

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ АППАРАТУРЫ, УСТАНОВЛЕННОЙ НА ВЫНОСНЫХ ШТАНГАХ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Целью работы является разработка методов и средств анализа проектных решений и проведения в процессе эксплуатации оперативных оценок изменения углового положения аппаратуры полезной нагрузки, установленной на выносных штангах космического аппарата. На примере разработанной компьютерно-ориентированной модели, описывающей угловое движение космического аппарата с выносными штангами в плоскости его нижней грани при заданном управляющем моменте, проиллюстрирована возможность использования сравнительно простых средств для исследования неустойчивости углового положения аппаратуры. Адекватность модели подтверждена численным интегрированием адаптированных для рассматриваемого случая известных приближенных аналитических уравнений движения космического аппарата с симметрично расположенными выносными штангами. Разработанная модель может найти применение при оценке влияния проектных решений на неустойчивость углового положения аппаратуры. Развитие модели на пространственный случай, а также в направлении учета возмущающих и управляющих воздействий позволит проводить оперативный анализ углового положения аппаратуры полезной нагрузки в процессе эксплуатации космического аппарата.

Метою роботи є розробка методів та засобів аналізу проектних рішень та проведення в процесі експлуатації оперативних оцінок зміни кутового положення апаратури корисного навантаження, що встановлене на виносних штангах космічного апарата. На прикладі розробленої комп'ютерно-орієнтованої моделі, що описує кутовий рух космічного апарата з виносними штангами в площині його нижньої грані при заданому керуючому моменті, проілюстровано можливість використання порівняно простих засобів для дослідження неустойчивості кутового положення апаратури. Адекватність моделі підтверджена чисельним інтегруванням адаптованих для випадку, що розглядається, відомих наближених аналітичних рівнянь руху космічного апарата з симетрично розташованими виносними штангами. Розроблена модель може знайти застосування при оцінці впливу проектних рішень на неустойчивість кутового положення апаратури. Розвиток моделі на просторовий випадок, а також у напрямку врахування збурюючих та керуючих дій дозволить проводити оперативний аналіз кутового положення апаратури корисного навантаження в процесі експлуатації космічного апарата.

The research aim is to develop methods and aids for analysis of the design decisions and operative estimation of variations in attitude of the payload equipment mounted on spacecraft sliding rods. The possibility of using comparatively simple means for studying the instability of the equipment attitude is illustrated by the example of the developed computer-oriented model for an angular motion of the spacecraft with the sliding rods in the plane of its lower face at a given controlling moment. Adequacy of the model is confirmed by a numerical integration of the known approximated analytical equations of motion of the spacecraft with symmetrically located sliding rods that are adaptive for the case under consideration. The developed model can be used to estimate the effects of the design decisions on the instability of the equipment attitude. Evolution of the model for the 3-D case as well as for consideration of the disturbing and controlling actions allows an operative analysis of attitude of the payload equipment in the spacecraft operation.

Введение и постановка задач. Известны варианты компоновки космического аппарата (КА), при которых аппаратура полезной нагрузки устанавливается на его выносных штангах. Примером такой компоновки является первый украинский КА научного назначения, разрабатываемый Государственным предприятием «Конструкторское бюро «Южное» (ГП "КБ "Южное") по заказу Государственного космического агентства Украины по проекту "Микросат" с целью обеспечения проведения технологических и на-

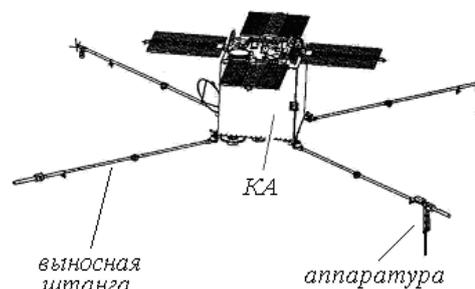


Рис. 1 – КА с выносными штангами

© А.П. Алпатов, П.П. Белоножко, Ф.Н. Гребенкин,
С.В. Тарасов, А.А. Фоков, В.С. Хорошилов, 2013

учных экспериментов в условиях космического пространства. КА имеет четыре выносные штанги (см. рис. 1), на концах которых крепится аппаратура полезной нагрузки.

В силу конструктивных особенностей штанг, их распределенная упругость может оказывать существенное влияние на угловое положение аппаратуры. На предварительных этапах проектирования, а также для сравнительно быстрого анализа динамики КА в процессе эксплуатации, целесообразно использование относительно простых моделей движения. В последнее время в практике моделирования динамики различных конструкций, в том числе и КА, находят широкое применение сравнительно легко разрабатываемые компьютерные модели, основанные на реализации конечномерной (твердотельной) расчетной схемы исследуемой механической системы путем представления ее элементов соответствующими блоками и связями с использованием специальных средств известных систем визуального программирования. Параметры твердотельных конечномерных расчетных схем штанг, представляемых в виде балки с распределенной упругостью, могут быть определены с использованием различных методов, например метода суперэлемента [1]. Адекватность такого представления, равно как и адекватность соответствующих компьютерных моделей, требует подтверждения. С этой целью целесообразно использование аналитических уравнений углового движения КА с выносными штангами, которые возможно получить для идеализированных расчетных схем с симметрично расположенными упругими штангами.

Соответственно в рамках данной работы были рассмотрены и решены следующие задачи:

- выбор идеализированных расчетных схем и адаптация известных [2] аналитически полученных приближенных уравнений углового движения КА для рассматриваемого случая;
- подбор параметров конечномерного представления штанг с распределенной упругостью;
- разработка компьютерных моделей с использованием средств визуального программирования;
- проведение тестовых расчетов для подтверждения адекватности компьютерных моделей.

Приближенные аналитические уравнения углового движения КА с четырьмя нагруженными штангами. Рассматривается следующая идеализированная расчетная схема, представленная на рис. 2. Пусть КА совершает вращательное движение вокруг оси OZ_0 , а упругие штанги располагаются и совершают колебания в плоскости OX_0Y_0 . Геометрические, массовые и жесткостные характеристики штанг длиной l и массо-инерционные характеристики устанавливаемой на их свободных концах аппара-

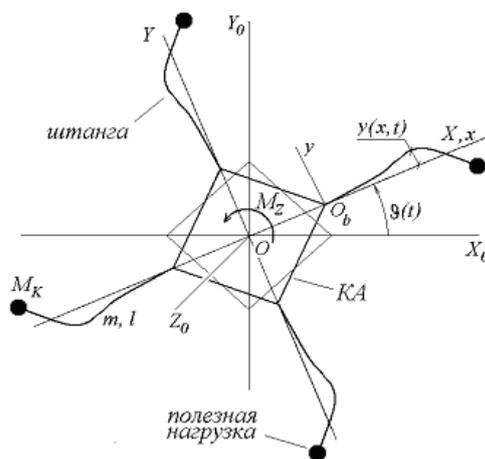


Рис. 2 – Расчетная схема с упругими нагруженными штангами

туры полезной нагрузки предполагаются одинаковыми для всех штанг. Тогда при угловом движении системы, вызванном вращательным моментом M_z , вектор которого расположен на оси OZ_0 , упругие штанги будут совершать идентичные колебания.

Уравнения углового движения КА выводятся подобно тому, как это сделано в [2], где рассматривается подобная схема КА с двумя упругими элементами (штангами). Система уравнений, полученная с использованием принципа Гамильтона с учетом N тонов колебаний, может быть представлена в виде:

$$M\ddot{\varphi}(t) + A\varphi(t) = B \cdot M_z(t),$$

где вектор $\varphi^T(t) = (\vartheta, q_1, q_2, \dots, q_N)$; ϑ – угол поворота КА, q_1, q_2, \dots, q_N – обобщенные упругие координаты; M – матрица, компоненты которой массово-инерционные характеристики КА с учетом тонов упругих колебаний штанг; A – диагональная матрица, компоненты которой квадраты собственных частот Ω_i консольной балки с массой на свободном конце, $i = 1, 2, \dots, N$. Вопрос определения числа N учитываемых тонов колебаний рассмотрен в [2]. Обобщенные упругие координаты входят в выражения для определения линейного $y(l, t)$ и углового $\alpha(l, t)$ отклонений нагруженных торцов штанг от их номинального положения:

$$y(l, t) \approx \sum_{n=1}^N q_n(t) Y_n(x) \Big|_{x=l},$$

$$\alpha(l, t) = \arctg y'(x, t) \Big|_{x=l}, \quad y'(x, t) \Big|_{x=l} \approx \sum_{n=1}^N q_n(t) (dY_n(x)/dx) \Big|_{x=l},$$

где $Y_n(x)$ – формы собственных колебаний нагруженных штанг.

Для определения форм и частот собственных колебаний штанг использовалось численное решение соответствующего краевым условиям для защемленной балки с сосредоточенным элементом на свободном конце [3] частотного уравнения

$$\chi^4 \eta \mu \cdot (1 - \cos \chi \cdot \operatorname{ch} \chi) + \chi^3 \eta \cdot (\cos \chi \cdot \operatorname{sh} \chi + \sin \chi \cdot \operatorname{ch} \chi) + \chi \cdot \mu \cdot (\cos \chi \cdot \operatorname{sh} \chi - \sin \chi \cdot \operatorname{ch} \chi) + (1 + \cos \chi \cdot \operatorname{ch} \chi) = 0,$$

где $\chi = \beta l$; $\mu = M_K / ml$; $\eta = J_K / ml^3$; $\beta^4 = (m / EI) \Omega^2$; m , EI – погонная масса и жесткость штанги на изгиб; M_K , J_K – масса и момент инерции сосредоточенного элемента.

В частных случаях:

а) при $\mu, \eta = 0$ (отсутствие массы на правом конце) имеем частотное уравнение для консольной балки;

б) при $\mu, \eta \rightarrow \infty$ (бесконечно большая масса на правом конце) имеем частотное уравнение для балки с защемленными концами;

в) при $\mu \neq 0, \eta = 0$ (на правом конце точечная масса) имеем частотное уравнение следующего вида

$$\chi \cdot \mu \cdot (\cos \chi \cdot \operatorname{sh} \chi - \sin \chi \cdot \operatorname{ch} \chi) = -(1 + \cos \chi \cdot \operatorname{ch} \chi).$$

При численном решении частотного уравнения для консольной балки с сосредоточенным элементом на правом конце учтен тот факт, что значения корней находятся между значениями соответствующих корней для консольной балки и для балки с заземленными концами.

Формы собственных колебаний консольной балки с сосредоточенным инерционным элементом на свободном конце могут быть представлены в виде:

$$Y(x) = \frac{S_1(\chi) - \mu \cdot \chi \cdot S_4(\chi)}{S_4(\chi) - \mu \cdot \chi \cdot S_3(\chi)} S_3(\chi \cdot x/l) - S_4(\chi \cdot x/l).$$

Для случая $\eta = 0$ (точечная масса на правом конце) формы собственных колебаний имеют вид

$$Y(x) = \frac{S_2(\chi)}{S_1(\chi)} S_3(\chi \cdot x/l) - S_4(\chi \cdot x/l).$$

В последних соотношениях под χ понимаются корни соответствующих частотных уравнений, а функции S задаются соотношениями

$$S_1(\beta x) = 0,5(\cos \beta x + \operatorname{ch} \beta x), \quad S_2(\beta x) = 0,5(\sin \beta x + \operatorname{sh} \beta x),$$

$$S_3(\beta x) = 0,5(-\cos \beta x + \operatorname{ch} \beta x), \quad S_4(\beta x) = 0,5(-\sin \beta x + \operatorname{sh} \beta x).$$

Конечномерное представление штанг и разработка компьютерных моделей. Конечномерное представление штанг проводилось посредством применения метода суперэлемента [1]. Согласно этому методу, рассматривалась расчетная схема исследуемой механической системы, в которой штанги с распределенной упругостью заменены эквивалентной им последовательностью жестких стержней, связанных шарнирами с сосредоточенной упругостью. Простейшим вариантом механического эквивалента балки является система с тремя стержнями, последовательно соединенными между собой пружинами. Критерием выбора параметров в этом случае является равенство прогибов и углов поворота на свободном конце балки и соответствующем конце механического эквивалента при одинаковых силовых воздействиях, приложенных к этим же точкам, а также близость первой частоты собственных колебаний балки и ее механического эквивалента. Как показано в [1], для обеспечения близости последующих собственных частот колебаний расчетная схема механического эквивалента может быть представлена в виде набора последовательно соединенных простейших суперэлементов. При этом добавление в расчетную схему очередного простейшего суперэлемента обеспечивает близость значений очередного номера собственных частот балки и ее механического эквивалента. Равенство прогибов и углов поворота обеспечивается подбором жесткостей пружин, а близость основной частоты собственных колебаний – соотношением длин стержней.

При разработке компьютерных моделей рассматривались расчетные схемы для случая замены упруго распределенных штанг одним суперэлементом (рис. 3) и для случая их замены двумя суперэлементами (рис. 4). Были разработаны модели с использованием средств визуального программирования, а именно средств библиотеки SimMechanics Simulink системы MATLAB. Основной блок-схемы любого механизма в SimMechanics является разомкнутая или

замкнутая цепь блоков типа Ground-Joint-Body-Joint-...- Body, в которой наличие блока Ground (Основание) является обязательным. Для имитации движения рассматриваемой системы в инерциальном пространстве к блоку Ground был подсоединен блок, воспроизводящий кинематику фиктивного механизма с шестью степенями подвижности.

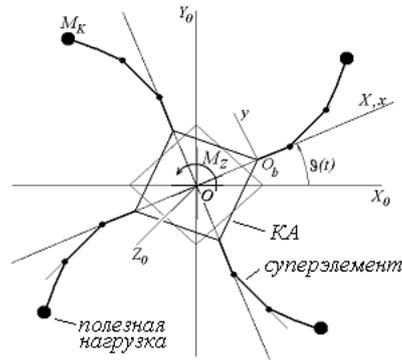


Рис. 3 – Расчетная схема с одним суперэлементом

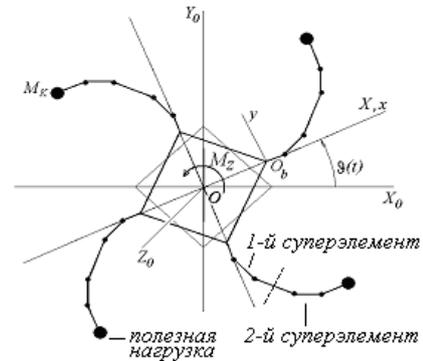


Рис. 4 – Расчетная схема с двумя суперэлементами

Подтверждение адекватности компьютерных моделей. Для подтверждения адекватности предложенных конечномерных расчетных схем исследуемой механической системы, а также разработанных компьютерных моделей были проведены тестовые расчеты. С этой целью были использованы аналитически полученные приближенные уравнения углового движения КА с четырьмя симметрично расположенными идентичными штангами с распределенной упругостью. Рассматривались как случай ненагруженных, так и случай нагруженных штанг, а также конечномерные схемы для случаев использования одного и двух суперэлементов. Имитировалась отработка угла разворота КА на некоторый угол посредством приложения соответствующего управляемого момента M_z .

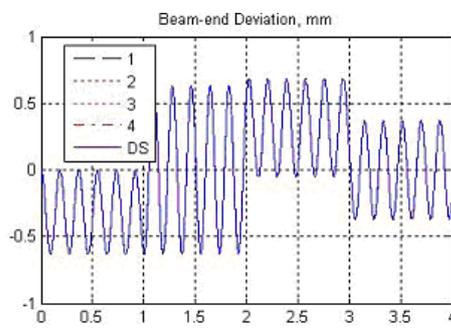


Рис. 5 – Линейные отклонения

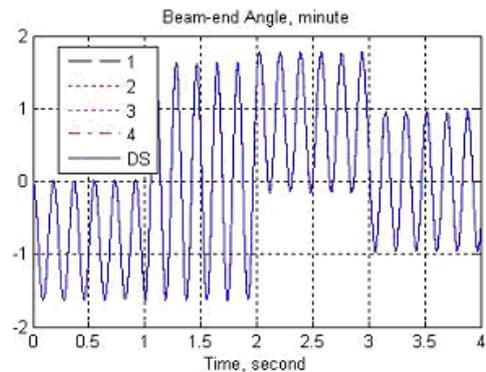


Рис. 6 – Угловые отклонения

Результаты моделирования линейного и углового отклонений нагруженных торцов штанг (Beam-end) приведены соответственно на рис. 5 и рис. 6. На рисунках цифрами обозначены результаты для условных номеров штанг для случая их представления двумя простейшими суперэлементами, а обозначение *DS* соответствует результатам моделирования аналитически полученных уравнений движения. Полное совпадение графиков колебаний обозначенных цифрами отвечает идентичным колебаниям штанг, характерным

для рассматриваемой идеализированной расчетной схемы, а их совпадение с графиком, обозначенным DS , подтверждает адекватность конечномерной расчетной схемы и соответствующей компьютерной модели.

Для иллюстрации возможностей разработанных моделей конечномерных расчетных схем на рис. 7 и рис. 8 приведен случай, когда массо-инерционные характеристики аппаратуры полезной нагрузки на разных штангах различны. Показаны результаты отклонений для двух штанг.

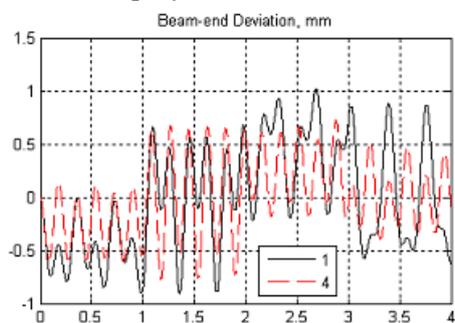


Рис. 7 – Линейные отклонения.
Массы нагрузок различны

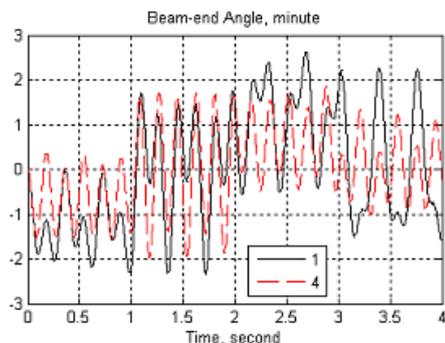


Рис. 8 – Угловые отклонения.
Массы нагрузок различны

Выводы. Разработанные компьютерно-ориентированные модели описывают угловое движение КА с выносными штангами в плоскости его нижней грани при заданном управляющем моменте и иллюстрируют возможность использования сравнительно простых моделей для исследования неустойчивости углового положения установленной на штангах аппаратуры полезной нагрузки. В дальнейшем предполагается развитие моделей, описывающих угловое движение в пространственном случае и учитывающих возмущающие и управляющие воздействия.

1. Molenaar David P. Modeling the structural dynamics of flexible wind turbine / David P. Molenaar, Sjoerd Dijkstra // The Lagerwey LW-50/750/Selected Topics in Identification, Modeling and Control, December, 1998. – 1998. – Vol.11. – P. 51 – 59.
2. Дегтярев Г. Л. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами / Г. Л. Дегтярев, Т. К. Сиразетдинов. – М. : Машиностроение, 1986. – 216 с.
3. Вибрации в технике : Справочник. В 6-ти томах / Ред. совет : В. Н. Челомей (пред.). – М. : Машиностроение, 1978. Том 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. – 1978. – 352 с.

Институт технической механики
НАН Украины и ГКА Украины,
Днепропетровск,

Государственное предприятие
"Конструкторское бюро "Южное",
Днепропетровск

Получено 25.06.2013,
в окончательном варианте 26.06.2013