

ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ НА НАЧАЛЬНОМ ЭТАПЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

Сформулирована задача оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением ракеты-носителя с двигательными установками, которые работают на жидких компонентах ракетного топлива. Программы управления движением ракет-носителей, которые предназначены для выведения космических аппаратов в околоземное космическое пространство, определяются в классе полиномиальных функций, что позволило свести задачу теории оптимального управления к более простой задаче нелинейного математического программирования. Использовано два метода решения задачи: метод Монте-Карло и метод с использованием регрессионных моделей, которые описывают зависимость целевого функционала от вектора основных проектных параметров ракеты-носителя. Для различных целевых задач проведена оптимизация основных проектных параметров и программ управления движением с использованием предложенных методов. Полученные результаты могут быть полезными при разработке методического обеспечения для решения задач начального этапа проектирования ракет-носителей.

Сформульовано задачу оптимізації основних проектних параметрів і програм керування рухом ракети-носія з руховими установками, що працюють на рідких компонентах ракетного палива. Програми керування рухом, які призначені для виведення космічних апаратів у навколосезний космічний простір, визначаються в класі поліноміальних функцій, що дозволило звести задачу теорії оптимального керування до більш простої задачі нелінійного математичного програмування. Використано два методи розв'язання задачі: метод Монте-Карло і метод з використанням регресійних моделей, що визначають залежність цільового функціонала від вектора основних проектних параметрів ракети-носія. Для різних цільових задач з використанням запропонованих методів проведена оптимізація основних проектних параметрів і програм керування рухом. Отримані результати можуть бути корисними при розробці методичного забезпечення для рішення задач початкового етапу проектування ракет-носіїв.

The problem of the optimization of the basic design parameters and programs of the motion control of liquid launch vehicles is formulated. Programs of the motion control of space launch vehicles are determined in the class of polynomial functions resulting in the reduction of the problem of the optimal control theory to a simpler problem of nonlinear mathematical programming. Two methods of the solution of the problem are used: the Monte Carlo method and the method using regression models for the dependence of the end functional on the vector of the basic design parameters of the launch vehicle. For various end problems the basic design parameters and programs of the motion control are optimized using the methods proposed. The results from this study can be useful in developing methodical support for the solution of problems at the initial stage for designing launch vehicles.

Введение. Разработка и создание ракет-носителей (РН) различных классов является одной из актуальных задач современной космической деятельности. Это обусловлено возможностью снижения затрат на выполнение транспортных операций по выведению космических аппаратов (КА) различного назначения в околоземное космическое пространство (ОКП) за счёт применения более современных методов проектирования, использования новых материалов и технологий при создании новых РН. Разработка методического обеспечения, используемого на начальном этапе проектирования РН, является одной из основных предпосылок для корректной и научно обоснованной формализации задачи оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением РН, создания эффективных методов её решения, что собственно и определяет актуальность исследований, проводимых в данном направлении.

В статье рассмотрена задача совместной оптимизации на начальном этапе проектирования проектных параметров и программ управления РН с двигательными установками (ДУ), работающими на жидких компонентах ракетного топлива (КРТ), предложены два подхода к решению задачи и проведено их сравнение.

Постановка задачи. Задача совместной оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением РН относится к классу задач теории оптимального управления. Её формализация [1 – 5] заключается: в выборе критерия оптимизации (целевого функционала); в разработке математической модели, позволяющей в зависимости от исходных данных (вектор \bar{x}), значений структурных (вектор \bar{c}) и основных проектных (вектор \bar{p}) параметров определять значение целевого функционала; в разработке методов её решения, обеспечивающих нахождение такого значения вектора основных проектных параметров $\bar{p} = \bar{p}_{opt}$ и программ управления движением РН, при которых целевой функционал принимает оптимальное значение.

В состав исходных данных, как правило, известных на начальном этапе проектирования РН, входят [2, 3]: данные тактико-технического задания, определяющие целевое назначение РН; условия пуска; параметры, характеризующие схему полета РН при выведении КА в ОКП; термодинамические и химические свойства КРТ и продуктов сгорания, физико-механические характеристики конструкционных, теплозащитных и других используемых материалов; статистические коэффициенты, входящие в математические модели расчета основных характеристик отдельных элементов и подсистем РН, слабо влияющих на целевой функционал, а также данные о прототипах отдельных подсистем и элементов РН.

Компоненты вектора структурных параметров \bar{c} определяют [1 – 3]: облик РН, её конструктивно-компоновочную и аэродинамическую схемы; количество ступеней РН; типы используемых маршевых и рулевых ДУ; наличие или отсутствие рулевых ДУ на ступенях РН; конфигурации топливных отсеков; последовательность расположения баков окислителя и горючего на ступенях РН; типы используемых КРТ, конструкционных, теплозащитных и других материалов и т. п.

С использованием математической модели в зависимости от значения вектора основных проектных параметров \bar{p} могут быть определены габаритно-массовые и энергетические характеристики РН, а также целевой функционал, характеризующий, в конечном итоге, эффективность проектируемой РН. Компонентами вектора \bar{p} являются [2, 3]: коэффициенты начальных тяговооруженностей, относительные конечные массы ступеней РН, давления в камерах сгорания ДУ, диаметры срезов сопел маршевых и рулевых ДУ, а также параметры, определяющие характер изменения тяг маршевых ДУ на основном режиме работы.

В качестве программ управления движением РН (компоненты вектор-функции $\bar{u} = \bar{u}(t)$) далее рассматриваются [2 – 4] программа изменения угла тангажа $\varphi = \varphi_{np}(t)$ и программы изменения тяговых характеристик маршевых ДУ ступеней РН $P_{DUi} = P_{DUi}(t), i = \overline{1, N_c}$, где N_c – количество ступеней РН.

Формализация задачи оптимального проектирования летательного аппарата в вариационной постановке приведена в [5]. Однако её использование на начальном этапе проектирования РН вызывает значительные трудности, связанные с проблемой многократного совместного решения многоточечной краевой задачи для основной и сопряженной систем обыкновенных дифференциальных уравнений применительно к каждому альтернативному вариан-

ту проектируемой РН. В связи с этим далее используется постановка задачи [1 – 4] и предлагаются методы её решения, которые лишены указанных недостатков.

Из общей задачи оптимального проектирования РН (включающей выбор программ управления движением, определение значений структурных и основных проектных параметров РН) выделена задача совместной оптимизации вектора основных проектных параметров \bar{p} , программ изменения угла тангажа и тяговых характеристик маршевых ДУ ступеней РН во времени (далее – задача совместной оптимизации). Задача сформулирована с учётом следующих условий и допущений [2, 3]:

- заданы значения структурных параметров РН, определяющие её облик, конструктивно-компоновочную и аэродинамическую схемы;

- определен состав компонентов вектора основных проектных параметров \bar{p} ;

- заданы условия старта РН;

- известны термодинамические и химические свойства КРТ и продуктов сгорания, физико-механические характеристики конструкционных, теплозащитных и других материалов;

- рассматривается плоское движение РН в центральном гравитационном поле Земли с учетом её вращения и кривизны поверхности;

- учитывается ряд ограничений на параметры траектории, такие как: продолжительность вертикального участка движения; выход на нулевой угол атаки при достижении РН трансзвуковых скоростей полета; обеспечение требуемого значения скоростного напора при разделении первой и второй ступеней РН, а также требуемых значений кинематических параметров движения в конце активного участка траектории (АУТ).

Вектор основных проектных параметров \bar{p} и программы управления движением РН определяются из условия обеспечения максимального значения целевого функционала – массы полезного груза $m_{пг}$, с учетом ограничений конструктивно-технологического характера, условий эксплуатации, прочности несущих элементов конструкции, работоспособности ДУ и т. п.

При постановке задачи использован подход [1 – 4], когда программы управления РН задаются в определенном классе функций, характер изменения которых во времени определяется значением вектора основных проектных параметров \bar{p} и текущими значениями фазовых координат, характеризующими положение РН в пространстве. Такой подход позволил свести задачу теории оптимального управления [5] к задаче нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств, неравенств и дифференциальных связей.

Задача совместной оптимизации формулируется следующим образом.

Необходимо обеспечить максимальное значение целевого функционала $I = I(\bar{X}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u})$ за счёт выбора вектора основных проектных параметров \bar{p} и программ управления – вектор-функции $\bar{u}(t)$

$$I(\bar{X}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u}) = \max_{\bar{p} \in \bar{P}^s, \bar{u} \in \bar{U}^r} m_{пг}(\bar{X}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u}),$$

при ограничениях:

$$\tilde{C}^m \subset C^m; \tilde{P}^s \subset P^s; \bar{x} \in \tilde{X}^k, \tilde{X}^k \subset X^k;$$

$$\bar{y}_v(\bar{x}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u}) = \bar{y}_{np}^v; q_{разд}(\bar{x}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u}) \leq q_{np}^{разд};$$

$$\frac{dy}{dt} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u}, \bar{y});$$

$$\bar{y} \in \tilde{Y}^n, \tilde{Y}^n \subset Y^n; \bar{u} = \bar{u}(t, \bar{x}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{y}); \bar{u} \in \tilde{U}^r, \tilde{U}^r \subset U^r;$$

$$\bar{y}_{aym}^k(\bar{x}, \bar{c}, \bar{p}, \bar{u}) = \bar{y}_{aym}^{np};$$

$$F = R(Z), Z = \tilde{C}^m \times \tilde{P}^s \times \tilde{X}^k \times \tilde{Y}^n \times \tilde{U}^r,$$

где \bar{c}, \bar{p} – векторы, компоненты которых характеризуют облик (вектор \bar{c}) и основные проектные параметры (вектор \bar{p}) РН исходных данных (ИД); $\bar{x} \in X^k$ – вектор ИД, являющийся элементом действительного векторного пространства X^k ; $\tilde{C}^m, \tilde{P}^s, \tilde{X}^k$ – замкнутые области в дискретном и действительных векторных пространствах C^m, P^s, X^k , в которых могут принимать соответственно значения векторы \bar{c}, \bar{p} и \bar{x} ; $\bar{y}_{np}^v, \bar{y}_v$ – требуемые и расчетные значения фазовых координат в момент окончания вертикального участка движения; $q_{np}^{разд}, q_{разд}$ – допустимое и расчетное значения скоростных напоров при разделении 1-й и 2-й ступеней РН; $\bar{y} = (y_i), i = \overline{1, n}$ – вектор фазовых координат, определяющий положение РН в пространстве, являющийся элементом действительного векторного пространства Y^n ; $\bar{u} = (u_j), j = \overline{1, r}$ – вектор управления, являющийся элементом действительного векторного пространства U^r ; \tilde{Y}^n, \tilde{U}^r – замкнутые области в действительных векторных пространствах Y^n, U^r , в которых могут принимать значения векторы \bar{y}, \bar{u} , соответственно; \bar{y}_{aym}^k и \bar{y}_{aym}^{np} – расчетные и требуемые значения кинематических параметров движения РН в конце АУТ; $F = R(Z)$ – оператор с областью определения на множестве $Z = \tilde{C}^m \times \tilde{P}^s \times \tilde{X}^k \times \tilde{Y}^n \times \tilde{U}^r$ и областью значений на множестве F , сопоставляющий в соответствие каждому элементу множества $Z \in Z$ множество выходных характеристик $\tilde{F} \subset F$.

Система уравнений движения центра масс РН, используемая при решении задачи совместной оптимизации, имеет следующий вид [6]:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = P \cdot \cos \alpha - c_x \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S - m \cdot g_0 \frac{R_3^2}{r^2} \cdot \sin \theta + \\ + m \cdot r \cdot \Omega_3^2 \cdot \cos \varphi \cdot (\cos \varphi \cdot \sin \theta - \sin \varphi \cdot \sin \eta \cdot \cos \theta);$$

$$\begin{aligned}
m \cdot V \cdot \frac{d\theta}{dt} &= P \cdot \sin \alpha + c_y \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S - m \cdot g_0 \cdot \left(\frac{R_3^2}{r^2} - \frac{V^2}{g_0 \cdot r} \right) \cdot \cos \theta + \\
&+ 2 \cdot m \cdot V \cdot \Omega_3 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \eta + \\
&+ m \cdot r \cdot \Omega_3^2 \cdot \cos \varphi \cdot (\sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \eta + \cos \varphi \cdot \cos \eta);
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
m \cdot V \cdot \cos \theta \cdot \frac{d\eta}{dt} &= P \cdot \sin \beta + c_z \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot S - \frac{m \cdot V^2}{r} \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \eta \cdot \cos^2 \theta - \\
&- 2 \cdot m \cdot V \cdot \Omega_3 \cdot (\sin \varphi \cdot \cos \theta - \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \sin \eta) - \\
&- m \cdot r \cdot \Omega_3^2 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \cos \eta.
\end{aligned}$$

К системе (1) добавлены уравнение изменения массы РН во время движения

$$\frac{dm}{dt} = -m_c, \tag{2}$$

а также кинематические соотношения, позволяющие определять изменение во времени параметров движения (высоты H , широты φ и долготы λ):

$$\frac{dH}{dt} = V \cdot \sin \theta; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V \cdot \cos \theta}{r} \cdot \sin \eta; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \frac{V \cdot \cos \theta}{r} \cdot \frac{\cos \eta}{\cos \varphi}. \tag{3}$$

В (1) – (3) использованы следующие обозначения: m – текущее значение массы РН; V – относительная скорость движения РН; P – суммарная тяга двигательных установок; α – угол атаки; c_x, c_y, c_z – коэффициенты лобового сопротивления, подъемной и боковой сил; S – площадь миделя; ρ – плотность атмосферы на высоте H ; g_0 – ускорение силы тяжести у поверхности Земли; R_3 – средний радиус Земли; r – расстояние центра масс РН до центра Земли; Ω_3 – угловая скорость вращения Земли; η – угол между проекцией вектора скорости на местную горизонтальную плоскость и местной параллелью; θ – угол наклона вектора скорости к местному горизонту; m_c – массовый секундный расход продуктов сгорания.

Сформулированная задача совместной оптимизации может быть использована на начальном этапе проектирования РН различных классов с незначительными изменениями, обусловленными особенностями применения конкретной РН.

Структура математической модели, а также последовательность расчета целевого функционала приведены на рис. 1 [2], где использованы следующие аббревиатуры: СБ – сопловой блок; МД – маршевый двигатель; РД – рулевой двигатель; ТО – топливный отсек; СП – система питания; МБО – межбаковый отсек; ПО – переходный отсек; ХО – хвостовой отсек; ОХ – основные характеристики; ПГ – полезный груз.

В процессе решения задачи необходимо для различных значений вектора \bar{p} сформировать программы управления движением РН $\bar{u} = \bar{u}(t)$, которые включают программу изменения угла тангажа $\varphi_{np}(t)$ и программу измене-

ния тяговых $P(t)$ и расходных $m_c(t)$ характеристик маршевых и рулевых ДУ ступеней РН во времени.

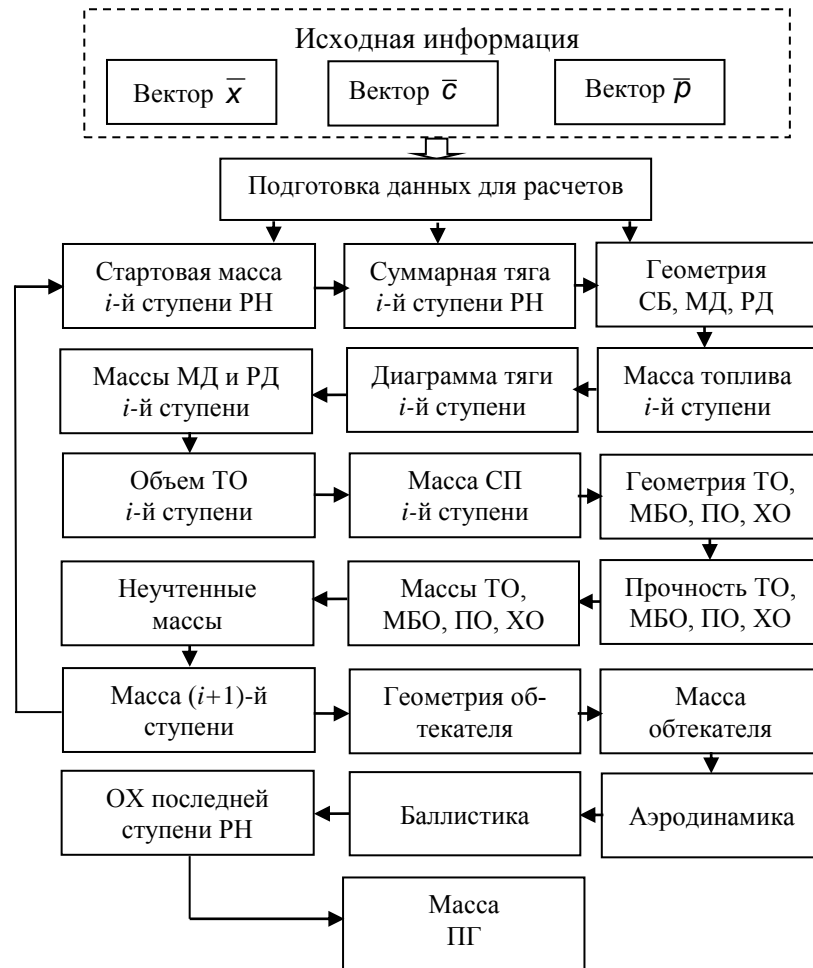


Рис. 1 – Структура математической модели РН

Соотношения для определения программы управления углом тангажа $\varphi_{np}(t)$ приведены в [2]. Траектория движения (схема полета) РН по виду программы управления $\varphi_{np}(t)$ разделена на несколько участков [3, 7].

На участке вертикального движения $\varphi_{np}(t)$ определяется соотношением

$$\varphi_{np}(t) = \text{const} = \frac{\pi}{2}.$$

На участке разворота $\varphi_{np}(t)$ задается кубической параболой

$$\varphi_{np}(t) = \sum_{i=0}^3 A_i \cdot t^i,$$

коэффициенты которой определяются в результате решения системы линейных уравнений [3]:

$$\sum_{i=1}^3 A_i \cdot t_{\theta}^i = \frac{\pi}{2} - A_0; \sum_{i=1}^3 A_i \cdot t_{\rho}^i = \varphi_0 - A_0; \sum_{i=1}^3 i \cdot A_i \cdot t_{\rho}^{i-1} = -\frac{g(H) \cdot \cos(\theta)}{V}. \quad (4)$$

После участка разворота, в зоне интенсивного аэродинамического и теплового воздействия, осуществляется движение РН с нулевым углом атаки и $\varphi_{np}(t)$ имеет вид [3, 7]

$$\varphi_{np}(t) = \theta(t).$$

Предполагается [2, 3], что зона интенсивного аэродинамического воздействия заканчивается, когда текущее значение скоростного напора становится приблизительно равным 5% – 10% от значения максимального скоростного напора q_{max} , действующего на РН при движении по заданной траектории.

После участка интенсивного аэродинамического и теплового воздействия осуществляется движение с фиксированным углом тангажа φ_f до окончания работы ДУ первой ступени РН [3]

$$\varphi_{np}(t) = \varphi_f = \text{const}.$$

Последующее движение РН после отделения первой ступени осуществляется по следующей программе [3, 7]

$$\varphi_{np}(t) = \varphi_f + \dot{\varphi} \cdot t,$$

где параметр программы $\dot{\varphi}$ (угловая скорость разворота РН) и время выключения ДУ последней ступени подбираются исходя из условия выведения РН на круговую орбиту или, если предусмотрен пассивный участок выведения КА, на перигей переходной орбиты. В последнем варианте выведения КА в апогее переходной орбиты осуществляется повторное включение ДУ последней ступени, а ориентация и управление последней ступенью с КА осуществляется таким образом, чтобы радиальная составляющая ускорения КА равнялась нулю [8]

$$\varphi_{np}(t) = \arcsin\left(\frac{\mu}{r^2} - \frac{V_{\tau}}{r}\right) \cdot \frac{m_{st}^N}{P_{st}^N},$$

где φ_{np} – угол между направлением вектора тяги ДУ последней ступени и трансверсальной составляющей вектора скорости V_{τ} ; P_{st}^N – значение тяги ДУ последней ступени; r – радиус-вектор, соединяющий центр притяжения Земли с центром масс последней ступени РН; μ – гравитационная постоянная Земли; m_{st}^N – текущая масса последней ступени РН с КА.

Программы изменения тяговых и расходных характеристик двигательных установок i -х ступеней РН в пустоте (вторая компонента вектора управления \bar{u}) разделены на три временных участка [4]:

– участок выхода маршевой ДУ на режим, который характеризуется временем выхода на режим $t_{вых i}$ и начальным значением тяги маршевой ДУ на основном режиме работы $P_{осн i}^H$;

– основной режим работы, характеризуемый продолжительностью работы маршевой ДУ $t_{осн\ i}$, начальным $P_{осн\ i}^H$ и конечным $P_{осн\ i}^K$ значениями тяги на основном режиме работы;

– участок спада тяги маршевой ДУ от значения $P_{осн\ i}^K$ до нуля, который характеризуется продолжительностью спада тяги $t_{сп\ i}$.

Программа изменения тяговых и расходных характеристик ДУ i -й ступени РН во времени строится с учетом следующих условий и ограничений:

– на всех участках работы маршевой ДУ i -й ступени РН переменная во времени тяга определяется полиномами вида

$$P_i(t) = \sum_{j=0}^n A_j \cdot t^j,$$

где $n=2$ в случае, когда рассматриваются выход маршевой ДУ на режим или участок спада тяги; $n=1$ в случае, когда рассматривается работа маршевой ДУ на основном режиме;

– удельная тяга маршевой ДУ при выходе на режим, на основном режиме работы и на участке спада тяги принята постоянной и равной удельной тяге на основном режиме работы $P_{уд\ i}^{оч}$;

– суммарная тяга рулевых двигателей, если их наличие предусмотрено в конструктивно-компоновочной схеме РН, постоянна в течение всего активного участка полета i -й ступени.

Значения удельных тяг маршевой и рулевой двигательных установок (в зависимости от коэффициента начальной тяговооруженности i -й ступени, величин тяги, давлений в камерах сгорания ДУ, физико-химических характеристик продуктов сгорания КРТ и конфигураций дозвуковых и сверхзвуковых частей сопел) определяются с использованием алгоритмов, реализующих математическую модель ДУ [9 – 11].

Алгоритм формирования программ изменения тяги и, соответственно, расходных характеристик ДУ i -х ступеней РН с учётом вышеизложенного приведен в [2].

В качестве исходных данных, необходимых для формирования программ изменения тяг ДУ, используются: суммарное значение тяги рулевых двигателей $P_{РД\ i}$, удельная тяга рулевых двигателей $P_{уд\ i}^{РД}$, время выхода маршевой ДУ на основной режим работы $t_{вых\ i}$, удельные тяги маршевой ДУ на основном режиме работы.

В качестве параметров, определяющих программы изменения тяг и входящих в состав оптимизируемых основных проектных параметров РН (вектор \bar{p}), приняты: отношение начального значения тяги $P_{осн\ i}^H$ к конечному $P_{осн\ i}^K$ на основном режиме работы $\eta_{осн\ i}$, а также продолжительность участка спада тяги маршевой ДУ i -й ступени РН $t_{сп\ i}$ от значения $P_{осн\ i}^K$ до нулевого значения.

В качестве параметров программ изменения тяг, определяемых по исходным данным и в зависимости от значений компонент вектора \bar{p} , приня-

ты: начальное $P_{осн i}^H$ и конечное $P_{осн i}^K$ значения тяги маршевой ДУ на основном режиме работы, продолжительность работы ДУ на основном режиме $t_{осн i}$.

Полное время работы ДУ i -й ступени РН $t_{\Sigma i}$ определяется соотношением

$$t_{\Sigma i} = t_{вых i} + t_{осн i} + t_{сп i}.$$

Время работы двигателя на основном режиме $t_{осн i}$ определяется в зависимости от рабочего запаса топлива $m_{пр i}$ i -й ступени РН

$$m_{пр i} = m_{0 i} \cdot (1 - \mu_{k i}),$$

где относительная конечная масса i -й ступени $\mu_{k i}$ (проектный параметр РН) вычисляется по формуле [2, 7]

$$\mu_{k i} = \frac{m_{k i}}{m_{0 i}},$$

где $m_{0 i}$ и $m_{k i}$ – стартовая и конечная массы i -й ступени РН.

Количество топлива, расходуемого маршевой ДУ i -й ступени РН при выходе на режим, определяется соотношением [2, 4]

$$m_{m i}^{вых} = \int_0^{t_{вых i}} m_{s i}(t) \cdot dt. \quad (5)$$

Изменение секундного расхода продуктов сгорания во времени $m_{s i}(t)$ при выходе маршевой ДУ i -й ступени РН на режим задаётся полиномом вида [4]

$$m_{s i}(t) = \sum_{j=0}^2 B_j \cdot t^j, \quad (6)$$

где коэффициенты полинома B_j вычисляются по формулам:

$$B_0 = 0; B_1 = \frac{2 \cdot P_{осн i}^H}{P_{уд i}^{осн} \cdot t_{вых i}}; B_2 = -\frac{P_{осн i}^H}{P_{уд i}^{осн} \cdot t_{вых i}^2}.$$

Значение тяги маршевой ДУ $P_{осн i}^H$ в начале основного режима работы в зависимости от коэффициента начальной тяговооруженности i -й ступени РН $v_{n i}$ (проектный параметр РН) определяется соотношением [3]

$$P_{осн i}^H = \frac{g_0 \cdot m_{0 i}}{v_{n i}} - P_{РД i}.$$

Количество топлива, расходуемого маршевой ДУ i -й ступени РН на участке спада тяги $m_{m i}^{сп}$, вычисляется по формуле (5), в которой вместо вре-

мени $t_{\text{вых } i}$ подставлено время $t_{\text{сп } i}$, а изменение секундного расхода продуктов сгорания во времени рассчитывается по формуле (6), в которой коэффициенты полинома B_j определяются по формулам [2, 4]:

$$B_0 = \frac{P_{\text{осн } i}^H}{P_{\text{уд } i}^{\text{осн}} \cdot \eta_{\text{осн } i}}; B_1 = -\frac{2 \cdot P_{\text{осн } i}^H}{P_{\text{уд } i}^{\text{осн}} \cdot \eta_{\text{осн } i} \cdot t_{\text{сп } i}}; B_2 = \frac{P_{\text{осн } i}^H}{P_{\text{уд } i}^{\text{осн}} \cdot \eta_{\text{осн } i} \cdot t_{\text{сп } i}^2}.$$

Количество топлива, расходуемого рулевыми двигателями $m_{\text{д } i}^{\text{ДА}}$ на переходных режимах, вычисляется по соотношению

$$m_{\text{мп } \partial p i}^{\text{РД}} = \frac{P_{\text{РД } i}}{P_{\text{уд } i}^{\text{РД}}} \cdot (t_{\Sigma i} - t_{\text{осн } i}).$$

После определения масс КРТ, расходуемых маршевой и рулевыми ДУ на участках выхода на основной режим и на участках спада тяги, может быть определена масса топлива, расходуемого маршевыми двигательными установками i -й ступени РН на основном режиме работы $m_{\text{м } i}^{\text{осн}}$

$$m_{\text{м } i}^{\text{осн}} = m_{\text{пр } i} - m_{\text{м } i}^{\text{вых}} - m_{\text{м } i}^{\text{сп}} - m_{\text{мп } \partial p i}^{\text{РД}}.$$

Продолжительность работы двигательных установок i -й ступени РН на основном режиме работы определяется по зависимости [2]

$$t_{\text{осн } i} = \frac{m_{\text{м } i}^{\text{осн}}}{\frac{P_{\text{осн } i}^H}{2 \cdot P_{\text{уд } i}^{\text{осн}}} \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta_{\text{осн } i}}\right) + \frac{P_{\text{РД } i}}{P_{\text{уд } i}^{\text{РД}}}}.$$

Таким образом, при оптимизации вектора основных проектных параметров РН \vec{p} по приведенным соотношениям могут быть полностью определены параметры, определяющие программы управления полетом РН $\varphi_{\text{пр}}(t)$ и $P_{\text{пр } i}(t)$.

Метод решения. Для решения сформулированной задачи совместной оптимизации могут быть применены известные методы решения задач нелинейного математического программирования: методы случайного поиска или детерминированные методы оптимизации [12]. Однако, следует отметить, что предварительно проведенное численное моделирование процесса совместной оптимизации показало наличие нескольких локальных оптимумов на функциональной поверхности, характеризующей зависимость целевого функционала от значений основных проектных параметров РН.

В этом случае в качестве одного из возможных методов решения поставленной задачи может быть использован метод Монте-Карло, основанный на получении достаточно большого числа реализаций значений целевого функционала для случайно выбранных значений вектора основных проектных параметров, изменяющихся в широком диапазоне. Анализ результатов такого численного моделирования, в частности точек, подозрительных на экстремум, даёт возможность существенно сузить этот диапазон и провести чис-

ленное моделирование в более узкой области изменения основных проектных параметров, что повысит вероятность нахождения точки, близкой к глобальному оптимуму. К полученным в результате численных экспериментов на первом и втором этапах значениям целевого функционала, подозрительным на экстремум, далее могут быть дополнительно применены методы оптимизации [12] с целью получения оптимального значения (глобального оптимума) и соответствующего ему вектора основных проектных параметров РН. В частности, в качестве одного из таких методов может быть использован метод Гаусса–Зейделя [3, 12], целесообразность использования которого продиктована с одной стороны простотой реализации, а с другой стороны – возможностью осуществлять оптимизацию в интерактивном (диалоговом) режиме. В рассматриваемой задаче использование диалогового режима целесообразно, поскольку при некоторых сочетаниях проектных параметров и исходных данных возможны случаи, когда полет РН либо не реализуем, либо не могут быть выполнены ограничения, накладываемые на траекторию полета. В этой ситуации в диалоговом режиме могут быть осуществлены оперативная корректировка основных проектных параметров, части исходных данных и продолжены расчеты без потери результатов предыдущего этапа оптимизации.

Другим способом решения поставленной задачи может быть построение достаточно простой, по сравнению с математической моделью РН (рис. 1), регрессионной модели, построенной на основании проведенных методом Монте-Карло численных экспериментов и определяющей зависимость целевого функционала от значений вектора основных проектных параметров. Задача построения регрессионных моделей может быть решена в классе полиномиальных моделей в условиях структурной неопределённости, а для поиска модели оптимальной сложности применён алгоритм метода группового учёта аргументов (МГУА) [13]. Для оценивания качества моделей с различными перебираемыми структурами может быть использован внешний критерий – усреднённый критерий регулярности (критерий скользящего экзамена) [13]. С использованием полученных регрессионных моделей проводится оптимизация вектора \bar{p} и находятся близкие к оптимальным значения основных проектных параметров РН. К полученному результату, также как и в предыдущем случае, но уже с использованием исходной математической модели РН (рис. 1), могут быть дополнительно применены методы оптимизации [12] с целью получения уточнённого оптимального значения целевого функционала и соответствующего ему вектора основных проектных параметров РН.

Иллюстративный пример. С использованием рассмотренных выше двух подходов, проведена совместная оптимизация основных проектных параметров и программ управления движением двухступенчатых РН со стартовыми массами $m_0 = 100,0$ для решения целевых задач, связанных с выводением КА максимальной массы на круговые орбиты с высотами $H_{kr} = 200$ км, $H_{kr} = 400$ км, $H_{kr} = 600$ км, $H_{kr} = 800$ км, $H_{kr} = 1000$ км. Наклонение плоскостей орбит по отношению к плоскости экватора принято равным $i = 90^\circ$. В процессе выведения КА на конечные круговые орбиты использовался пассивный участок движения по переходной

эллиптической орбите с высотой перигея $H_{pe} = 170$ км и высотами апогея H_{ap} , соответствующими высотам конечных круговых орбит H_{kr} .

При оптимизации основных проектных параметров и программ управления РН использовались следующие данные:

- широта точки старта $\varphi_{cm} = 0^0$ (старт РН с экватора);
- компоненты ракетного топлива на первой и второй ступенях РН – керосин и жидкий кислород;
- для подачи КРТ в камеры сгорания маршевых и рулевых ДУ применена турбонасосная система;
- на первой ступени РН используется 4-х камерная маршевая ДУ, на второй ступени – однокамерная маршевая ДУ;
- управление движением на первой ступени РН осуществляется поворотными маршевыми двигателями, на второй ступени – используется 4-х камерная рулевая ДУ;
- давления в камерах сгорания маршевых ДУ ступеней РН: для первой ступени $p_{k1} = 180 \text{ кгс/см}^2$, для второй ступени – $p_{k2} = 150 \text{ кгс/см}^2$;
- давления в камерах сгорания рулевых ДУ $P_{RD} = 50 \text{ кгс/см}^2$;
- диаметр первой и второй ступеней РН $D_{p1,2} = 2,0$ м;
- диаметр среза сопла одного двигателя 4-х камерной маршевой ДУ из условия размещения её в хвостовом отсеке первой ступени принят равным $D_{a1} = 0,62$ м, диаметр среза сопла двигателя маршевой ДУ второй ступени – $D_{a2} = 1,016$ м;
- диаметр среза сопла одного двигателя 4-х камерной рулевой ДУ 2-й ступени РН $D_{a2}^{RD} = 0,15$ м;
- тяги маршевых ДУ 1-й и 2-й ступеней РН на основном режиме работы постоянны, т. е. основные проектные параметры $\eta_{оч1} = \eta_{оч2} = 1,0$;
- времена спада тяг маршевых ДУ 1-й и 2-й ступеней РН от значений в конце основного режима работы до нулевого значения приняты равными $t_{\pi 1} = 5$ с, $t_{\pi 2} = 0$.

Ограничения, накладываемые на траекторию движения РН:

- продолжительность вертикального участка движения РН принята равной $t_{vert} = 7$ с;
- выход на нулевой угол атаки $\alpha = 0$ происходит при достижении скорости движения РН, соответствующей числу Маха $M = 0,8$;
- скоростной напор при разделении первой и второй ступеней принят равным $q_{np}^{сд} = 600 \text{ кгс/см}^2$;
- программа управления движением, запас топлива и полное время работы второй ступени РН выбирались из условия обеспечения требуемых значений кинематических параметров движения \bar{y}_{aym}^{np} в конце АУТ, определяемых решаемой целевой задачей.

При оптимизации использовались: математическая модель РН (рис. 1), основные элементы которой построены на физических соотношениях; данные о прототипах; статистические зависимости для определения габаритных

и массовых характеристик отдельных элементов и подсистем РН, слабо влияющих на целевой функционал и на оптимальное значение вектора основных проектных параметров ρ_{opt} .

В качестве оптимизируемых параметров выбраны коэффициенты начальных тяговооруженностей ступеней РН $v_{ni}, i = \overline{1, N_c}$, и относительная конечная масса первой ступени РН μ_{k1} .

Результаты оптимизации основных проектных параметров при решении различных целевых задач, выполняемых проектируемой РН, с использованием первого подхода к решению задачи приведены в табл. 1, где представлены результаты оптимизации с использованием математической модели, построенной на физических соотношениях (рис. 1), и метода Монте-Карло с последующей оптимизацией точек, подозрительных на экстремум, методом Гаусса–Зейделя.

Таблица 1

Оптимизация с использованием метода Монте-Карло				
Высота орбиты	v_{p1}	v_{p2}	μ_{k1}	$m_{i\bar{a}}, \hat{e}\bar{a}$
200 км	0,4147	1,1935	0,2802	3669,0
400 км	0,406	1,177	0,2870	3486,2
600 км	0,4319	1,1858	0,2783	3320,6
800 км	0,405	1,1687	0,2809	3162,3
1000 км	0,4230	1,1732	0,2706	3022,1

С использованием второго подхода к решению задачи совместной оптимизации для пяти заданных значений высоты круговой орбиты H_{kr} получены следующие регрессионные модели зависимости массы полезного груза $m_{пг}$ от основных проектных параметров (предварительно все входные и выходные переменные центрировались и нормировались, поэтому все переменные в выборках, по которым строились модели, имеют нулевые средние и единичные дисперсии):

$$m_{пг}^{200} = 0,34631 + 0,32916 \cdot v_{n1} + 0,60206 \cdot v_{n2} - 0,22429 \cdot \mu_{k1} - 0,21024 \cdot \mu_{k1}^4,$$

$$m_{пг}^{400} = 0,17566 + 0,29010 \cdot v_{n1} + 0,82876 \cdot v_{n2} - 0,21842 \cdot \mu_{k1} - 0,18069 \cdot \mu_{k1}^2,$$

$$m_{пг}^{600} = 0,33563 + 0,48922 \cdot v_{n2} - 0,85162 \cdot \mu_{k1} - 0,12304 \cdot v_{n1} \cdot \mu_{k1} - 0,37502 \cdot \mu_{k1}^2,$$

$$m_{i\bar{a}}^{800} = 0,16188 \cdot v_{n1} + 0,51060 \cdot v_{n2} - 0,70416 \cdot \mu_{k1} - 0,17203 \cdot v_{n1} \cdot \mu_{k1} - 0,10167 \cdot v_{n1}^2 \cdot \mu_{k1}^2,$$

$$m_{i\bar{a}}^{1000} = 0,90280 - 0,09851 \cdot v_{n1}^4 + 0,73782 \cdot v_{n2} - 0,34646 \cdot v_{n1} \cdot \mu_{k1} - 0,87700 \cdot \mu_{k1}^2,$$

В приведенных соотношениях верхний индекс в обозначении массы полезного груза $m_{пг}$ равен высоте круговой орбиты в \hat{e} .

Характеристики построенных регрессионных моделей приведены в табл. 2, где приняты следующие обозначения: n – число наблюдений в выборке, CR – значение критерия регулярности, CKO – остаточная среднеквадратичная ошибка модели, R – множественный коэффициент корреляции, F_M – статистика Фишера для регрессионной модели, $F_\alpha(v_1, v_2)$ – табличное значение статистики Фишера для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и чисел степеней свободы $v_1 = s$ и $v_2 = n - s - 1$, s – число членов в модели.

Таблица 2

Высота орбиты	Характеристики регрессионных моделей					
	n	CR	CKO	R	F_M	$F_\alpha(v_1, v_2)$
200 км	40	0,3211	0,3109	0,95	63,52	2,49
400 км	36	0,2751	0,2559	0,97	85,60	2,53
600 км	37	0,0901	0,0850	0,996	851,93	2,54
800 км	40	0,2103	0,2028	0,98	158,65	2,49
1000 км	37	0,1825	0,1731	0,98	200,74	2,54

Анализ приведенных в табл. 2 характеристик регрессионных моделей свидетельствует об их хорошем качестве, что делает целесообразным использование этих моделей для быстрого оценивания массы полезного груза для различных сочетаний основных проектных параметров, принимающих значения в заданных в областях построения моделей.

В табл. 3 приведены результаты оптимизации с использованием регрессионных моделей; дополнительно введены следующие обозначения: $m_{пг}^{rm}$ – масса полезного груза, полученная в результате расчётов по регрессионной модели; $m_{пг}^{fm}$ – масса полезного груза, полученная по математической модели, построенной на физических соотношениях для одних и тех же значений вектора основных проектных параметров с последующей оптимизацией точек, подозрительных на экстремум, методом Гаусса–Зейделя.

Таблица 3

Высота орбиты	Оптимизация с использованием регрессионных моделей				
	v_{p1}	v_{p2}	μ_{k1}	$m_{пг}^{rm}, \hat{e}\hat{a}$	$m_{пг}^{fm}, \hat{e}\hat{a}$
200 км	0,4270	1,2000	0,2848	3672,8	3670,0
400 км	0,4300	1,1810	0,2866	3499,2	3484,5
600 км	0,4150	1,1900	0,2759	3321,5	3321,9
800 км	0,4112	1,1790	0,2800	3168,5	3165,0
1000 км	0,4272	1,1640	0,2760	3018,1	3020,0

Выводы. Анализ результатов, приведенных в таблицах 1 и 3, показал, что использование для решения поставленной задачи двух предложенных подходов даёт практически близкие по значению целевого функционала результаты. При этом разница между результатами, полученными с использо-

ванием первого и второго подходов для всех решаемых целевых задач, не превышает 0,1% , что делает вполне допустимым использование предложенных подходов для решения задач начального этапа проектирования РН.

1. *Алпатов А. П.* Методическое обеспечение для выбора облика, оптимизации проектных параметров и программ управления полётом ракеты-носителя / *А. П. Алпатов, В. С. Сенькин* // *Техническая механика*. – 2013. – № 4. – С. 146 – 161.
2. *Алпатов А. П.* Комплексная задача оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением ракет космического назначения / *А. П. Алпатов, В. С. Сенькин* // *Техническая механика*. – 2011. – № 4. – С. 98 – 113.
3. *Сенькин В. С.* Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса / *В. С. Сенькин* // *Техническая механика*. – 2009. – № 1. – С. 80 – 88.
4. *Сенькин В. С.* Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта / *В. С. Сенькин* // *Техническая механика*. – 2000. – № 1. – С. 46 – 50.
5. *Тарасов Е. В.* Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата / *Е. В. Тарасов*. – М. : Машиностроение, 1970. – 364 с.
6. *Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере / М. Л. Шкадов, Р. С. Буханова, В. Ф. Илларионов, В. П. Плохих*. – М. : Машиностроение, 1972. – 240 с.
7. *Лебедев А. А.* Баллистика ракет / *А. А. Лебедев, Н. Ф. Герасюта*. – М. : Машиностроение, 1970. – 244 с.
8. *Сенькин В. С.* Выбор программы управления движением космического аппарата при переходе с начальной круговой орбиты на заданную конечную круговую орбиту / *В. С. Сенькин* // *Техническая механика*. – 2003. – № 2. – С. 79 – 87.
9. *Добровольский М. В.* Жидкостные ракетные двигатели / *М. В. Добровольский*. – М. : Машиностроение, 1968. – 396 с.
10. *Ракетные двигатели / Т. М. Мелькумов, Н. И. Мелик-Пашаев, П. Г. Чистяков, А. Г. Щуков*. – М. : Машиностроение, 1976. – 399 с.
11. *Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей : Учебник для студентов авиационных специальностей высших учебных заведений / А. П. Васильев, В. М., Кудрявцев, В. А. Кузнецов и др.* / Под ред. *В. М. Кудрявцева*. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Высшая школа, 1983. – 703 с.
12. *Батищев Д. И.* Поискные методы оптимального проектирования / *Д. И. Батищев*. – М. : Сов. Радио, 1975. – 216 с.
13. *Сарычев А. П.* Идентификация состояний структурно-неопределенных систем / *А. П. Сарычев*. – Днепропетровск : НАН Украины и НКА Украины, Институт технической механики, 2008. – 268 с.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 16.06.14,
в окончательном варианте 10.09.14