



УДК 532.516

**В. С. Малюга**

## **Генерація звука потоком, обтекаючим сферу**

*(Представлено академиком НАН України В. Т. Гринченко)*

*Рассматривается задача излучения звука при обтекании сферы потоком вязкой жидкости. Задача решается численно в широком диапазоне чисел Рейнольдса.*

Явлениям генерации вихревого звука потоком при обтекании твердых тел посвящены многие работы, начиная с пионерских работ Струхалья, Рэля, Ричардсона, Крюгера, Шмидке (см. обзор [1]). Эта тема не теряет своей актуальности и в наши дни. В то же время следует отметить, что в большинстве работ, в которых изучались механизмы генерации звука потоком, набегающим на тело, рассматривались двумерные задачи, такие как, например, генерация эоловых тонов при обтекании цилиндра [2]. В наши дни развитие технологий параллельного вычисления дает возможность численно решать сложные трехмерные задачи на кластерных суперкомпьютерах.

Численное моделирование обтекания сферы в широком диапазоне значений числа Рейнольдса ( $Re$ ) проведено в работе [3]. Были найдены режимы течения, при которых в следе за сферой возникают автоколебания. Целью настоящей работы является оценка звукового поля, генерируемого таким потоком.

Метод решения задачи о генерации звука потоком предложен в [2] и верифицирован на задаче о генерации эоловых тонов, возникающих при обтекании потоком кругового цилиндра. В основе этого метода оценки акустического поля лежат основные положения акустической аналогии Лайтхилла [4, 5] и ее обобщения, сделанного Керлом [6], а именно: 1) мощность звука, порожденного потоком, существенно меньше мощности самого потока, набегающего на препятствие; 2) порожденный потоком звук не влияет на характер самого потока. С учетом принятых предположений задачу определения акустических характеристик порождаемого потоком звукового поля можно разделить на два этапа. На первом этапе рассматривается гидродинамическая задача. С этой целью в [3] численно решалась нестационарная система уравнений Навье–Стокса. На втором этапе рассматривается акустическая задача. При этом распределение давления на поверхности сферы в течение одного периода принимается за граничное условие при постановке акустической задачи. Тогда решение задачи об определении звукового поля при обтекании сферы описывается хорошо

© В. С. Малюга, 2014

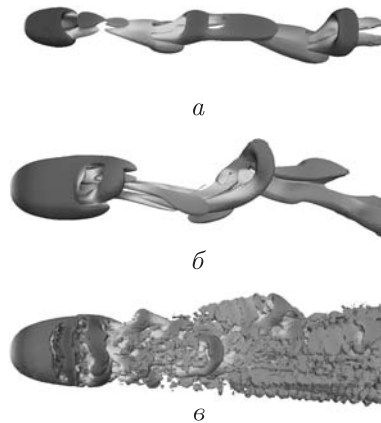


Рис. 1. Идентификация срывающихся вихрей. Изоповерхность второго инварианта  $Q$  тензора градиента скорости:  $a$  —  $Re = 300$ ;  $b$  —  $Re = 500$ ;  $c$  —  $Re = 10^4$

известным решением для сферического излучателя [7], на поверхности которого задано некоторое, периодически изменяющееся, распределение давления.

**Обтекание сферы потоком.** Задача обтекания твердой сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости подробно рассмотрена в [3]. Задача численно решалась методом конечных объемов [8]. При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM. В данной работе мы лишь кратко перечисляем полученные результаты.

При  $Re > 20$  течение отделяется от сферы вблизи задней точки и формирует замкнутый рециркуляционный след в форме осесимметричного вихревого кольца. По мере увеличения числа Рейнольдса длина следа растет. Течение остается осесимметричным и стационарным вплоть до  $Re \approx 212$ . А в диапазоне  $212 < Re < 275$  течение остается стационарным, однако больше не является осесимметричным. При переходе через точку регулярной бифуркации при  $Re \approx 212$  за сферой появляются два вихревых “хвоста”, вытянутых вдоль по потоку.

Следующая точка перехода ( $Re \approx 275$ ) является точкой бифуркации Хопфа. Течение переходит из стационарного режима в периодический. Начинается регулярный сброс вихревых петель. В этом режиме течение сохраняет симметрию относительно плоскости. На рис. 1,  $a$  показана изоповерхность второго инварианта  $Q$  тензора градиента скорости при  $Re = 300$ , которая используется многими авторами для идентификации вихрей. Естественно, что периодический процесс сброса вихрей приводит к периодическому изменению сил, действующих на сферу. На рис. 2,  $a$  представлено периодическое изменение во времени коэффициента лобового сопротивления при  $Re = 300$ . При увеличении  $Re$  до 350 течение становится более сложным (рис. 2,  $b$ ). Кривая уже представляет собой суперпозицию нескольких колебательных процессов. Колебания с более высокой частотой соответствуют сбросу вихрей в следе за сферой, а медленные колебания — колебаниям самой струи за сферой. На рис. 3,  $a$  показан частотный спектр колебания. Отчетливо видны два пика, причем второй пик соответствует периодическому сбросу вихрей.

В диапазоне  $400 < Re < 1000$  течение теряет симметрию относительно плоскости, а угол отрыва вихрей изменяется иррегулярным образом. На рис. 1,  $b$  изображена изоповерхность  $Q$  при  $Re = 500$ . Видно, что след за сферой также состоит из вихревых петель, но они имеют различную ориентацию. Временной спектр скорости, взятой в нескольких точках, теперь уже становится широкополосным. Хотя, по-прежнему, наблюдается доминирующий пик при  $St = 0,167$ . Следующее изменение характера течения наблюдается при  $Re > 800$ .

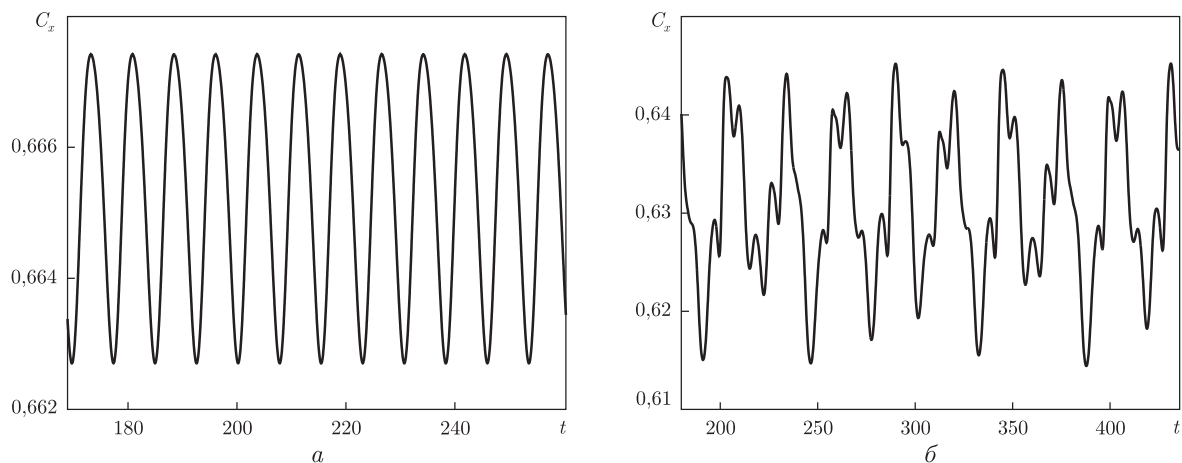


Рис. 2. Колебания коэффициента сопротивления  $C_x$ :  $a$  —  $Re = 300$ ;  $b$  —  $Re = 350$

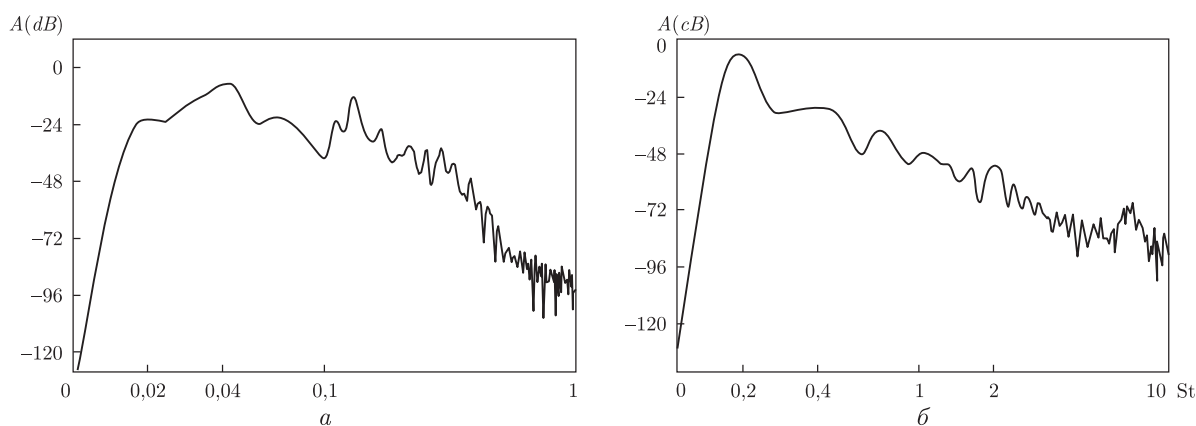


Рис. 3. Частотный спектр колебания  $C_x$ :  $a$  —  $Re = 350$ ;  $b$  —  $Re = 10^4$

В течении уже присутствуют как крупномасштабная неустойчивость в следе (сброс вихрей), так и мелкомасштабная (Кельвина–Гельмгольца).

Турбулентный режим течения имеет место при  $Re > 1000$ . Мы проводили численные расчеты для докритического значения  $Re = 10^4$ . Картина течения показана на рис. 1, в. Видно, как перед экватором сферы происходит отрыв ламинарного пограничного слоя, который затем распадается на отдельные вихревые кольца. На расстоянии немногим более диаметра вниз по потоку происходит разрушение вихревых колец и турбулизация струи. На рис. 3, б показан частотный спектр коэффициента сопротивления  $C_x$ . Отчетливо видно доминирующую частоту 0,196, которая соответствует частоте сброса вихрей.

**Решение акустической задачи.** Из численного решения соответствующей задачи гидромеханики мы имеем распределение давления на поверхности сферы, которое периодически изменяется во времени. Эти пульсации давления на поверхности сферы возбуждают звуковые колебания в окружающей среде [1]. Граничное условие для акустической задачи имеет вид:

$$p(r, \theta, \varphi, t) = \zeta(\theta, \varphi, t) \quad \text{при} \quad r = \frac{d}{2}, \quad (1)$$

где  $(r, \theta, \varphi)$  — сферические координаты с началом координат в центре сферы;  $\zeta(\theta, \varphi, t)$  — распределение давления на поверхности сферы, создаваемое потоком.

Звуковое поле вне сферы описывается волновым уравнением. Поскольку функция  $\zeta(\theta, \varphi, t)$ , заданная на границе, является периодической с периодом  $T$ , решение сформулированной граничной задачи может быть представлено в виде ряда Фурье:

$$p(r, \theta, \varphi, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\omega t} p_n(r, \theta, \varphi), \quad (2)$$

где  $\omega = 2\pi/T = 2\pi StV/d$  — угловая частота, а  $p_n(r, \theta, \varphi)$  может быть представлено в виде двойного ряда:

$$p_n = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} h_l^1(k_n r) P_l^m(\cos\theta) [A_{lmn} \cos m\varphi + B_{lmn} \sin m\varphi], \quad (3)$$

$$h_l^1(k_n r) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_n r}} H_{l+1/2}^{(1)}(k_n r). \quad (4)$$

Здесь  $k_n = n\omega/c$  — волновое число;  $c$  — скорость звука в среде;  $H_s^{(1)}$  — функция Ханкеля первого рода;  $P_l^m$  — присоединенная функция Лежандра первого рода. Неизвестные коэффициенты определяются из граничного условия (1). Получим:

$$A_{lmn} = \frac{1}{(1 + \delta_{m0})\pi T h_l^1(k_n a) N_{lm}} \int_0^T \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \zeta(\theta, \varphi, t) P_l^m(\cos\theta) \sin\theta \cos m\varphi e^{in\omega t} d\varphi d\theta dt, \quad (5)$$

где  $\delta_{l,\nu}$  — символ Кронекера, а  $N_{lm} = 2/(2n+1)(n+m)!/(n-m)!$ . Для  $B_{lmn}$  достаточно заменить в (5) функции  $\cos m\varphi$  на  $\sin m\varphi$ . Следует отметить, что при  $n=1$  данное решение полностью совпадает с известным решением для сферического излучателя [7].

**Расчет звукового поля.** Расчет гидродинамической задачи об обтекании сферы мы проводили для безразмерных величин. При расчете же звукового поля переходим к размерным величинам. Параметры среды выбираем такие, же как для воздуха при температуре  $20^\circ\text{C}$ :  $\rho = 1,204 \text{ кг/м}^3$ ,  $\nu = 1,51 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $c = 332 \text{ м/с}$ . Диаметр сферы примем  $d = 1 \text{ см}$ . Характеристики течения и звука представлены в табл. 1. Сразу отметим, что предположения, которые мы положили в основу нашей модели, подтверждаются численными расчетами. В частности, значения числа Маха и волнового размера сферы имеют порядок  $10^{-4}$ , т.е. достаточно малы, чтобы считать, что звук распространяется в таком потоке так же, как в неподвижной среде. Это также подтверждает правильность рассмотрения гидродинамической задачи в рамках модели вязкой несжимаемой жидкости. Отношение полной акустической мощности генерируемого звука к мощности потока, набегающего на сферу (КПД излучателя), — порядок  $10^{-13}$ , а интенсивность излучаемого звука (сила звука) имеет порядок  $10^{-19}$ – $10^{-17}$ . Столь малые значения КПД излучателя подтверждают предположения о том, что обратным влиянием звука на поток среды можно пренебречь.

Автоколебательный процесс, возникающий при обтекании сферы потоком, представляет собой акустический источник дипольного типа. На рис. 4, а изображена диаграмма направленности для первой гармоники  $p_1$ . Прямые линии на рисунке показывают направление потока и ось диаграммы направленности. Так же, как и в задаче об обтекании цилиндра,

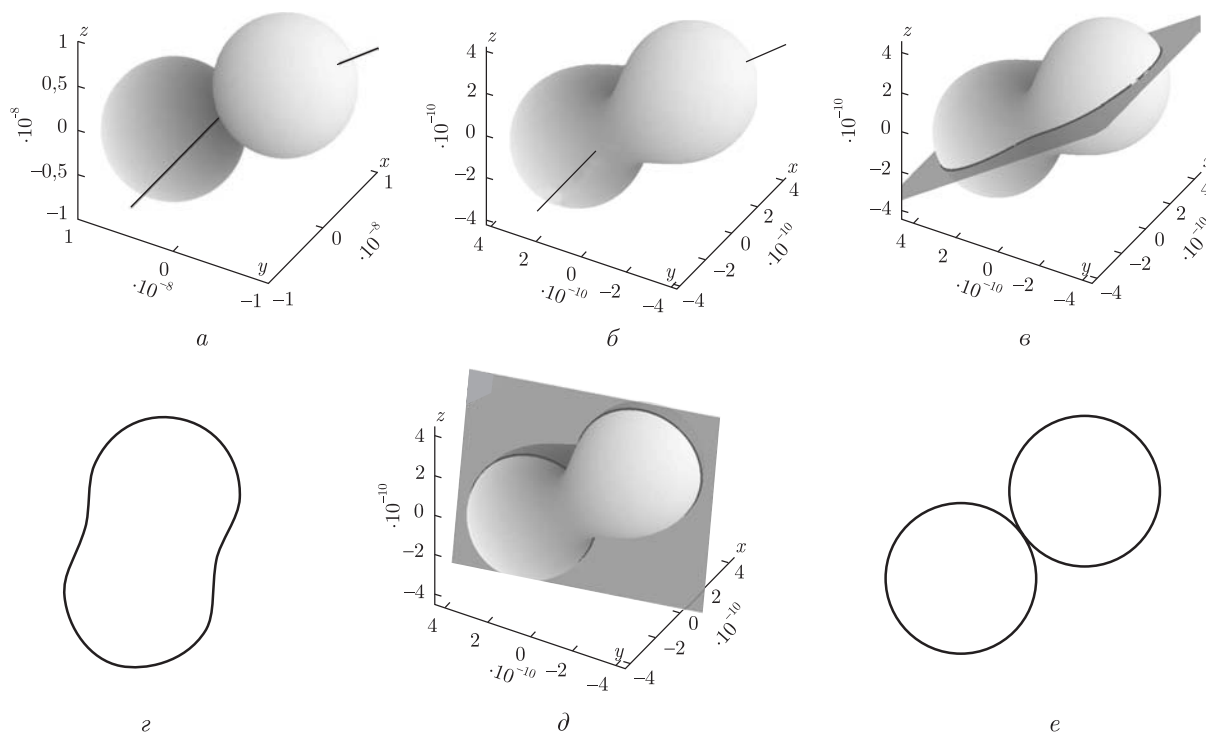


Рис. 4. Диаграмма направленности при  $Re = 300$ : *a* — для первой гармоники  $p_1$ ; *b* — для второй гармоники  $p_2$ ; *c* — сечение плоскостью, проходящей через координатную ось  $X$  и ось диаграммы направленности; *d*, *e* — сечение плоскостью, проходящей через ось диаграммы направленности и перпендикулярной плоскости, изображенной на рис. *b*

в данном течении доминирующий вклад в звуковое поле вносит осцилляция боковой силы, а не силы сопротивления. Основное качественное отличие звукового поля, возникающего при обтекании цилиндра [2], от звукового поля, возникающего при обтекании сферы, состоит в следующем. При обтекании цилиндра в силу симметрии верхнего и нижнего срывающихся вихрей ось диаграммы направленности для  $p_1$  строго перпендикулярна направлению потока. При обтекании сферы в ламинарном режиме (см. рис. 1, *a*) такая симметрия

Таблица 1. Характеристики периодического течения и порождаемого им звукового поля

Re	300	350	$10^4$	Описание
$V$ , м/с	0,453	0,5285	15,1	Скорость потока
$M$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$1,59 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	Число Маха
$f = \frac{VSt}{d}$ , Гц	6,024	7,135	296	Частота
$\frac{d}{\lambda} = \frac{df}{c}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$	$2,15 \cdot 10^{-4}$	$8,9 \cdot 10^{-3}$	Волновой размер источника
$\max  p $ , Па	$1,33 \cdot 10^{-8}$	$2,44 \cdot 10^{-8}$	$3,42 \cdot 10^{-8}$	Давление на оси диаграммы направленности
$I = \frac{\max p^2}{\rho c}$ , кг/см <sup>3</sup>	$4,39 \cdot 10^{-19}$	$1,5 \cdot 10^{-18}$	$2,9 \cdot 10^{-18}$	Интенсивность звука
$W_{ак} = IS$ , Вт	$1,38 \cdot 10^{-18}$	$4,7 \cdot 10^{-18}$	$9,1 \cdot 10^{-18}$	Полная акустическая мощность
$W_{гд}$ , Вт	$4,4 \cdot 10^{-6}$	$6,98 \cdot 10^{-6}$	$1,63 \cdot 10^{-1}$	Мощность потока
$\frac{W_{ак}}{W_{гд}}$	$3,14 \cdot 10^{-13}$	$6,73 \cdot 10^{-13}$	$5,6 \cdot 10^{-17}$	КПД

Таблица 2. Амплитуды гармоник  $p_n$  и углы наклона  $\alpha_n$  осей диаграмм направленности к направлению потока

Re	$\max  p_1 $	$\max  p_2 $	$\alpha_1$	$\alpha_2$
300	$1,33 \cdot 10^{-8}$	$5,35 \cdot 10^{-10}$	$82,8^\circ$	$75,6^\circ$
350	$2,44 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-9}$	$83,4^\circ$	$71,2^\circ$
$10^4$	$3,42 \cdot 10^{-8}$	$4,1 \cdot 10^{-9}$	$0^\circ$	$0^\circ$

отсутствует. Срывающиеся поочередно верхняя и нижняя части вихревых петель имеют различную интенсивность, а точки их отрыва расположены несимметрично. Поэтому при обтекании сферы ось диаграммы направленности для первой гармоники  $p_1$  расположена не перпендикулярно направлению потока, а под некоторым углом  $\alpha_1$ . Значения углов  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  между направлением потока и осями диаграмм направленности гармоник  $p_1$ ,  $p_2$  приведены в табл. 2.

На рис. 4, б изображена диаграмма направленности для второй гармоники  $p_2$ . Видно, что она сильно отличается от диаграммы направленности для второй гармоники в задаче об обтекании цилиндра [2]. Если при обтекании цилиндра ось  $p_2$  совпадает с направлением потока, то при обтекании сферы в силу несимметричности срывающихся поочередно частей вихревых петель картина намного сложнее. На рис. 4, в–е показаны сечения диаграммы направленности двумя перпендикулярными плоскостями, проходящими через ось диаграммы направленности. Видно, что звук излучается как в боковом направлении (в плоскости симметрии течения), так и в направлении потока. В то же время в боковом направлении, перпендикулярном к плоскости симметрии течения, акустическое излучение отсутствует. Иными словами, гармоника  $p_2$  вызвана как осцилляцией боковой силы, так и силы лобового сопротивления. Следует отметить, что с ростом Re вклад гармоники  $p_2$  возрастает. В табл. 2 представлены амплитуды двух гармоник  $p_1$  и  $p_2$  для трех значений Re. Видно, что если при  $Re = 300$  отношение амплитуд первой и второй гармоник составляет 24,86, то при  $Re = 350$  отношение амплитуд уже составляет 16,27, а при  $Re = 10^4$  — лишь 8,34.

Таким образом, в работе решена задача об излучении звука потоком, набегающим на сферу в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Хотя рассматриваемая задача является трехмерной, современные методы параллельных вычислений на кластерных суперкомпьютерах позволяют получать адекватные численные решения задачи.

Получены диаграммы направленности звукового поля. Показано, что ось диаграммы направленности расположена не перпендикулярно направлению потока, как в случае обтекания кругового цилиндра, а под некоторым углом наклона. Этот эффект имеет место вследствие того, что поочередно срывающиеся с поверхности сферы вихри не будут симметричны, как при обтекании цилиндра. Для гармоники  $p_2$  диаграмма направленности имеет более сложный вид, чем в задаче об обтекании цилиндра. Акустическая энергия излучается как в боковом направлении, так и в направлении потока.

*Автор выражает глубокую признательность акад. НАН Украины В. Т. Гринченко и проф. И. В. Вовку за помощь в постановке задачи и участие в обсуждении результатов.*

1. Вовк И. В., Гринченко В. Т. Звук, рожденный потоком – Киев: Наук. думка, 2010. – 221 с.
2. Вовк И. В., Малюга В. С. Об одном методе оценки звукового поля эоловых тонов // Акуст. вісник. – 2010. – **13**, № 2. – С. 3–19.
3. Малюга В. С. Численное моделирование обтекания сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости // Прикл. гідромеханіка. – 2013. – **15**, № 3. – С. 43–67.
4. Lighthill M. J. On sound generated aerodynamically. I. General theory // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1952. – **211**. – P. 564–587.

5. *Lighthill M. J.* On sound generated aerodynamically. II. Turbulence as a source of sound // *Ibid.* – 1954. – **222**. – P. 1–32.
6. *Curle N.* The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // *Ibid.* – 1955. – **231**. – P. 318–334.
7. *Грінченко В. Т., Вовк І. В., Мацупура В. Т.* Основи акустики – Київ: Наук. думка, 2007. – 640 с.
8. *Малюга В. С.* Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения // *Прикл. гідромеханіка.* – 2010. – **12**, № 4. – С. 45–62.

*Институт гідромеханіки НАН України, Київ*

*Поступило в редакцію 19.06.2014*

**В. С. Малюга**

### **Генерація звуку потоком, що обтікає сферу**

*Розглядається задача випромінювання звуку при обтіканні сфери потоком в'язкої рідини. Задача розв'язується чисельно в широкому діапазоні чисел Рейнольдса.*

**V. S. Malyuga**

### **Sound generation by the flow past a sphere**

*The problem of sound generation by the flow of a viscous fluid past a sphere is studied numerically in a wide range of the Reynolds number.*