого затухання призводить до того, що на частотах так званих "антирезонансів", де в ідеальному випадку (без в'язкості)  $Z_n \rightarrow \infty$ , значення вхідного імпедансу стає обмеженим. Так, звертає на себе увагу, що при закритих голосових зв'язках при  $f \rightarrow 0$  одержуємо  $\text{Im } Z_n \rightarrow -0$  (реактивна частина вхідного імпедансу прямує до нуля, але має пружний характер).

Порівнявши рис. 4, б і в, робимо висновок, що врахування в'язкості бронхіального повітря практично не змінює розташування резонансних частот  $Z_n$ . Очевидно, це пояснюється тим, що основну роль у формуванні резонансів грають великі респіраторні повітропроводи, для яких в'язкі ефекти не є значними. Аналогічна картина спостерігається і для випадку закритої голосової щілини (див. рис. 5, б і в). Незважаючи на це, бачимо, що з просуванням вглиб бронхіального дерева, незалежно від значення  $Z_{n-1}^*$ , відбувається зсув резонансних частот униз.

Слід зауважити, що в статті [7] було висловлено припущення про те, що механічні імпеданси дрібних бронхів можуть виявитись підпорядкованими "правилу подібності" на зразок (11) і бути зв'язаними лише через коефіцієнт трансформації, пропорційний до квадрату відношення площ поперечних перерізів. Безпосередні оцінки показують, що, принаймні для  $n \leq 16$ , такої подібності не спостерігається. Це безпосередньо пов'язано зі структурою рекурентних співвідношень (10). Перепишемо їх у вигляді

$$Z_n = Z_{n-1}^* \frac{\frac{iq_n}{Z_{n-1}^*} \text{tg } k_n l_n + 1}{1 - \frac{Z_{n-1}^*}{iq_n} \text{tg } k_n l_n}. \quad (13)$$

Очевидно, що для виконання "правила подібності"

потрібне виконання двох умов:

$$\left| \frac{iq_n}{Z_{n-1}^*} \text{tg } k_n l_n \right| \ll 1, \quad \left| \frac{Z_{n-1}^*}{iq_n} \text{tg } k_n l_n \right| \ll 1.$$

Перевірка показала, що першу з цих умов можна вважати виконаною для кінцевих бронхіол, починаючи з  $n = 12 \div 13$ . Що ж до другого члена в знаменнику виразу (13), його модуль залишається невеликим для всієї транзиторної зони респіраторного тракту. Особливо це відчутно в околах резонансних частот для механічного імпедансу відповідного покоління бронхів.

## ВИСНОВКИ

1. В рамках довгохвильового наближення побудовано фізичну модель поширення звуку по транзиторній зоні респіраторного тракту людини з урахуванням в'язкої взаємодії бронхіального повітря з акустично жорсткою стінкою бронха.
2. Урахування в'язкості повітря призводить до появи не лише затухання, але й яскраво вираженої дисперсії звукових хвиль, які поширюються в елементах бронхіального дерева. При цьому для бронхів усіх поколінь ефективна швидкість звуку є меншою за швидкість звуку в необмеженому повітрі. Зі зменшенням калібру бронха дисипація наростає по експоненті, а дисперсія стає значною для все більш широкого діапазону частот. Наприклад, для бронхіоли з  $n = 16$  розрахункова величина затухання звуку за рахунок в'язкості повітря в середньому на два порядки перевищує в'язке затухання в трахеї. Що ж до ефективної швидкості поширення звуку для неї, то на частоті 460 Гц вона становить близько 75 % швидкості звуку в повітрі, а на частоті 2 кГц – менш, ніж 89 %.
3. Урахування в'язкості суттєво впливає на характер частотних залежностей вхідного імпедансу кінцевих бронхіол, навантажених на систему респіраторних повітропроводів. Для  $n \geq 4$  дійсна (дисипативна) частина імпедансу має один порядок з уявною (реактивною).
4. Імпеданс кінцевої бронхіоли сильно залежить від граничних умов на вході респіраторного тракту з боку голосової щілини (відкриті або зімкнуті голосові зв'язки). Ця залежність відбивається на розташуванні резонансних частот бронхіального дерева і обумовлює зміну



характеру уявної частини імпедансу в області низьких частот.

## ПОДЯКИ

Дослідження виконано в рамках проекту “Поширення звуку в розгалужених хвилепроводах з урахуванням пружних властивостей стінок” (грант НАН України для молодих учених на 2001–2002 рр.). Автор висловлює глибоку вдячність доктору фізико-математичних наук, професору І. В. Вовку за ряд корисних зауважень та роз’яснень стосовно акустичних властивостей бронхіального дерева людини.

1. Pasterkamp H., Kraman S. S., Wodicka G. R. Respiratory sounds. Advances beyond the stethoscope // Amer. J. Respir. Crit. Care Med.– 1997.– **156**.– P. 974–987.
2. Вовк І. В., Дахнов С. Л., Крижановський В. В., Олійник В. Н. Возможности и перспективы диагностики легочных патологий с помощью компьютерной регистрации и обработки шумов дыхания // Акуст. вісн.– 1998.– **1**, N 2.– С. 21–33.
3. Коренбаум В. И., Тагильцев А. А., Кулаков Ю. В. Особенности передачи звука голоса человека на стенку грудной клетки // Акуст. ж.– 1998.– **44**, N 3.– С. 380–390.
4. Немеровский Л. И. О распространении звуковых колебаний по звукопроводам легких // Акуст. ж.– 1976.– **22**, N 3.– С. 416–421.
5. Fredberg J. J., Moore J. A. The distributed response of complex branching duct networks // J. Acoust. Soc. Amer.– 1978.– **63**, N 3.– P. 954–961.
6. Wodicka G. R., Stevens K. N., Golub H. L., Cravalho E. G., Shannon D. C. A model of acoustic transmission in the respiratory system // IEEE Trans. Biomed. Eng.– 1989.– **36**, N 9.– P. 925–933.
7. Вовк І. В., Вовк О. І. Распространение звука в бронхиальном дереве человека. Часть I. Теория // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, N 2.– С. 19–31.
8. Басовский В. Г., Вовк І. В., Вовк О. І. Распространение звука в бронхиальном дереве человека. Часть II. Анализ численных результатов // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, N 4.– С. 11–20.
9. Вовк І. В., Гончарова І. Ю. Аналитический метод для оценки акустических свойств стетоскопов // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, N 3.– С. 10–16.
10. Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Распространение звука в легочной паренхиме // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1988.– N 5.– С. 3–14.
11. Олійник В. Н. О механизмах формирования акустических свойств легочной паренхимы // Акуст. вісн.– 2001.– **4**, N 3.– С. 53–66.
12. Вейбель Э. Р. Морфометрия легких человека.– М.: Медицина, 1970.– 175 с.
13. Гринченко В. Т., Комиссарова Г. Л. Свойства нормальных волн в упруго-жидкостных цилиндрических волноводах // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, N 3.– С. 44–55.
14. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей) Теория звука. Том 2.– М.: ГИТТЛ, 1955.– 475 с.
15. Крендалл И. Б. Акустика.– Л.: ВЭТА, 1934.– С. 155–162.
16. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука.– М.: МГУ, 1960.– 336 с.
17. Гончарова І. Ю., Мацьпура В. Т. Распространение звука в волноводе с изломом // Акуст. вісн.– 1998.– **1**, N 2.– С. 57–64.
18. Вовк І. В., Гринченко В. Т. О расширении возможностей метода частичных областей применительно к задачам излучения и рассеивания волн // Акуст. ж.– 1989.– **35**, N 1.– С. 29–36.
19. Чайлдс У. Физические постоянные.– М.: Физматгиз, 1962.– 80 с.