

Г. Т. Продайвода, П. М. Кузьменко, А. С. Вижва

## Пружна симетрія і параметри азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль осадової товщі за даними методу вертикального сейсмічного профілювання

(Представлено академіком НАН України В. І. Старостенком)

*Шляхом інверсії індикатрис променевих швидкостей квазіпоздовжньої, “швидкої” та “повільної” квазіпоперечних хвиль, які обчислені за даними методу ВСП, вперше визначено симетрію і повний набір компонент тензорної матриці пружних сталей і пружних податливостей у стандартній акустичній системі координат. Встановлено, що пружні сталі глинистої товщі мають планальну триклінну симетрію, а карбонатна товща — аксіальну ромбічну симетрію. Величина інтегрального коефіцієнта пружної анізотропії становить майже 22%. Вперше визначено поздовжні нормалі і акустичні осі осадових товщ за даними польових сейсмічних спостережень. Дано оцінку похибок апроксимації пружної симетрії осадових товщ моделями поперечно-ізотропної і ромбічної симетрії. Доведено, що така апроксимація істотно змінює характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль та спричинює значні похибки, що значно знижує ефективність 3D сейсмозвідки при пошуках нафти і газу в складних геологічних умовах.*

Параметри азимутальної сейсмічної анізотропії контролюються типом симетрії структурних елементів геологічного середовища, це підтверджується теоремою Неймана–Кюрі [1, 2]. Для математичних розрахунків фазових і променевих хвиль застосовують лінеаризовані залежності з використанням параметрів анізотропії Томпсона [3] і Ляховіцького–Цванкіна [4]. При застосуванні лінеаризованих моделей залишається відкритим питання оцінки ступеня надійності отриманих апостеріорних даних, тому що практично відсутні дані про пружні сталі і реальну азимутальну анізотропію осадових товщ.

Було визначено повний набір компонент матриці тензора пружних постійних у наближенні триклінної симетрії та оцінено характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль за результатами польових сейсмічних спостережень ВСП [5, 6]. Для визначення пружних сталей осадової товщі застосовувався метод інверсії індикатрис променевих швидкостей різної поляризації, який детально описаний в роботах [1, 2, 7, 8]. Цільова функція  $\Phi(\vec{x})$  мала такий вигляд:

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_{m=1}^M [V_m^{(e)} - V_m^{(r)}]^2, \quad (1)$$

де  $V_m^{(e)}$ ,  $V_m^{(r)}$  — експериментальні та обчислені значення променевих швидкостей різної поляризації ( $e, r = 1, 2, 3$ ; 1 — квазіпоздовжня, 2, 3 — квазіпоперечні — “швидка” і “повільна”) у  $m$ -напрямі вимірювань,  $\vec{x}$  — вектор шуканих параметрів розмірності  $N$ , який включає 21 компонент матриці пружних постійних, густину та компоненти вектора хвильової нормалі  $\vec{n}$  (у випадку використання променевої швидкості). Компоненти  $\vec{n}$  повинні задовольняти умову ортогональності:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1. \quad (2)$$

Фазові швидкості й вектори поляризації пружних хвиль знаходять із розв'язку рівняння Гріна–Крістоффеля [9]:

$$(\Gamma_{il} - \rho\nu^2\delta_{il})U_l = 0, \quad (3)$$

де  $\Gamma_{il} = C_{ijkl}n_jn_k$  — тензор Крістоффеля;  $\nu$  — фазова швидкість;  $n_j$  — компоненти вектора хвильової нормалі;  $C_{ijkl}$  — тензор пружних сталей;  $U_l$  — компоненти вектора пружних зміщень;  $\rho$  — густина;  $\delta_{il}$  — тензор Кронекера.

Якщо заданий напрям вектора хвильової нормалі, то з умови існування розв'язку рівняння (3)

$$|\Gamma_{il} - \rho\nu^2\delta_{il}| = 0, \quad (4)$$

знаходимо власні значення тензора Крістоффеля  $\Gamma_{il}$ , які з точністю до величини постійної  $\rho$  визначають фазові швидкості квазіпоzdовжньої  $\nu_1$ , “швидкої”  $\nu_2$  та “повільної”  $\nu_3$  квазіпоперечних хвиль ( $\nu_1 > \nu_2 \geq \nu_3$ ).

Пружні зміщення ізонаормальних хвиль знаходять з рівняння [9]:

$$U_j U_m = \frac{(\overline{\Gamma - \rho\nu^2})_{jm}}{(\overline{\Gamma - \rho\nu^2})_c}, \quad (5)$$

де  $(\overline{\Gamma - \rho\nu^2})_{jm}$  — тензор взаємний тензору  $(\overline{\Gamma - \rho\nu^2})_{jm}$ ;  $c$  — згортка тензора. Компоненти вектора променевої швидкості  $V_i^{(e)}$  обчислювали за формулою [9]:

$$V_i^{(e)} = \frac{C_{ijkl}(\overline{\Gamma - \rho\nu^2})_{jl}n_k}{v(\overline{\Gamma - \rho\nu^2})_c}. \quad (6)$$

Числові розрахунки фазових швидкостей хвиль здійснювали модифікованим методом Якобі [1, 2].

Оскільки априорі пружна симетрія і просторова орієнтація елементів симетрії упорядкованого геологічного середовища невідомі, то для їх визначення в інваріантно-поляризаційному методі використовується визначений симетричний акустичний тензор  $\mu_{il}$ , який є згорткою тензора пружних сталей по парі зовнішніх або внутрішніх індексів [9]:

$$\rho\mu_{il} = C_{ijjl}. \quad (7)$$

У довільному напрямі хвильової нормалі він визначається [9] сумою квадратів фазових швидкостей з ортогональними векторами поляризації:

$$\vec{\mu}(\vec{n}) = \mu_{il}n_in_l = \nu_1^2 + \nu_2^2 + \nu_3^2. \quad (8)$$

Як впливає із характеристичного рівняння акустичного тензора [9]:

$$(\mu_{il} - \lambda\delta_{il})x_l = 0, \quad (9)$$

де  $\lambda$  — скаляр; він має три власні значення  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ . Кожному власному значенню відповідає свій власний вектор  $\vec{X}'$ ,  $\vec{X}''$ ,  $\vec{X}'''$ . Власні вектори утворюють трійку взаємно ортогональних векторів [9]. Як відзначалося Ф.І. Фьодоровим [9], за допомогою акустичного

тензора можна єдиним чином здійснити однозначний вибір осей координат в моноклінних і триклінних кристалах. Приймаючи до уваги ці особливості, праву трійку власних векторів акустичного тензора використовують як базис стандартної акустичної системи координат [7, 9].

Параметри характеристичної поверхні акустичного тензора

$$\mu_{il}x_ix_l = 1, \quad (10)$$

яка в подальшому називається акустичним еліпсоїдом, використовують для визначення симетрії акустичного тензора. Якщо найбільше власне значення акустичного тензора позначити  $\mu_g$ , найменше —  $\mu_p$ , а проміжне —  $\mu_m$  (як це прийнято в кристалооптиці), тоді можна обчислити параметри акустичного еліпсоїда:  $L_\mu = \mu_g/\mu_m$  — акустичну “лінійність”;  $S_\mu = \mu_m/\mu_p$  — акустичну “сланцюватість”.

Побудова акустичної діаграми-графіка залежності  $L_\mu$  від  $S_\mu$  дає можливість визначити належність упорядкованого геологічного середовища до таких класів симетрії:

якщо  $L_\mu = 1, S_\mu = 1$  — сферична симетрія (ізотропне середовище);

якщо  $L_\mu = 1, S_\mu > 1$  — планальна поперечно-ізотропна симетрія;

якщо  $L_\mu > 1, S_\mu = 1$  — аксіальна поперечно-ізотропна симетрія;

якщо  $L_\mu > 1, S_\mu > 1$  — ромбічна планальна або аксіальна симетрія.

За параметрами акустичного еліпсоїда розрізнити триклінну, моноклінну та ромбічну симетрії неможливо. Для класифікації геологічного середовища по групах симетрії використовується симетрія матриці пружних сталей у стандартній акустичній системі координат. Перетворення компонент матриці пружних сталей у робочій системі координат  $C'_{mnpq}$  у компоненти матриці пружних сталей у стандартній акустичній системі координат  $C_{ijkl}$ , яка знаходиться в процесі розв'язку задачі, здійснюються за формулою [9]:

$$C_{ijkl} = a_{im}a_{jn}a_{kp}a_{lq}C'_{mnpq}, \quad (11)$$

де  $a_{im}$  — направляючі косинуси між власними векторами акустичного тензора і осями робочої системи координат.

Для кількісної оцінки акустичної і пружної анізотропії використовуються інтегральні коефіцієнти відносної середньоквадратичної акустичної ( $A_\mu$ ) і пружної анізотропії ( $A_c$ ) [9]:

$$A_\mu = \sqrt{\frac{1/3[(\mu_1 - \mu_2)^2 + (\mu_1 - \mu_3)^2 + (\mu_2 - \mu_3)^2]}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2}} \cdot 100\%, \quad (12)$$

$$A_c = \sqrt{\frac{\langle \Gamma^2 \rangle_c - \langle \Gamma_m^2 \rangle_c}{\langle \Gamma^2 \rangle_c}} \cdot 100\%, \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} \langle \Gamma^2 \rangle_c &= \langle \Gamma_{11}^2 \rangle + \langle \Gamma_{22}^2 \rangle + \langle \Gamma_{33}^2 \rangle + 2(\langle \Gamma_{12}^2 \rangle + \langle \Gamma_{13}^2 \rangle + \langle \Gamma_{23}^2 \rangle), \\ \langle \Gamma_m^2 \rangle_c &= \frac{1}{2}[\langle \Gamma_c \rangle^2 + 3\langle \Gamma_{il}n_in_l \rangle - 2\langle \Gamma_c \rangle \langle \Gamma_{il}n_in_l \rangle], \end{aligned} \quad (14)$$

$\langle \rangle$  — кутові дужки означають операцію осереднення за всіма напрямками хвильової нормалі;  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  — власні значення акустичного тензора.

Таблиця 1. Власні значення акустичного тензору ( $\mu_i, 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ ) (у чисельнику) і напрямляючі косинуси власних напрямів ( $e^{(i)}, m^{(i)}, n^{(i)}$ ) (у знаменнику) осадових відкладів за результатами інверсії сейсмічних даних

Тип осадових відкладів	$\mu_1$ $(e^{(1)}, m^{(1)}, n^{(1)})$	$\mu_2$ $(e^{(2)}, m^{(2)}, n^{(2)})$	$\mu_3$ $(e^{(3)}, m^{(3)}, n^{(3)})$	Коефіцієнт акустичної анізотропії, $A_\mu$ , %		Параметри акустичного еліпсоїду	Симетрія акустичного тензора
				$L_\mu$	$S_\mu$		
Піщано-глинисті	3,88 $(0,05; -0,012; 0,99)$	5,35 $(-0,17; -0,98; 0,02)$	5,13 $(0,98; 0,17; -0,047)$	13,4	1,044	1,32	Планальна ромбічна
Карбонатні	12,04 $(1; 0; 0)$	10,16 $(0; 1; 0)$	10,44 $(0; 0; 1)$	7,6	1,153	1,027	Аксіальна ромбічна
Глинисті	5,26 $(-0,97; 0,23; -0,09)$	5,62 $(-0,22; -0,97; -0,09)$	4,01 $(-0,11; -0,07; 0,99)$	13,8	1,068	1,311	Планальна ромбічна

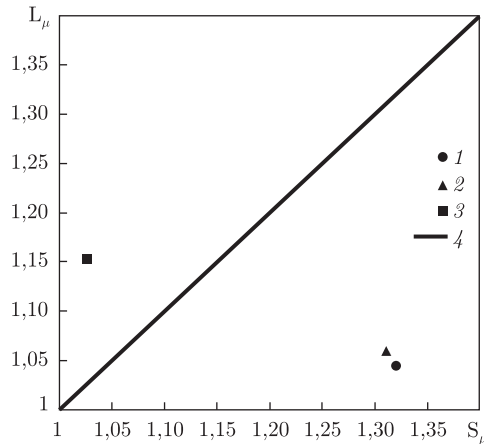


Рис. 1. Діаграма параметрів акустичних еліпсоїдів піщано-глинистої (1), глинистої (2) і карбонатної (3) товщі за даними спостережень методом ВСП; границя між планальними і аксіальними типами симетрії (4)

Можна визначати, наскільки упорядковане геологічне середовище відрізняється від будь-якого, в тому числі й найближчого до нього поперечно-ізотропного або ізотропного середовища [9]. Інтегральний і диференціальний коефіцієнти поперечної пружної анізотропії обчислювали за формулами, наведеними в роботі [9], також можна визначити пружні постійні найближчого поперечно-ізотропного середовища до заданого анізотропного середовища. Для оптимізації розв'язку задачі інверсії застосовується метод Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шенно.

**Експериментальні дані.** Для визначення повного набору компонент тензорної матриці пружних сталей у триклінному наближенні використані результати польових спостережень методом ВСП (район Південної Ельби) [5]. Методика експериментальних сейсмічних досліджень полягала в поєднанні спостережень за відбитими і заломленими хвилями на поверхні з прямими хвилями у свердловинах [5]. Результати свердловинних сейсмічних спостережень квазіпоперечних  $P$  і квазіпоперечних  $SH$  і  $SV$  хвиль наведено у роботі [5].

Для визначення стандартної системи координат і акустичної симетрії відкладів з обчислених величин пружних сталей розраховано компоненти акустичного тензора в робочій системі координат та обраховано власні значення і напрями (табл. 1). За отриманими результатами побудовано діаграму акустичного еліпсоїда (рис. 1).

Наведені дані свідчать, що піщано-глиниста і глиниста товщі мають найбільшу анізотропію, а симетрія акустичного тензора виявилась планальною ромбічною. Вектор власного значення  $\mu_3$  глинистих відкладів утворює кут  $7,4^\circ$  із вертикаллю, а у піщано-глинистої товщі цей кут менший  $-3^\circ$ . Карбонатні відклади мають аксіальну ромбічну симетрію, а власний вектор акустичної компоненти  $\mu_3$  колінеарний до вертикалі. Визначено, що піщано-глиниста і глиниста товща мають планальну триклінну симетрію, а карбонатні відклади — аксіальну ромбічну.

Для кількісної оцінки ступеня відхилення вирахованих пружних постійних осадових відкладів від найближчого до них поперечно-ізотропного наближення розраховані коефіцієнти поперечно-ізотропної анізотропії та відповідно пружні постійні найближчого до них поперечно-ізотропного середовища. Величини коефіцієнтів поперечної пружної анізотропії для глинистих відкладів більше 17% (табл. 2). Це означає, що поперечно-ізотропне наближення є грубим. У таблиці представлені результати визначення пружних постійних карбонатної

Таблиця 2. Поперечно-ізотропна апроксимація пружних сталей  $C_{mn}$ , ГПа

Матричні індекси, $mn$	Осадкові відклади			Морські відклади, за даними [10]	
	піщано-глинисті	глинисті	карбонатні	крейда	вапняк
11	8,52	8,51	14,96	10,1	24,1
33	7,14	7,02	13,85	9,4	20,9
44	0,95	0,91	3,44	1,8	4,7
66	2,53	2,49	3,65	2,1	6,0
12	3,46	3,52	7,67	5,9	12,1
13	4,92	4,68	7,28	(0,9)	(2,0)
Інтегральний коефіцієнт:					
поперечної пружної анізотропії, %	17,7	17,5	12,7	—	—
пружної анізотропії, %	12,7	13,5	3,1	22,7	22,9

Примітка. Густина крейди  $1,93 \text{ г/см}^3$ ; густина вапняку  $2,21 \text{ г/см}^3$ . У круглих дужках — значення пружних сталей  $C_{13}$ , які отримані емпіричним шляхом авторами роботи [10].

товщі за даними сейсмічних спостережень [10]. З наведених даних бачимо, що оцінки  $C_{13}$  карбонатних порід морських відкладів, які отримані емпіричним шляхом, виявились істотно заниженими.

**Параметри анізотропії об'ємних пружних хвиль.** Визначення повного набору компоненти тензорної матриці пружних сталей обумовлює числові розрахунки параметрів азимутальної анізотропії об'ємних хвиль в осадових товщах [1, 2], індикатрис фазових швидкостей, кутів відхилення векторів пружних зміщень від напрямку хвильової нормалі квазіпоздовжніх хвиль та коефіцієнтів диференціальної пружної анізотропії, поверхонь рефракції і хвильових поверхонь.

Таким чином, на підставі проведеного дослідження можна зробити такі висновки. В процесі інверсії променевих індикатрис квазіпоздовжніх і квазіпоперечних хвиль, які визначені методом ВСП, встановлено симетрію і повний набір компонент тензорної матриці пружних сталей осадових порід. Симетрія тензорної матриці пружних сталей піщано-глинистої та глинистої товщ виявилася планальною триклінною, а карбонатної — аксіальною ромбічною. В глинистих і карбонатних осадових товщах виявлені особливі напрями — поздовжні нормалі і акустичні осі, які спостерігаються у кристалах мінералів і текстурах гірських порід [1].

Показано, що апроксимація матриці пружних постійних триклінної симетрії більш симетричними моделями, зокрема ромбічної та поперечно-ізотропної симетрії, не лише істотно змінюють просторовий характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль, а й спричиняють значні похибки при визначенні анізотропії сейсмічних швидкостей.

1. Александров К. С., Продайвода Г. Т. Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 354 с.
2. Продайвода Г. Т., Безродний Д. А. Акустичний текстурний аналіз гірських порід. – Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2011. – 303 с.
3. Thomsen L. Weak elastic anisotropy // Geophysics. – 1986. – **51**, No 10. – P. 1954. – 1966.
4. Tsvankin I. Anisotropic parameters and P-wave velocity for orthorhombic media // Geophysics. – 1997. – **62**. – P. 1292–1309.
5. Brodov L. Y., Evstifeyev V. I., Karus E. V., Kulichikhina T. N. Some results of the experimental study of seismic anisotropy of sedimentary rocks using different types of waves // Geophys. J. R. astr. Soc. – 1984. – **76**. – P. 191–200.
6. White J. E., Martineau-Nicoletis L., Monach C. Measured anisotropy in Pierre shale // Geophys. Prospect. – 1983. – **31**. – P. 709–725.

7. Продайвода Г. Т. Инвариантно-поляризационный акустический метод определения упругих постоянных горных пород // Геофиз. журн. – 1998. – **20**, № 6. – С. 83–95.
8. Alexandrov K. S., Prodayvoda G. T. The study of elastic symmetry and anisotropy of elastic body waves in gneiss // Geophys. J. Int. – 1994. – **119**. – P. 715–728.
9. Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах. – Москва: Наука, 1965. – 386 с.
10. Bachman R. T. Elastic anisotropy in marine sedimentary rocks // J. Geophys. Res. – 1983. – **88**, No 81. – P. 539–545.

Київський національний університет  
ім. Тараса Шевченка

Надійшло до редакції 16.05.2014

**Г. Т. Продайвода, П. Н. Кузьменко, А. С. Выжва**

### **Упругая симметрия и параметры азимутальной анизотропии сейсмических волн осадочной толщи по данным метода вертикального сейсмического профилирования**

*Путем инверсии индикатрис лучевых скоростей квазипродольной, “быстрой” и “медленной” квазипоперечных волн, вычисленных по данным метода ВСП, впервые определена симметрия и полный набор компонент тензорной матрицы упругих постоянных и упругих податливостей в стандартной акустической системе координат. Установлено, что упругие постоянные глинистой толщи имеют планальную триклинную симметрию, а карбонатная толща — аксиальную ромбическую симметрию. Величина интегрального коэффициента упругой анизотропии достигает почти 22%. Впервые определены продольные нормали и акустические оси осадочных толщ по данным полевых сейсмических наблюдений. Определены оценки погрешностей аппроксимации упругой симметрии осадочных толщ моделями поперечно-изотропной и ромбической симметрии. Доказано, что такая аппроксимация существенно меняет характер азимутальной анизотропии сейсмических волн и вызывает значительные погрешности, которые могут значительно снизить эффективность 3D сейсморазведки при поисках нефти и газа в сложных геологических условиях.*

**G. T. Prodayvoda, P. M. Kuzmenko, A. S. Vyzhva**

### **Elastic symmetry and parameters of the azimuthal anisotropy of seismic waves in sedimentary strata based on vertical seismic profiling data**

*The symmetry and the complete component set of a tensor matrix of elastic constants and elastic compliances are first determined by the inversion of radial velocity indicatrices for quasilongitudinal, “quick”, and “slow” quasitransverse waves that are obtained according to the VSP method in the standard acoustic coordinate system. It is established that the elastic constants of clay strata have planar triclinic symmetry, and carbonate strata have axial rhombic symmetry. The value of elastic anisotropy integral coefficient is nearly 22%. The longitudinal axes and the acoustic normals of sedimentary strata are first determined according to field seismic surveys. The estimation of the approximation errors of the elastic symmetry for sedimentary strata by models with transversely isotropic and orthorhombic symmetries are calculated. It is proved that such approximation significantly changes the nature of the seismic wave azimuthal anisotropy and causes high errors, which can significantly reduce the 3D seismic efficiency in the oil and gas exploration under complex geological conditions.*