УДК 621.446

В.Ф.ПОЖИДАЕВ, П.И.ЗАБОЛОТНЫЙ, М.И.КОХАНОВСКИЙ

К ВОПРОСУ ОБ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКЕ НАДЁЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

На примере мостиковой схемы предлагается методика расчёта надёжности сложных систем, основанная на построении обобщенной функции распределения отказов. Для сложных информационных и технических систем предложен способ аналитической оценки надежности путем сведения к стандартным схемам. Такой подход избавляет процесс анализа от перебора всех логически возможных цепочек прохождения информации, если речь идёт об информационных сетях, и для электрических сетей – в случаях, приводящих к отказу всей схемы.

На прикладі мостикової схеми запропоновано методику розрахунку надійності складних систем, яка базується на отриманні узагальненої функції розподілу відмов. Для складних інформаційних і технічних систем запропоновано спосіб аналітичної оцінки надійності шляхом зведення до стандартних схем. Такий підхід дозволяє під час аналізу уникнути перебирання всіх логічно можливих ланцюжків проходження інформації, якщо мова йде про інформаційні мережі, і для електричних мереж – в випадках, що приводять до відмови всієї схеми.

The procedure for calculating the reliability of complicated systems based on construction of a generalized function of failure distribution is proposed using the bridge network. The method of an analytical estimation of reliability through reduction to standard schemes is examined for complicated information and engineering systems. Such an approach relieves an analytical process of exhaustion of all logically possible patterns of information passage where information networks were involved, or of all possible system breakdowns in the case of electrical circuits.

Развитие глобальных информационных систем, безусловно, является закономерным фактом эволюции коммуникаций в масштабах всей Земли, хотя информационные системы вначале создавались из утилитарных соображений общения внутри одной рабочей группы [1]. Однако подобное благо обернулось проблемой, масштабы которой разрастаются. Как правило, чем больше активных элементов системы, тем менее надежно работает вся система. При мрачных прогнозах её ожидает коллапс [1, 2]. С другой стороны, при увеличении связей между элементами надёжность необходимо увеличивать. Отметим, что эти особенности должны быть учтены при проектировании не только информационных, но и любых технических систем. Таким образом, актуальность оценки надёжности информационных систем очевидна [3 – 5].

Для жёстко заданной схемы и при условии простейшего потока отказов каждого из узлов сложной информационной системы можно аналитически получить функцию распределения $F(t)$ случайного времени отказа всей схемы [4, 6].

Обозначим эту функцию $F(t) = P\{\tau < t\}$. Таким образом, $p = F(t)$ – вероятность отказа узла, $q = 1 - p$ – вероятность безотказной работы узла.

В случае простейшего потока событий (отказов):

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t), \tag{1}$$

где λ – интенсивность отказов узла.

Каждый из узлов характеризуется своим значением величины λ.

При этом функция распределения отказов всей системы может быть получена аналитически в явном виде. Её вид может быть произвольным и заведомо не характеризовать поток как простейший. В частности, её можно аппроксимировать выражением, свойственным простейшему потоку:

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda_c t), \qquad (2)$$

где λ_c – интенсивность отказов системы.

Однако расчетная модель с использованием такого выражения для аппроксимации, будет иметь значительное расхождение с параметрами реальной системы. В первую очередь из-за того, что реальная система (даже самая простая), как правило, состоит из нескольких элементов, взаимодействие которых выражение (2) не учитывает.

С другой стороны, модель реальной системы можно несколько упростить, например, представив её в виде набора эквивалентных блоков, соединенных в последовательно-параллельные цепи.

При этом задача аппроксимации реальной системы разделяется на два этапа. Первый – это построение цепи эквивалентных блоков. Второй – построение функции распределения для полученной эквивалентной системы.

Целью предлагаемой работы является описание способа получения общего закона распределения отказов на частных типичных примерах.

Для исследования возможности такого подхода, в качестве функции распределения будем использовать обобщённый закон в виде:

$$F(t) = (1 - \exp(-\lambda_c t))^{\nu}, \qquad (3)$$

где ν – функциональная избыточность системы; λ_c – параметр, аналогичный интенсивности отказов. В частности, при $\nu = 1$ зависимость (3) описывает так называемый простейший поток отказов.

В общем случае интенсивность отказов системы λ_c не является постоянной величиной [7 – 9]. В случае нестационарных процессов она определяется как $\lambda_c = r(t)$. При этом $r(t)$ находится по формуле $r(t) = F'(t) / (1 - F(t))$.

Каждый i-й элемент эквивалентной схемы также характеризуется своей интенсивностью отказов λ_i.

В предположении простейшего потока отказов каждого элемента вероятность его отказа за время, не превышающее величину t, равна $p_i = 1 - \exp\{-\lambda_i t\}$. Соответственно надёжность q_i этого элемента равна $q_i = 1 - p_i = 1 - F_i(t) = \exp(-\lambda_i t)$.

Рассмотрим известную модель [1, 10] с последовательно-параллельным соединением элементов, эквивалентная схема которой показана на рис. 1 в виде набора пяти блоков.

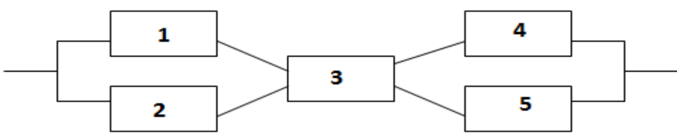


Рис. 1

Как видно из рис. 1, первый и второй элемент группируются в одну параллельную схему, для которой функция распределения $F_{1-2}(t)$ записывается как $F_{1-2}(t) = F_1(t) F_2(t)$.

Аналогично для элементов 4 и 5: $F_{4-5}(t) = F_4(t)F_5(t)$.

Таким образом, вся схема эквивалентна трём последовательно соединенным элементам: 1 – 2, 3, 4 – 5.

При последовательном соединении вероятность отказа p_c такой системы может быть записана как $p_c = p_{1-2} \cdot p_3 \cdot p_{4-5}$.

Таким образом, функция распределения отказов системы $F_c(t)$ может быть представлена следующим образом [11]:

$$F_c(t) = 1 - \left[1 - (1-F_1)(1-F_2)\right](1-F_3)\left[1-(1-F_4)(1-F_5)\right].$$

После подстановки выражений для функции распределения отказов элементов получим для вероятности отказов:

$$P_{отк} = \left(1 - e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - e^{(\lambda_3 - \lambda_4)t} + e^{(\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4)t}\right) \times$$
$$\times \left(1 - e^{(\lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_5)t} - e^{(\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_5)t} + e^{(-\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 - \lambda_5)t}\right).$$

Для примера были заданы следующие значения вектора параметров $\overline{\lambda} = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5\}$: λ_1=0,001с$^{-1}$, λ_2=0,002 с$^{-1}$, λ_3=0,005 с$^{-1}$, λ_4=0,004 с$^{-1}$, λ_5=0,003 с$^{-1}$. Результаты расчётов закона распределения $F_c(t)$, плотности распределения $f_c(t) = F_c'(t)$ и интенсивности отказов $\lambda_c = r(t)$ приведены на графиках рис. 2 – 4, соответственно.

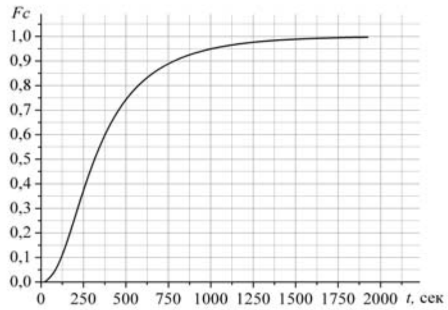


Рис. 2

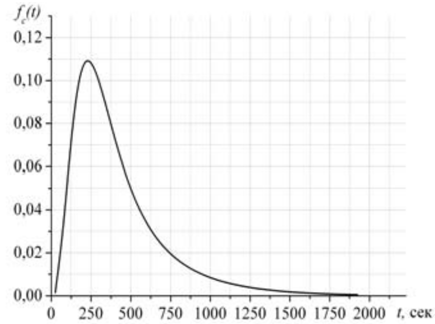


Рис. 3

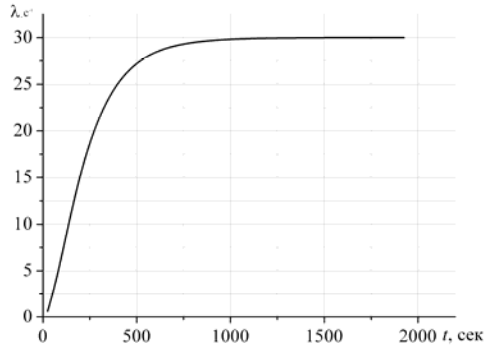


Рис. 4

На рисунке 5 приведен результат аппроксимации функции распределения отказов выражением $F(t)=\left(1-\exp\{-\lambda t\}\right)^{\nu}$.

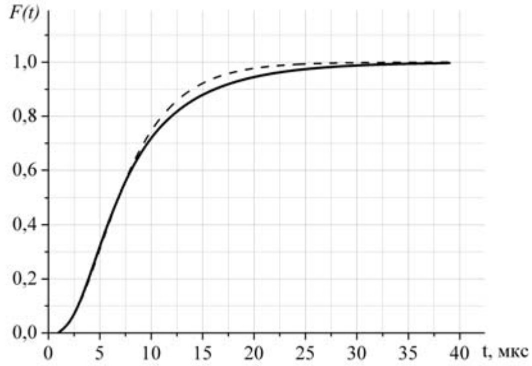


Рис. 5

В качестве критерия приближения при определении параметров обобщенного закона распределения использовался минимум модуля максимального относительного отклонения аппроксимирующей функции от функции распределения $F_c(t)$, полученной аналитическим путем:

$$F_a\left(t\middle|\nu,\lambda\right)=F(t)=\left(1-\exp\{-\lambda t\}\right)^{\nu},$$

где индекс «*a*» указывает на то, что функция распределения получена аналитически.

По оси абсцисс на рис. 5 показано время, соответствующее приведенному численному примеру.

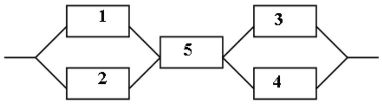
Как видно из графика, наилучшее приближение получено на хвостах распределения, именно там, где требования приближения максимальны.

Полученная функция $F_c(t)$ логически связана с той или иной схемой. Её получение, к сожалению, громоздкая процедура, кроме того ее анализ, привязанный к реальным системам, в дальнейшем практически невозможен. Тем не менее, наглядность её получения весьма ценна с практической точки зрения. Однако предлагаемый способ сведения к стандартным схемам избавляет процесс анализа от перебора всех логически возможных цепочек прохождения информации, если речь идёт об информационных сетях, для электрических сетей – от всех возможных случаев, приводящих к отказу всей схемы.

Кроме того, идея введения общего вида функции распределения времени безаварийной работы выражением $F(t)=\left(1-e^{-\lambda t}\right)^{\nu}$ открывает путь к решению многих задач, общих независимо от схемы и способа связей между элементами. Значение $\nu=1$ соответствует простейшему потоку отказов.

При расчетах и представлении результатов использовались следующие элементы информационных систем (от простых до более сложных). Опуская подробности выводов, приведем в таблицах 1 – 4 результаты аппроксимации полученных законов распределения для различных схем соединения элементов.

Схема 1 – Сочетание последовательного и параллельного соединениЯ пяти элементов.

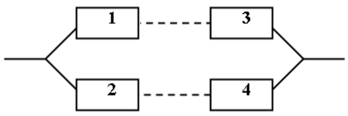


$$P_c = \left[1-\left(1-P_1\right)\left(1-P_2\right)\right]\cdot P_3\cdot\left[1-\left(1-P_4\right)\left(1-P_5\right)\right].$$

Таблица 1

Исходные данные					Результаты	
λ_1, c^{-1}	λ_2, c^{-1}	λ_3, c^{-1}	λ_4, c^{-1}	λ_5, c^{-1}	λ, c^{-1}	ν
0,001	0,002	0,005	0,004	0,003	0,004389	2,900

Схема 2 – Параллельное соединение четырех элементов



$$P_c = \left[1-\left(1-P_1\right)\left(1-P_2\right)\right]P_3\left[1-\left(1-P_4\right)\right].$$

Таблица 2

Исходные данные				Результаты	
λ_1, c^{-1}	λ_2, c^{-1}	λ_3, c^{-1}	λ_4, c^{-1}	λ, c^{-1}	ν
0,001	0,002	0,005	0,004	0,003383	2,049

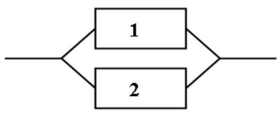


Схема 3 – Параллельное соединение двух элементов

$$P_c = 1-\left(1-P_1\right)\left(1-P_2\right).$$

Таблица 3

Исходные данные		Результаты	
λ_1, c^{-1}	λ_2, c^{-1}	λ, c^{-1}	ν
0,001	0,002	0,00300	1,00

Схема 4 – Последовательно-параллельное соединение элементов

$$P_c = P_1 P_3.$$

Таблица 4

Исходные данные		Результаты	
λ_1, c^{-1}	λ_3, c^{-1}	λ, c^{-1}	ν
0,001	0,004	0,0016	1,844

Анализируя частные случаи соединения элементов, видим, что предложенная схема аппроксимации функции распределения отказов соответствует теоретическим представлениям о смысле полученных параметров λ и ν. Особенно хорошо это видно по данным, представленным в таблицах для схемы 3 и схемы 4.

Таким образом, проведенный анализ показал, что использование приемов, приводящих к получению в явном виде функций распределения времени наработки на отказ, позволяет сравнивать различные схемы.

Также возможна корректная постановка задачи оптимизации и в дальнейшем анализ виртуальных схем, что дает возможность более широкого использования теоретико-вероятностных методов без перечисления возможных путей по узлам графа.

1. *Ковалёв А. П.* Анализ и расчёт надёжности сложных структур с использованием ЭВМ / *А. П. Ковалёв, А. В. Соленый.* – http://masters.donntu.edu.ua/2011/etf/soleniy/library/
2. *Острейковский В. А.* Теория надежности: учеб. для вузов / *В. А. Острейковский.* – М. : Высшая школа. – 2003. – 463 с.
3. *Барлоу Р.* Математическая теория надёжности / *Р. Барлоу, Ф. Прошан* . – М. : Советское радио, 1969. – 488 с.
4. *Диллон Б.* Инженерные методы обеспечения надежности систем ; пер. с англ. / *Б. Диллон, Ч. Синг.* – М. : Мир, 1984. – 318 с.
5. *Половко А. М.* Основы теории надежности: практикум / *А. М. Половко, С. В. Гуров.* – СПб : БХВ – Петербург, 2006. – 560 с.
6. *Решетов Д. Н.* Надежность машин : учеб. пособие для машиностр. спец. вузов под ред. *Д.Н. Решетова* / *Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев.* – М. : Высшая школа, 1988. – 238 с.
7. *Хазов Б. Ф.* Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования / *Б. Ф. Хазов, Б. А. Дидусев.* – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.
8. *Козлов Б. А.* Справочник по расчёту надёжности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики / *Б. А. Козлов, Н. А. Ушаков.* – М. : Советское радио, 1975. – 472 с.
9. *Рябинин И. А.* Основы теории и расчёта надёжности судовых электроэнергетических систем. 2-е изд. / *И. А .Рябинин.* – Л. : «Судостроение», 1971. – 456 с.
10. *Ковалёв А. П.* О преобразовании «звезда-треугольник» в расчётах надёжности сложных по структуре схем, элементы которых могут находиться в трёх состояниях / *А. П. Ковалёв, А. В. Спиваковский* // Электричество. – 1998. – № 10. – С. 8 – 17.
11. *Зорин В. В.* Надёжность систем электроснабжения / *В. В. Зорин, В. В.Тисленко, Ф. Клеппель, Г. Адлер.* – Киев : Вища школа, 1984. – 192 с.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 25.07.2012,
в окончательном варианте 25.10.2012

Восточноукраинский национальный
университет им. В. Даля,
Луганск