

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ОРБИТЫ И ОРИЕНТАЦИИ ОСИ АПСИД НА СОГЛАСОВАННОЕ ДВИЖЕНИЕ ДВУХ СПУТНИКОВ

Получена приближенная аналитическая зависимость разности аргументов широты двух находящихся в одной плоскости космических аппаратов – углового расстояния от времени, величины отклонения от нуля эксцентриситета орбиты, аргументов перицентра и начального условия. Определены амплитуда колебаний углового расстояния и расположение экстремальных значений. Для оценки погрешности проведено моделирование возмущенного движения спутников с учетом нецентрального гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы.

Отримана наближена аналітична залежність різниці аргументів широти – кутової відстані між двома космічними апаратами, що знаходяться в одній площині, від часу, величини відхилення від нуля ексцентриситету орбіти, аргументів перицентру і початкової умови. Визначені амплітуда коливань кутової відстані та розташування екстремальних значень. Для оцінки похибки проведено моделювання збуреного руху супутників із врахуванням нецентрального гравітаційного поля Землі і опору атмосфери.

An approximate analytical dependence of the difference between arguments of the latitude for the two spacecraft moving in the same plane – an angular distance on time, the value of declination from zero of the orbit eccentricity, arguments of the pericentre and an initial condition is obtained. The amplitude of oscillation of an angular distance and location of the extremum values are determined. The disturbed motion of satellites is simulated to estimate an error considering the Earth non-central gravitational field and atmosphere resistance.

Известные преимущества согласованного движения космических аппаратов (КА) в группе по сравнению с одиночным спутником являются причиной актуальности задач рационального построения групп спутниковых систем и поддержания их взаимного расположения в процессе эксплуатации [1 – 7].

В одном из вариантов построения группы из двух КА так называемый дочерний спутник (субспутник) отделяется от основного, и их дальнейшее относительное расположение зависит от параметров отделения и соотношения баллистических коэффициентов [1, 2]. Определена зависимость длительности построения такой группы и межкоррекционного интервала от проектных параметров.

Предложен алгоритм расчета параметров маневров и времени их проведения, обеспечивающих поддержание заданной конфигурации спутниковой системы на круговых орбитах одинакового радиуса и наклона, но отличающихся долготой восходящего узла [3]. После составления календаря проведения маневров проверяется выполнение ограничений, вычисляется значение выбранного функционала и при необходимости процесс повторяется.

Проведено исследование задачи оптимизации импульсной коррекции спутниковой системы, когда каждому из КА сообщается не более двух импульсов [4]. Задача коррекции – привести к номинальным значениям периоды обращения и фазы движения КА относительно друг друга. Выбраны два критерия: наибольший расход топлива одного из КА системы и суммарный расход всех КА.

Одной из задач исследования относительного расположения элементов группировки является оценка вероятности их опасного сближения исходя из результатов измерений параметров орбит наземными средствами или выбранного способа построения [5, 7].

В доступных источниках остается без должного внимания зависимость взаимного расположения находящихся в одной плоскости спутников от формы орбиты, в частности ее отклонения от круговой. Это отклонение приводит к тому, что линейные скорости входящих в группировку КА становятся не-

равными и, как следствие, разность фаз движения и, соответственно, расстояние между ними носит колебательный характер. Этот фактор необходимо учитывать при выборе алгоритма поддержания заданной геометрии группы.

В данной работе ставится задача оценить влияние на согласованное движение находящихся в одной плоскости двух спутников Земли отклонения формы орбиты от круговой, аргументов перицентра ω_1, ω_2 орбиты каждого из спутников и начальной разности аргументов широты Δu_0 .

Принимаются предположения, что высота перигея находится в пределах 400 – 1500 км и эксцентриситет e не более 0,1.

При этих предположениях с погрешностью не более сотых долей процента аргумент широты u определяется решением уравнения

$$\frac{du}{dt} = \frac{\sqrt{\mu \cdot p}}{r(u)^2}, \quad r(u) = \frac{p}{1 + e \cdot \cos(u - \omega)}, \quad (1)$$

в котором время t отсчитывается от момента окончания коррекции параметров орбит группы КА или ее построения.

В (1) обозначены: μ – гравитационный параметр Земли, p – фокальный параметр орбиты, r – ее текущий радиус.

Согласно (1) угловое расстояние между КА следует из уравнения

$$\frac{d(u_1 - u_2)}{dt} = \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} \cdot \left[(1 + e \cdot \cos(u_1 - \omega_1))^2 - (1 + e \cdot \cos(u_2 - \omega_2))^2 \right], \quad (2)$$

из которого видно, что экстремальные значения разности угловых расстояний $\Delta u = u_1 - u_2$ имеют место, когда

$$\cos(u_1 - \omega_1) = \cos(u_2 - \omega_2). \quad (3)$$

С погрешностью не более 10% слагаемое, пропорциональное e^2 в квадратных скобках выражения (2), принимаем за нуль, тогда

$$\frac{d(\Delta u)}{dt} = 2e \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} \cdot [\cos(u_1 - \omega_1) - \cos(u_1 - \Delta u - \omega_2)]. \quad (4)$$

Для получения приближенной оценки амплитуды колебаний Δu с учетом принятого выше ограничения эксцентриситета примем, что текущий аргумент широты КА₁ (первый в группе) изменяется линейно, а входящую в правую часть (4) переменную величину Δu приравняем ее начальному значению Δu_0 , то есть

$$u_1 = u_{10} + m \cdot t, \quad m = \sqrt{\frac{\mu}{p^3}}. \quad (5)$$

Тогда решение уравнения (4) примет вид

$$\Delta u = \Delta u_0 + 2m \cdot e \cdot (I_1 - I_2), \quad (6)$$

где $I_1 = \int_0^t \cos(u_{10} + m \cdot \tau - \omega_1) \cdot d\tau = [\sin(u_{10} + m \cdot t - \omega_1) - \sin(u_{10} - \omega_1)] / m$,

$$I_2 = \int_0^t \cos(u_{10} + m \cdot t - \Delta u_0 - \omega_2) \cdot d\tau = [\sin(u_{10} + m \cdot t - \Delta u_0 - \omega_2) - \sin(u_{10} - \Delta u_0 - \omega_2)] / m.$$

После преобразований выражений (6) получаем приближенную зависимость от времени разности между аргументами широты КА₁ и КА₂:

$$\Delta u(t) = \Delta u_0 + 2e \cdot [R_c \cdot \sin(m \cdot t) - 2R_s \cdot \sin^2(m \cdot t/2)], \quad (7)$$

где $R_c = -2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta$; $R_s = 2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$; $\alpha = (2u_{10} - \Delta u_0 - \omega_1 - \omega_2) / 2$;
 $\beta = (\omega_2 - \omega_1 + \Delta u_0) / 2$.

Приравнявая нулю производную выражения (7) определяем моменты времени экстремальных значений углового расстояния между КА:

$$t_{ex} = \frac{1}{m} \cdot \operatorname{arctg} \frac{R_c}{R_s}; \quad t_{ex1} = -\frac{1}{m} \cdot \operatorname{arctg}(tg\alpha) = -\frac{\alpha}{m}; \quad t_{ex2} = -\frac{\alpha + \pi}{2m}. \quad (8)$$

Из этого выражения с учетом (5) находим аргумент широты КА₁, соответствующий первому экстремальному значению углового расстояния между КА Δu :

$$u_{1ex} = (\omega_1 + \omega_2 + \Delta u_0) / 2. \quad (9)$$

Оценку, аналогичную (9), можно получить также путем анализа возможных вариантов выполнения равенства (3).

Для определения вида экстремума в точках (8) анализируем знак второй производной выражения (7)

$$\frac{d^2(\Delta u(t))}{dt^2} = -2e \cdot m^2 \cdot (R_c \cdot \sin mt + R_s \cdot \cos mt). \quad (10)$$

Из (10) следует, что в первой экстремальной точке (8) вид экстремума зависит от β (7): максимум, если $\sin \beta > 0$, и минимум в противном случае. Обратное имеет место для второй точки экстремума (8): минимум, если $\sin \beta > 0$, и максимум, если $\sin \beta < 0$.

Удвоенную амплитуду колебаний углового расстояния между КА определим исходя из (7), (8):

$$\begin{aligned} & |\Delta u(t_{ex1}) - \Delta u(t_{ex2})| = \\ & = \left| \Delta u_0 + 2e \cdot [R_c \cdot \sin(-\alpha) - 2R_s \cdot \sin^2(-\frac{\alpha}{2})] - \right. \\ & \left. - \Delta u_0 - 2e \cdot [R_c \cdot \sin(-(\alpha + \pi)) - 2R_s \cdot \sin^2(-\frac{\alpha + \pi}{2})] \right| = \\ & = 2e \cdot \left| -2R_c \cdot \sin \alpha + 2R_s \left(\sin^2 \frac{\alpha + \pi}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) \right| = \\ & = 4e \cdot |R_s \cdot \cos \alpha - R_c \cdot \sin \alpha| = 8e |\sin \beta|. \quad (11) \end{aligned}$$

Из (11) следует, что в первом приближении амплитуда колебаний углового расстояния между КА на околокруговой эллиптической орбите линейно зависит от эксцентриситета орбиты и не превышает $4e$. Аргументы перицентра ω_1, ω_2 вместе с начальным угловым расстоянием Δu_0 определяют угол β (7) и, соответственно, оказывают влияние на величину амплитуды, а также на неравномерность линейного (l/l_0) расстояния между КА (рис. 1, 2).

Для проверки точности приближенных соотношений (8), (9), (11) была выбрана модель возмущенного движения двух КА, в которой учитывается нецентральное гравитационное поле и сопротивление атмосферы:

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega_k}{dt} &= W_k \cdot \frac{r_k \cdot \sin u_k}{\sin i_k \cdot \sqrt{\mu \cdot p_k}}; \quad \frac{di_k}{dt} = W_k \cdot \frac{r_k \cdot \cos u_k}{\sqrt{\mu \cdot p_k}}; \quad \frac{dp_k}{dt} = 2r_k \cdot T_k \cdot \sqrt{\frac{p_k}{\mu}}; \\ \frac{d\lambda_{1k}}{dt} &= \sqrt{\frac{p_k}{\mu}} \cdot [-S_k \cdot \cos u_k + T_k \cdot (1 + \frac{r_k}{p_k}) \cdot \sin u_k + \\ &+ \frac{r_k}{p_k} (T_k \cdot \lambda_{1k} - W_k \cdot \lambda_{2k} \cdot \text{ctgi}_k \cdot \sin u_k)]; \\ \frac{d\lambda_{2k}}{dt} &= \sqrt{\frac{p_k}{\mu}} \cdot [S_k \cdot \sin u_k + T_k \cdot (1 + \frac{r_k}{p_k}) \cdot \cos u_k + \\ &+ \frac{r_k}{p_k} (T_k \cdot \lambda_{2k} + W_k \cdot \lambda_{1k} \cdot \text{ctgi}_k \cdot \sin u_k)]; \\ \frac{du_k}{dt} &= \frac{\sqrt{\mu \cdot p_k}}{r_k^2} \cdot (1 - \frac{r_k^3}{\mu \cdot p_k} \cdot W_k \cdot \text{ctgi}_k \cdot \sin u_k), \quad k=1, 2. \quad (12) \end{aligned}$$

В уравнениях (12) приняты обозначения: Ω, i – долгота восходящего узла и наклонение орбиты; λ_1, λ_2 – вспомогательные переменные ($\lambda_1 = e \cdot \sin \omega, \lambda_2 = e \cdot \cos \omega$); S, T, W – ускорения КА, вызванные отклонением гравитационного поля от центрального и сопротивлением атмосферы:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\varepsilon}{r^4} \cdot (3i^2 \cdot u^2 - 1) - \rho \cdot b \cdot V \cdot \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot e \cdot \sin(u - \omega), \\ T &= -\frac{\varepsilon}{r^4} \cdot \sin^2 i \cdot \sin(2u) - \rho \cdot b \cdot V \cdot \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot (1 + e \cdot \cos(u - \omega)), \\ W &= -\frac{\varepsilon}{r^4} \cdot \sin(2i) \cdot \sin u, \end{aligned}$$

где постоянная $\varepsilon = 2,648 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$, ρ – плотность атмосферы на высоте КА над поверхностью земного эллипсоида, b – баллистический коэффициент, V – скорость КА.

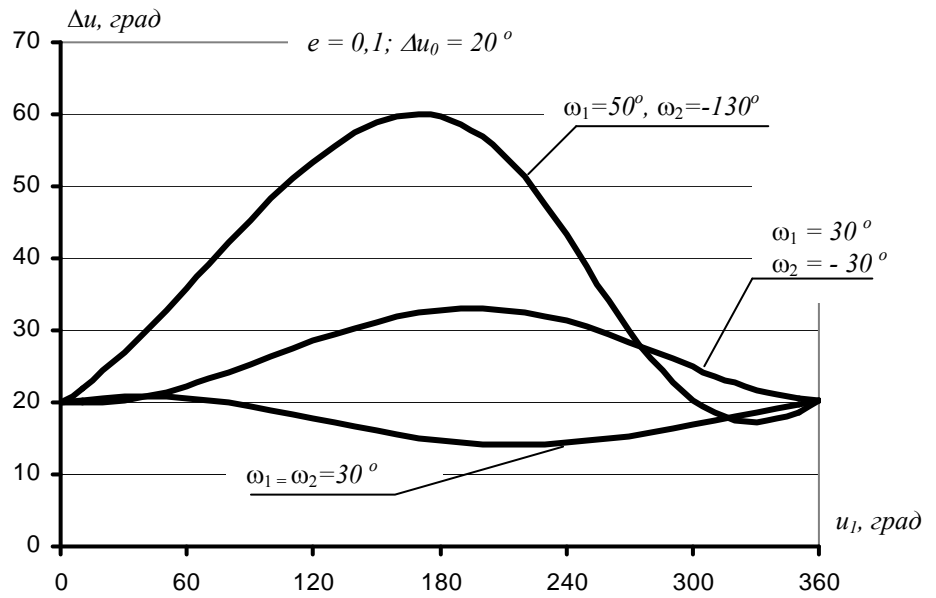


Рис. 1

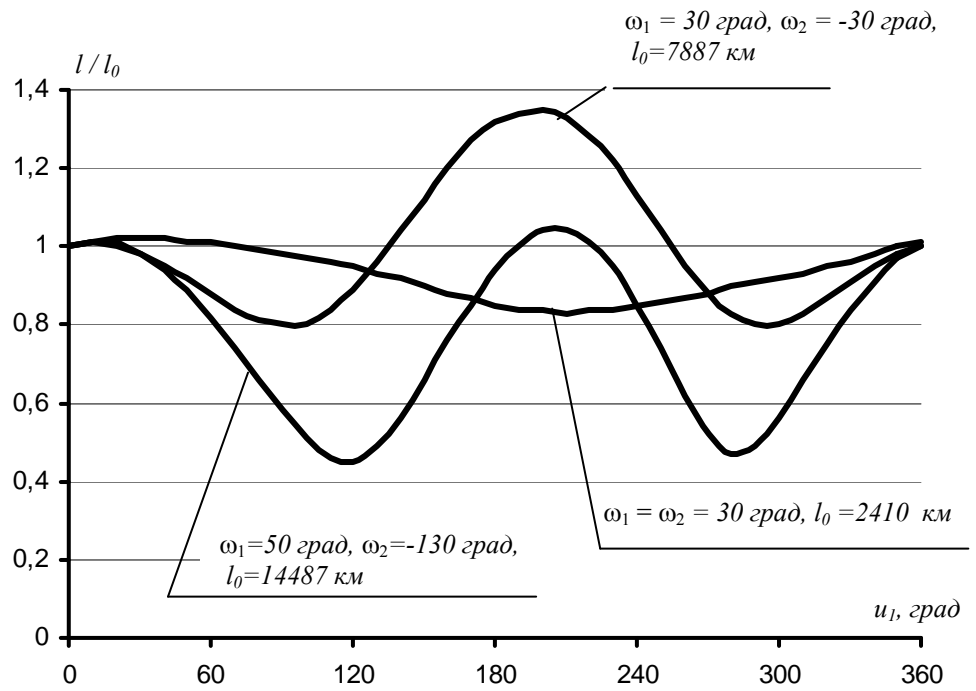


Рис. 2

Отнесенная к Δu_0 средняя погрешность оценки (11) для нескольких десятков вариантов входных данных не превышает 5%, тогда как максимальная в отдельных случаях может доходить до 35%.

Средняя погрешность оценок (8), (9) расположения экстремальных точек не превышает 1%, максимальная – не более 7%.

Выводы.

1. Получена зависимость разности аргументов широты двух КА на некруговой орбите от времени, аргументов перицентра и начального углового расстояния Δu_o (7).

2. Установлено расположение экстремальных точек углового расстояния между КА (8), (9).

3. Определена оценка удвоенной амплитуды углового расстояния в зависимости от эксцентриситета, аргументов перицентра и Δu_o (11). Наименьшее значение амплитуды имеет место, когда разность между аргументом перицентра первого КА группы и аргументом перицентра второго КА приближается к Δu_o .

Полученные результаты могут быть применены при разработке алгоритма поддержания согласованного движения группы из двух спутников.

1. *Авдеев В. В.* Оцінка деформації групи супутник – субсупутник під впливом опору атмосфери / *В. В. Авдеев* // Космічна наука і технологія. – 1997. – Т. 3, № 5/6. – С. 30 – 33.
2. *Авдеев В. В.* Побудова групи із двох супутників без використання рушійної установки / *В. В. Авдеев* // Космічна наука і технологія. – 2001. – Т. 7, № 5/6. – С. 26 – 29.
3. *Баранов А. А.* Поддержание заданной конфигурации спутниковой системы / *А. А. Баранов, А. А. Баранов* // Космические исследования. – 2009. – Т. 47, № 1. – С. 48 – 54.
4. *Компаниец Э. П.* Баллистическое обеспечение пусков ракет-носителей : монография / *Э. П. Компаниец, Н. М. Дронь, В. Е. Белозеров.* – Д. : ДНУ, 2010. – 468 с.
5. *Приходько В. И.* Кинематика относительного движения двух космических тел на близких почти круговых орбитах / *В. И. Приходько* // Космические исследования. – 2010. – Т. 48, № 3. – С. 266 – 277.
6. *Скребушевский Б. С.* Формирование орбит космических аппаратов / *Б. С. Скребушевский.* – М. : Машиностроение, 1990. – 256 с.
7. *Компаниец Э. П.* Group injection of spacecrafts / *Э. П. Компаниец, J. Smetanin* // 46th intern. astronautically congress. – Oslo, Norway, 1995. – P. 119.