

УДК 533.6.011

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА В ЖИДКОСТИ ПРИ ВВОДЕ ЭНЕРГИИ В КАНАЛ В ВИДЕ ПОВТОРЯЮЩИХСЯ ИМПУЛЬСОВ

А. И. ВОВЧЕНКО, В. Г. КОВАЛЕВ, В. А. ПОЗДЕЕВ

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, Николаев

Получено 15.12.2001

Рассмотрена внешняя гидродинамическая задача электроразряда в воде при вводе в цилиндрический канал энергии в виде ряда последовательных импульсов. Выполнена постановка соответствующей начально-краевой задачи с подвижной границей для волнового уравнения. Аналитическое решение задачи получено методом нелинейного преобразования времени. Показано влияние наложения малых пульсаций на линейный закон роста радиуса канала. Выявлены особенности гидродинамических характеристик электроразряда.

Розглянуто зовнішню гідродинамічну задачу електричного розряду у воді при введенні у циліндричний канал енергії у вигляді послідовності імпульсів. Виконано постановку відповідної початково-граничної задачі з рухомою границею для хвильового рівняння. Аналітичне рішення задачі отримано методом нелінійного перетворення часу. Показано вплив накладення малих пульсацій на лінійний закон зростання радіуса каналу. З'ясовано особливості гідродинамічних характеристик електророзряду.

An external hydrodynamical problem of electric discharge in water is considered when energy is supplied in the cylindrical channel as a sequence of pulses. Corresponding initial-boundary problem with moving boundary for the wave equation is formulated. The analytical solution of the problem is obtained by the method of nonlinear transformation of a time. The influence of imposing of small pulsations on the linear law of growth of the channel's radius is shown. Peculiarities of hydrodynamical characteristics of the electric discharge are revealed.

ВВЕДЕНИЕ

Генерация электрического разряда в жидкости нашла множество практических приложений. В качестве примеров достаточно привести получение и исследование плотной низкотемпературной плазмы, гидроакустические системы, использующиеся в освоении Мирового океана, технологические установки по импульсной обработке материалов. Одним из способов достижения желаемых энергетических и гидродинамических характеристик разряда является вариация закона ввода энергии в канал. Чаще всего используется закон ввода энергии в виде одиночного импульса. При этом функция изменения радиуса канала во времени – гладкая возрастающая, а волна давления имеет вид одиночного импульса. Теория формирования полей давления для этого случая достаточно полно исследована в [1–3].

Ввод в канал энергии в виде ряда последовательных импульсов значительно расширяет возможности получения функции давления. В [4–6] теоретически показано, что путем параметрического изменения параметров разрядной цепи при одиночном разряде можно получить закон ввода энергии достаточно сложного вида, в том числе в виде последовательности импульсов. В [7] со-

держится экспериментальное подтверждение этого утверждения. При этом оказывается, что функция радиуса полости близка к линейной, однако может иметь изломы. Заметим, что с математической точки зрения внешняя гидродинамическая задача разряда корректно моделируется начально-краевой задачей с подвижной границей для линейного волнового уравнения.

При излучении волн подвижной границей наиболее сложным является случай цилиндрической симметрии. Так, до сих пор получено лишь одно точное решение начально-краевой задачи при расширении цилиндра нулевого начального радиуса с постоянной скоростью [8]. Здесь под точным решением мы понимаем решение, удовлетворяющее точно как волновому уравнению, так и граничному условию на подвижной границе. Заметим, что в работах [9, 10] под точным решением начально-краевой волновой задачи с подвижной границей понималось решение, точно удовлетворяющее волновому уравнению, но с законом движения границы, определяемом численно с любой наперед заданной точностью. Вообще же рассмотрение волновой задачи с подвижной границей для ненулевого начального радиуса и разрывной функции скорости вызывает значительные сложности.

Гидродинамические характеристики электров-

зрыва в жидкости при вводе энергии в канал в виде последовательности двух импульсов получены на основе решения внешней гидродинамической задачи различными аналитическими методами в [9, 11, 12]. Следует, однако, отметить, что результаты этих работ противоречивы. Например, в [11, 12] путем анализа полученного приближенного решения внешней гидродинамической задачи показано, что при определенных соотношениях кинематических характеристик канала функция давления на его стенке представляет собой последовательность убывающих по амплитуде импульсов, а функция давления в фиксированной точке волновой зоны – последовательность импульсов с растущими амплитудами. В [9] на основе существенно иного подхода к решению задачи утверждается, что обе функции давления должны иметь одинаковый характер. Кроме того, если в [11, 12] показано, что периоды следования импульсов в названных функциях давления должны соответствовать соотношениям, описывающим эффект Доплера, то в [9] утверждается, что эти периоды одинаковы. Объяснению и устранению указанных противоречий посвящена настоящая работа.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ВНЕШНЕЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Полная постановка физической задачи о высоковольтном электрическом разряде в жидкости включает в себя как внутреннюю задачу формирования плазменной полости в канале, так и внешнюю гидродинамическую задачу формирования поля давления, вызванного расширяющимся каналом [1]. Система уравнений для описания внутренней задачи включает уравнения разрядной цепи с нелинейным сопротивлением канала и уравнение баланса энергии. Она сводится к соотношению вида

$$F_1(R(t), V_R(t), P_R(t), N(t)) = 0, \quad (1)$$

где t – время; $R(t)$ – закон изменения радиуса канала (полости) во времени; $V_R(t)$ – скорость расширения полости, которая для непроницаемой границы равна производной от функции радиуса; $N(t)$ – закон ввода мощности в канал разряда; $P_R(t)$ – функция давления в канале.

Решение внешней гидродинамической задачи волнового движения жидкости, вызванного расширением канала разряда, дает связь

$$F_2(R(t), V_R(t), P_R(t)) = 0. \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) позволяет определить кинематические и динамические ха-

рактеристики разряда в жидкости, а затем найти возбужденное им волновое поле давления в жидкости.

Следует, однако, отметить, что введение ряда допущений при математической постановке внутренней задачи (в частности, при выводе уравнения баланса энергии) приводит при интегрировании системы (1), (2) к сглаживанию искомым функций $R(t)$ и $P_R(t)$. С прикладной (инженерной) точки зрения это несущественно. В то же время, некоторые особенности кинематических характеристик канала можно учесть лишь при аналитическом решении внешней гидродинамической задачи. Так, в [7] экспериментально показано, что функция $R(t)$ может иметь излом (следовательно, в соответствующей функции $V_R(t)$ будет наблюдаться конечный разрыв). Представляется важным определить влияние математических особенностей функций в граничном условии на подвижной границе на функцию давления. Решение внешней гидродинамической задачи имеет и самостоятельное значение как методический подход, используемый при диагностике плазмы канала по измеренным его кинематическим характеристикам.

Исходя из сказанного, рассмотрим внешнюю гидродинамическую задачу определения волнового поля давления, вызванного расширением канала по заданному закону. Будем полагать, что канал имеет достаточную протяженность, а время его расширения мало (или канал развивается между плоскими электродами). В этом случае рассмотрение сводится к плоской задаче о расширении бесконечного цилиндра в жидкости. Жидкость считаем идеальной сжимаемой, а движение ее потенциальным (с потенциалом скоростей Φ). Ограничиваясь рассмотрением разряда малой мощности, скорость расширения канала полагаем малой, по сравнению со скоростью звука в жидкости c_0 .

Принятые допущения позволяют для описания движения жидкости, вызванного расширением цилиндрического канала, воспользоваться линейным волновым уравнением с заданием кинематического граничного условия на подвижной границе контакта канал – жидкость. Корректность такой математической постановки обоснована в [10, 13, 14].

Таким образом, внешняя гидродинамическая задача сводится к следующей начально-краевой задаче математической физики с подвижными границами:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad V_R = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad (3)$$

$$\text{при } R_0 \leq r \leq c_0 t,$$

$$V_R = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial R}{\partial t} \quad \text{при } r = R(t), \quad (4)$$

$$\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad \text{при } r = R(t), r = R_0. \quad (5)$$

Поле давлений $P(r, t)$ определим по известному потенциалу скоростей $\Phi(r, t)$ в соответствии с [2, 3] как

$$P(r, t) = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \text{при } r \gg R_0, \quad (6)$$

$$P(r, t) = -\rho_0 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{2c_0^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 \right] \quad (7)$$

при $r = R(t)$.

Здесь и ниже ρ_0 – невозмущенная плотность жидкости.

Отметим, что в [14] в задаче о медленном расширении цилиндрической полости нулевого начального радиуса показано, что потенциал скоростей $\Phi(r, t)$ может быть найден из линейного волнового уравнения (3), а давление в ближней к полости зоне – по интегралу Коши – Лагранжа с учетом квадратичной составляющей:

$$P(r, t) = -\rho_0 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

В [10] интеграл вида (8) предложено использовать для любой геометрии волнового движения жидкости. Вместе с тем, в [14] отмечено, что для плоской волны сжимаемостью в интеграле Коши – Лагранжа пренебрегать нельзя и применение формулы (8) некорректно. Соотношения (6), (7) отвечают этим требованиям. Так, в дальней зоне $r \gg R_0$ и при $t \sim 0$, где $R(t) \sim R_0$, имеем плоское течение и

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0,$$

откуда получаем выражение (6). При нулевом начальном радиусе полости $R(0) = R_0 = 0$ вторая квадратичная составляющая в соотношении (7) мала, по сравнению с первой, так что уравнение (7) в пределе переходит в уравнение (8). Таким образом, начально-краевая задача с подвижной границей контакта полость – жидкость (3) – (8) является корректной математической моделью внешней гидродинамической задачи электрического разряда в жидкости, где функция $R(t)$ полагается известной (например, из эксперимента).

2. ОБЩИЙ ВИД РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Для решения начально-краевой задачи (3) – (7) следует получить решение волнового уравне-

ния (3), а затем с его помощью удовлетворить граничное условие на подвижной границе (4). После нахождения потенциала скоростей поле давления вычисляется в соответствии с выражениями (6), (7), которые в безразмерных переменных удобно представить в виде

$$\bar{P}(r, t) = \begin{cases} \bar{P}_1 & \text{при } r \gg R_0, \\ \bar{P}_1 + \bar{P}_{21} + \bar{P}_{22} & \text{при } r \sim R(t), \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\bar{P}_1 = -(\partial \Phi / \partial t) / (\rho_0 c_0^2);$$

$$\bar{P} = P / (\rho_0 c_0^2); \quad \bar{V} = V / c_0;$$

$$\bar{P}_{21} = -\bar{V}^2 / 2; \quad \bar{P}_{22} = -\bar{P}^2 / 2.$$

Видно, что для плоских волн

$$\bar{P}_1 = \bar{V}, \quad \bar{P}_{21} + \bar{P}_{22} = 0, \quad \bar{P} = \bar{P}_1. \quad (10)$$

В уравнениях (9) главная часть давления обозначена как \bar{P}_1 . Квадратичные же добавки могут быть найдены потом по мере надобности.

Для решения уравнения (3) воспользуемся преобразованием Лапласа. Тогда решение уравнения (3) в области изображений с учетом нулевых начальных условий и условия излучения (убегания волны на бесконечность) примет вид

$$\bar{\Phi}^L(r, p) = B(p) K_0(ap), \quad (11)$$

$$\bar{V}^L(r, p) = -\frac{1}{c_0^2} p B(p) K_1(ap), \quad (12)$$

$$\bar{P}^L(r, p) = -\frac{1}{c_0^2} p B(p) K_0(ap). \quad (13)$$

Здесь p – параметр преобразования; $B(p)$ – постоянная интегрирования; $K_0(ap)$, $K_1(ap)$ – модифицированные функции Бесселя; $a = r/c_0$; верхним индексом L обозначена трансформанта функции по Лапласу.

Переходя в соотношениях (12) и (13) к оригиналам, получаем

$$\bar{V}(r, t) = -\frac{1}{rc_0} \int_0^{t-r/c_0} \frac{B(\tau)(t-\tau)d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2 - (r/c_0)^2}}, \quad (14)$$

$$\bar{P}(r, t) = -\frac{1}{rc_0} \int_0^{t-r/c_0} \frac{B'(\tau)(t-\tau)d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2 - (r/c_0)^2}}, \quad (15)$$

Считая функцию $B(t)$ известной, радиус канала определим из уравнения, получаемого из соотношения (14) при $r = R(t)$:

$$\int_0^{t-r/c_0} \frac{B(\tau)(t-\tau)d\tau}{\sqrt{(t-\tau)^2 - (R(t)/c_0)^2}} = -R(t)V_R(t). \quad (16)$$

Принимая в соотношении (16) $B'(\tau) = B_0 H_+(\tau)$ (где $B_0 = -M_0^2 c_0^2 / (1 - M_0^2)^{-1/2}$), имеем $R(t) = V_0 t$. Тогда из соотношений (15) получаем функции давления [8]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_R(t) &= \frac{M_0}{\sqrt{1 - M_0^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - M_0^2}}{M_0}, \\ \bar{P}(r, t) &= \frac{M_0}{\sqrt{1 - M_0^2}} \text{Arch} \left(\frac{c_0 t}{r} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Считая $B'(\tau) = B_0 \delta(\tau)$, из выражений (14), (15) получаем представления для волновых полей, совпадающие с решением [9]:

$$\begin{aligned} \bar{V}(r, t) &= \frac{B_0}{\sqrt{t^2 - (r/c_0)^2}}, \\ \bar{P}_1(r, t) &= \frac{B_0}{\sqrt{t^2 - (r/c_0)^2}}, \\ \bar{P}_R(t) &= \frac{B_0}{\sqrt{t^2 - (R/c_0)^2}}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $B_0 = -R_0 V_0$; $V_0 = V_R(0)$.

Отметим, что решение (18) получено для $R_0 = 0$. При $R_0 \neq 0$ в соотношении (18) следует принять $t \div t + R_0/c_0$.

3. ЛИНЕЙНЫЙ РОСТ РАДИУСА ПОЛОСТИ С НАЛОЖЕНИЕМ ПУЛЬСАЦИЙ МАЛОЙ АМПЛИТУДЫ

Используя асимптотику для больших значений величины $a = rp/c_0$, трансформанту потенциала скоростей (10) можно приближенно записать в виде

$$\Phi^L(r, p) \approx \frac{f(t_0)}{r^{1/2}} e^{-(r-R_0)p/c_0} \left(1 - \frac{1}{8} \frac{c_0}{rp} + \dots \right). \quad (19)$$

В области оригиналов выражение (19) принимает вид

$$\Phi(r, t) \approx \frac{f(t_0)}{r^{1/2}} - \frac{1}{8} \frac{c_0}{r^{3/2}} \int_0^{t_0} f(\tau) d\tau + \dots \quad (20)$$

где $t_0 = t - (r - R_0)/c_0$.

Ясно, что в соотношениях (19), (20) второе слагаемое мало, по сравнению с первым. Исходя из этого, применим метод последовательных приближений, где в качестве первого приближения можно использовать следующее представление для потенциала скоростей [15, 16]:

$$\Phi(r, t) = \frac{f(t_0)}{r^{1/2}}. \quad (21)$$

Используя представление (21), с помощью метода нелинейного преобразования времени [16, 17] найдем следующую функцию давления на стенке канала [16]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_R(t) &= \bar{V}_R(t) - \frac{c_0}{2R(t)} \exp \left(-\frac{c_0}{2} \int_0^t \frac{d\tau}{R(\tau)} \right) \times \\ &\times \int_0^t \bar{V}_R(\tau) \left(1 - \frac{1}{c_0} \frac{dR(\tau)}{d\tau} \right) \exp \left(-\frac{c_0}{2} \int_0^\tau \frac{d\tau'}{R(\tau')} \right) d\tau. \end{aligned} \quad (22)$$

Нетрудно показать, что связь функции давления на стенке канала $P_R(t)$ с профилем волны давления для фиксированной точки волнового поля P_r в общем случае имеет вид

$$R_R(t) = \left(\frac{r}{R(t)} \right)^{1/2} P_r \left(t - \frac{R(t) - R_0}{c_0} \right). \quad (23)$$

Заметим, что в выражениях (22), (23) входит только главная часть давления.

Анализ экспериментально полученных кривых $R(t)$ в [7] дает возможность достаточно точно аппроксимировать их следующими соотношениями [12]:

$$\begin{aligned} R(t) &= R_0 + V_0 t + R_1 |\sin \omega_0 t|, \\ V_R(t) &= V_0 + V_1 \cos \omega_0 (t - t_m), \\ t_m &= mT_1, \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь R_0 – радиус канала при $t=0$; V_0 – скорость линейного роста радиуса; R_1 – амплитуда пульсаций; ω_0 – круговая частота, связанная с периодом пульсаций T_1 соотношением $\omega_0 = \pi/T_1$. Так как амплитуда пульсаций мала ($|R_0/R(t)| \ll 0$), то граничное условие на подвижной границе (4) для закона роста радиуса (24) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial r} &= V_R(t) = V_0 + V_1 \cos \omega_0 (t - t_m) \\ \text{при } r &= R(t) = R_0 + V_0 t. \end{aligned} \quad (25)$$

С учетом последнего соотношения давление на стенке полости (22) определим как

$$\bar{P}_R(t) = \bar{P}_{R1}(t) + \bar{P}_{R2}(t), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_{R1}(t) &= \frac{3M_0^2}{1 + 2M_0} \times \\ &\times \left[1 - \frac{1 - M_0}{3M_0} (1 + \bar{t})^{-(1+1/(2M_0))} \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\bar{P}_{R2}(t) = M_1 \left[\cos \bar{\omega}_0(t - t_m) - \frac{1 - M_0}{2M_0} (1 + \bar{t})^{-(1+1/(2M_0))} I(\bar{t}) \right], \quad (28)$$

$$I(\bar{t}) = \int_0^{\bar{t}} \cos \bar{\omega}_0(t - t_m) (1 + \bar{t})^{1/(2M_0)} d\bar{t},$$

где $M_0 = V_0/c_0$; $M_1 = V_1/c_0$; $\bar{t} = V_0 t/R_0$; $\bar{\omega}_0 = \omega_0 R_0/V_0$. Как видно из формул (26)–(28), первая составляющая давления \bar{P}_{R1} совпадает с выражением для давления при постоянной скорости расширения полости [16], а вторая \bar{P}_{R2} отражает влияние пульсаций малой амплитуды. Заметим, что принцип суперпозиции даже в этом случае не выполняется.

Обозначим через A_{11} и A_{12} амплитуды импульсов давления на стенке канала, а через A_{21} , A_{22} – амплитуды соответствующих импульсов в точке волновой зоны. На основании выражений (26)–(28) получим

$$\begin{aligned} A_{11} &= \bar{P}_R(0) = \bar{P}_{R1}(0) + \bar{P}_{R2}(0) = M_0 + M_1, \\ A_{12} &= \bar{P}_R(T_1 + 0) - P_R(T_1 - 0) = \\ &= \bar{P}_{R1}(T_1) + \bar{P}_{R2}(T_1), \end{aligned} \quad (29)$$

где T_1 – период;

$$\begin{aligned} P_{R2}(T_1) &= P_{R2}(T_1 + 0)P_{R2}(T_1 - 0) = \\ &= M_1 \left[2 - \frac{1 - M_0}{2M_0} (1 + \bar{T}_1)^{-(1+1/(2M_0))} I(\bar{T}_1) \right]. \end{aligned}$$

Так как в нашем случае $\bar{T}_1 \gg 1$, то

$$\begin{aligned} \bar{P}_{R1}(T_1) &\approx \frac{3M_0^2}{1 + 2M_0}, \\ \bar{P}_{R2}(T_1) &\approx 2M_1 - M_1 \frac{1 - M_0}{2M_0} \frac{1}{\bar{T}_1^2}, \end{aligned}$$

Таким образом, окончательно

$$A_{12} \approx 2M_1. \quad (30)$$

Обозначив отношение амплитуд на стенке полости как $K_1 = A_{11}/A_{12}$, а для волновой зоны как $K_2 = A_{21}/A_{22}$, из соотношения (23) получим

$$K_2 \approx K_1 (1 + \bar{T}_1)^{-1/2}, \quad (31)$$

где $\bar{T}_1 = T_1 V_0/R_0$; $K_1 \approx (M_0 + M_1)/(2M_1)$. Как видно из формулы (31) отношение амплитуд импульсов давления в точке волновой зоны всегда

больше, чем отношение соответствующих амплитуд импульсов на стенке канала. Если $K_1 > 1$, но $(1 + \bar{T}_1)^{1/2} > 1/K_1$, то $K_2 > 1$. Заметим, что этот результат совпадает с выводами [11, 12].

Соотношение для функций давления (23) позволяет получить еще одно интересное заключение. Так, с учетом граничного условия (25) из выражения (23) имеем

$$P_R(t) = \left[\frac{r}{R(0)} \right]^{1/2} \frac{P_r(t(1 - M_0))}{(1 + \bar{t})^{1/2}}.$$

Полагая в полученном соотношении $t = T_1$, получаем соотношение периодов пульсаций в волновой зоне \bar{T}_1 и на стенке канала \bar{T}_2 :

$$\bar{T}_2 \approx \bar{T}_1 (1 - M_0). \quad (32)$$

Формула (32) свидетельствует о том, что период следования импульсов давления в волновой зоне уменьшается, а частота пульсаций давления увеличивается, по сравнению с частотой пульсаций давления на стенке канала. Этот результат находится в полном соответствии с эффектом Доплера.

На рисунке приведена графическая иллюстрация решения задачи (23)–(32) при $M_0 = 3M_1 = 0.1$; $T_1 = 8$. Тогда $K_1 = 2$; $K_2 = 2/3$; $\bar{T}_2 = 0.9$; $\bar{T}_1 = 7.2$.

4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДОВ

Переходя к сравнительному анализу результатов настоящей работы и работы [9], отметим, что полное количественное их сравнение затруднено из-за существенного различия в подходах к решению внешней гидродинамической задачи и в представлениях закона расширения канала $R(t)$. Так, в настоящей работе кинематика канала представлена в виде суммы линейного расширения и пульсаций малой амплитуды (см. выражение (24)), а в [9] принят более сложный вид:

$$R(t)(R_0 + [A_0 t H(t) + A_1(t - t_1)H(t - t_1)]^{1/2},$$

где A_0 , A_1 , t_1 – постоянные; $H(t)$ – единичная функция Хевисайда. Несмотря на различие представлений $R(t)$, в данном случае оба они дают временную зависимость, близкую к линейной.

Решение внешней гидродинамической задачи в настоящей работе было основано на следующих допущениях: граничное условие задается на границе, движущейся с постоянной скоростью ввиду близости закона к линейному, а решение волнового уравнения находится приближенно в виде выражения (21). Это позволило получить сведения о соотношениях амплитуд импульсов давления в виде

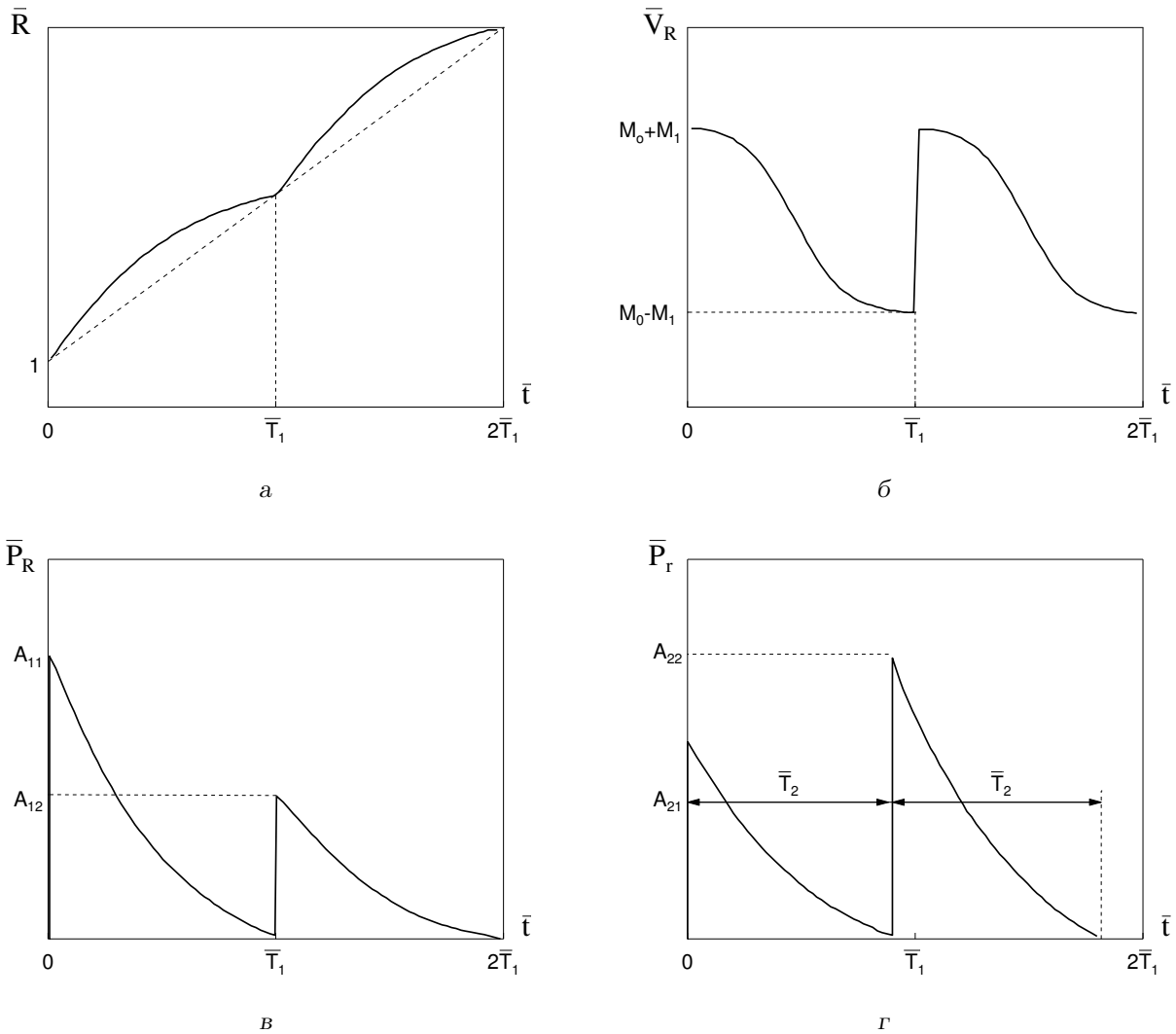


Рисунок. Кинематические и динамические характеристики разряда

простых соотношений (29) – (31). Их анализ объясняет выводы работ [9] и [11, 12] как соответствующие разным кинематическим характеристикам канала.

Решение внешней гидродинамической задачи в [9] основывалось на некорректном распространении использования точного решения волнового уравнения вида (18) для нулевого начального радиуса цилиндрического канала на случай, когда начальный радиус не равен нулю. Кроме того, решение вида (18) и его разновидности, описанная в [9], становятся бесконечными в момент $t = 0$. Это, кстати, вынудило авторов работы [9] выбрать за начальный момент времени его некоторое ненулевое значение, что внесло неопределенность в

процедуру нахождения амплитуд импульсов давления.

Подытоживая сказанное, заметим, что, вследствие приближенного характера решений задачи, представленных как в [9], так и в [11, 12], полученные в этих работах гидродинамические характеристики также являются некоторыми приближениями. Кроме того, результаты работ [9] и [11, 12] не противоречат друг другу, поскольку соответствуют различным соотношениям кинематических параметров канала. Аналитическое решение, полученное в [11, 12], отражает эффект Доплера. Результаты же статьи [9], использующие численный анализ, не выявили этот эффект, поскольку в рассмотренном случае он проявляется слабо.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко сформулируем основные результаты и выводы по работе.

1. Выполнена постановка начально-краевой задачи с подвижной цилиндрической границей контакта, являющейся математической моделью внешней гидродинамической задачи электрического разряда в жидкости для закона ввода в канал энергии в виде последовательности импульсов. При этом кинематическое граничное условие в виде разрывной функции скорости расширения канала задавалось на подвижной границе, движущейся с постоянной скоростью.
2. В рамках приближенного описания цилиндрических волн методом нелинейного преобразования времени получено аналитическое решение поставленной задачи. Получены соотношения между кинематикой канала и функциями давления на его стенке, а также в волновой зоне в явном виде. Это позволило провести качественный анализ гидродинамических процессов без выполнения численных расчетных процедур.
3. Корректность модели дополнительно подтверждается тем, что в системе обнаружен эффект Доплера. В данном случае он заключается в уменьшении периода следования импульсов давления в фиксированной точке волновой зоны, по сравнению с периодом следования импульсов на границе канала.
4. Функции давления на стенке канала и волновой зоне получены в виде последовательностей импульсов. Определены условия, при которых убывание амплитуд импульсов на контактной границе приводит к росту амплитуд в волновой зоне.
5. Полученные теоретические результаты иллюстрируют новые возможности управления гидродинамическими характеристиками канала электрического разряда в жидкости.

1. Наугольных К. А. Электрические разряды в воде. – М.: Наука, 1971. – 155 с.
2. Поздеев В. А. Прикладная гидродинамика электрического разряда в жидкости. – К.: Наук. думка, 1980. – 192 с.

3. Бескаравайный Н. М., Дыхта В. В., Ковалев В. Г., Тульский В. В. Прикладная гидродинамика электровзрыва. – К.: Наук. думка, 1992. – 200 с.
4. Иванов А. В., Вовченко А. И., Богаченко С. А. О возможности управления электрическими и гидродинамическими процессами подводных искровых разрядов // Техн. электродинам. – 1983. – N 6. – С. 15–20.
5. Вовченко А. И. Исследование характеристик подводного искрового разряда при параметрическом изменении электрических характеристик разрядной цепи // Техн. электродинам. – 1983. – N 1. – С. 13–16.
6. Вовченко А. И. и др. Взрывные процессы превращения электрической и химической энергий. – К.: Наук. думка, 1987. – 128 с.
7. Вовченко А. И., Поздеев В. А., Штомпель И. А. Параметры подводного электрического разряда в условиях сложного энерговода // Техн. электродинам. – 1985. – N 3. – С. 16–19.
8. Бескаравайный Н. М., Поздеев В. А. Волновые задачи о расширении полости в жидкости с учетом конечности перемещения границ // Физико-механические процессы при высоковольтном разряде в жидкости. – К.: Наук. думка, 1980. – С. 88–97.
9. Крутиков В. С., Лопатнев А. Г. Особенности гидродинамических характеристик импульсных процессов в сжимаемой среде при многократном (пульсирующем) законе ввода энергии // Письма в ЖТФ. – 1999. – 25, N 14. – С. 34–41.
10. Крутиков В. С. О границах применимости решений волнового уравнения в областях с подвижными проницаемыми границами в задачах импульсной гидродинамики и акустики // Акуст. ж. – 1996. – 42, N 4. – С. 534–540.
11. Vovchenko A. I., Kovalev V. G., Pozdeev V. A. Behavioural peculiarities of complex input // Final prog. and abstr. of 11-th Int. Pulsed Power Conf. – Baltimore, Maryland, USA. – 1997. – P. 429.
12. Вовченко А. И., Ковалев В. Г., Поздеев В. А. Особенности гидродинамических характеристик высоковольтного электрического разряда в жидкости при двухимпульсном законе ввода мощности // Письма в ЖТФ. – 1997. – 23, N 9. – С. 58–61.
13. Поздеев В. А. Влияние подвижности возмущающей границы и нелинейности среды на волновое поле, вызванное нестационарным движением плоского поршня // Акуст. ж. – 1995. – 41, N 1. – С. 162–165.
14. Слепян Л. И. Об уравнениях динамики осесимметричной полости в идеальной сжимаемой жидкости // Докл. АН СССР. – 1985. – 282, N 4. – С. 809–813.
15. Тюлин В. Н. Введение в теорию излучения и рассеяния звука. – М.: Наука, 1976. – 256 с.
16. Поздеев В. А. Нестационарные волновые поля в областях с подвижными границами. – К.: Наук. думка, 1992. – 244 с.
17. Поздеев В. А. Метод нелинейного преобразования времени в краевых задачах теории потенциала с подвижными границами для линейного волнового уравнения // ПММ. – 1991. – N 6. – С. 1055–1058.