

ИЗМЕНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПИТАЮЩЕГО ТРУБОПРОВОДА ЖРД ПРИ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТ

На основе математической модели прямолинейного трубопровода, описывающей совместные продольные колебания жидкости и конструкции трубопровода, предложена методика определения коэффициентов форм колебаний прямолинейного питающего трубопровода жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) по длине при продольных колебаниях жидкостных ракет. В качестве граничных условий в месте соединения трубопровода с двигателем предложено использовать такие импедансные соотношения, при которых совпадают коэффициенты форм колебаний ракеты и трубопровода. Определены коэффициенты форм колебаний тестового питающего трубопровода ЖРД. Показано влияние взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода, жесткости сиффона на изменение коэффициентов форм колебаний трубопровода.

На основі математичної моделі прямолінійного трубопроводу, що описує спільні поздовжні коливання рідини й конструкції трубопроводу, запропонована методика визначення коефіцієнтів форм коливань прямолінійного живильного трубопроводу рідинного ракетного двигуна (РРД) по довжині при поздовжніх коливаннях рідинних ракет. Як граничні умови в місці з'єднання трубопроводу із двигуном запропоновано використовувати такі імпедансні співвідношення, при яких збігаються коефіцієнти форм коливань ракети й трубопроводу. Визначено коефіцієнти форм коливань тестового живильного трубопроводу РРД. Показано вплив взаємодії рідини й конструкції трубопроводу, жорсткості сиффона на зміну коефіцієнтів форм коливань трубопроводу.

Based on the linear pipeline mathematical model describing common longitudinal oscillations of the fluid and the pipeline structure, the technique for determining the coefficients of oscillation shapes of the LRE linear feed pipeline along the length under longitudinal oscillations of liquid rockets is proposed. The impedance relations, under which the coefficients of oscillation shapes of the LRE test feed pipeline coincide, are proposed as limited conditions. The coefficients of oscillation shapes of the LRE test feed pipeline are established. The effects of the interaction between the fluid and the pipeline structure, the bellows rigidity on variations in the pipeline oscillation shapes coefficients are shown.

Введение. Проблема обеспечения продольной устойчивости жидкостных ракет обычно стоит перед разработчиками при создании новых и модернизации существующих ракет среднего и тяжелого классов [1, 2]. В механизме возникновения продольных колебаний конструкции ракеты важное место занимает питающий трубопровод как динамическое звено, через которое осуществляется обратная связь между корпусом ракеты (колебательное звено) и жидкостным ракетным двигателем (ЖРД) (источник энергии) [3]. Верхний конец трубопровода соединяется с баком, нижний – с двигательной установкой, которые располагаются на значительном расстоянии и имеют различные коэффициенты формы колебаний. Трубопровод может быть закреплен в промежуточных сечениях, что накладывает дополнительные связи на продольные перемещения трубопровода. От того, с какими коэффициентами форм колебаний происходят колебания отдельных участков трубопровода, могут зависеть результаты анализа продольной устойчивости или результаты определения амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет.

Целью настоящей работы является разработка методики определения формы колебаний прямолинейного питающего трубопровода ЖРД при продольных колебаниях жидкостных ракет.

1. Математическая модель трубопровода и импедансный метод решения.

Математическая модель трубопровода с распределенными параметрами, учитывающая взаимодействие в продольном направлении жидкости и конструкции трубопровода, представлена в работах [4, 5] и включает уравнение движения жидкости, уравнение неразрывности жидкости, уравнение движения стенки трубопровода в осевом направлении и уравнение состояния стен-

ки трубопровода (в принятой системе координат ось z направлена по течению жидкости)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{gA_{жс}} \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{2\Delta\bar{p}}{lG} (G - \gamma_{жс} A_{жс} \dot{u}_z) = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{c^2 \gamma_{жс}}{g} \left(\frac{1}{\gamma_{жс} A_{жс}} \frac{\partial G}{\partial z} - 2\nu \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right) = 0, \\ \frac{\partial F_z}{\partial z} - \frac{\gamma_m A_m}{g} \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial F_z}{\partial t} - A_m E_m \left(1 + \mu_z \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} - \nu \frac{DA_m}{2\delta_T} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

где p , G – давление и весовой расход жидкости; F_z , \dot{u}_z – продольная сила и скорость перемещения трубопровода; t – время; $\gamma_{жс}$, γ_m – удельный вес жидкости и материала трубопровода; $A_{жс}$, A_m – площади поперечных сечений трубопровода, занятых жидкостью и стенкой трубопровода; g – ускорение свободного падения; Δp – потери давления на участке трубопровода длиной l ; c – скорость звука в жидкости; ν – коэффициент Пуассона; E_m – модуль упругости материала трубопровода; μ_z – коэффициент демпфирования конструкции трубопровода; D , δ_T – внутренний диаметр и толщина стенки трубопровода; черта над параметром означает его постоянство.

В этой модели влияние колебаний жидкости на колебания конструкции трубопровода осуществляется за счет изменения внутреннего давления жидкости, которое приводит к появлению в стенке трубопровода окружных напряжений и, в соответствии с эффектом Пуассона, осевых напряжений. Влияние колебаний конструкции на колебания жидкости осуществляется за счет осевого сокращения или удлинения конструкции трубопровода.

Используем полученное в [5] решение системы (1) в виде передаточной матрицы трубопровода с распределенными параметрами

$$\left\{ \begin{array}{l} p(z, s) = b_{1,1} p(0, s) + b_{1,2} G(0, s) + b_{1,3} F_Z(0, s) + b_{1,4} \dot{u}_Z(0, s), \\ G(z, s) = b_{2,1} p(0, s) + b_{2,2} G(0, s) + b_{2,3} F_Z(0, s) + b_{2,4} \dot{u}_Z(0, s), \\ F_Z(z, s) = b_{3,1} p(0, s) + b_{3,2} G(0, s) + b_{3,3} F_Z(0, s) + b_{3,4} \dot{u}_Z(0, s), \\ \dot{u}_Z(z, s) = b_{4,1} p(0, s) + b_{4,2} G(0, s) + b_{4,3} F_Z(0, s) + b_{4,4} \dot{u}_Z(0, s), \end{array} \right. \quad (2)$$

где $p(0, s)$, $G(0, s)$, $F_Z(0, s)$, $\dot{u}_Z(0, s)$ – соответствующие параметры на входе в рассматриваемый элемент трубопровода; $p(z, s)$, $G(z, s)$, $F_Z(z, s)$, $\dot{u}_Z(z, s)$ – соответствующие параметры на расстоянии z от входа в рассматриваемый элемент трубопровода; $b_{i,j}$, $i, j = 1, 2, 3, 4$ – элементы передаточной матрицы трубопровода.

В продольных колебаниях конструкции трубопровода определяющее значение может играть сильфон, у которого при одинаковой продольной силе продольные перемещения, как правило, значительно больше, чем у трубопровода. Будем использовать математическую модель сильфона, полученную в работе [5]. Эта модель использует две основные характеристики сильфона в продольном направлении – k_z , k_p – коэффициенты жесткостей по продоль-

ной силе и по давлению, между которыми существует связь через эффективную площадь $A_{эф}$

$$k_z = A_{эф} k_p.$$

Для определения коэффициентов форм колебаний питающего трубопровода импедансным методом при совместных продольных колебаниях жидкости и конструкции трубопровода будем использовать запись граничных условий для каждого сечения гидроупругой системы, как в работе [5]. Тогда на выходе элемента гидроупругой системы (трубопровода, сильфона) граничные условия можно представить в виде

$$\begin{cases} p_2 = \varphi_{1,1} G_2 + \varphi_{1,2} F_{Z2}, \\ \dot{u}_{Z2} = \varphi_{2,1} G_2 + \varphi_{2,2} F_{Z2}, \end{cases} \quad (3)$$

где p_2 , G_2 , F_{Z2} и \dot{u}_{Z2} – параметры гидроупругой системы на выходе элемента; $\varphi_{1,1}$, $\varphi_{1,2}$, $\varphi_{2,1}$ и $\varphi_{2,2}$ – импедансные соотношения на выходе элемента.

Аналогично могут быть представлены граничные условия на входе в элемент гидроупругой системы

$$\begin{cases} p_1 = \psi_{1,1} G_1 + \psi_{1,2} F_{Z1}, \\ \dot{u}_{Z1} = \psi_{2,1} G_1 + \psi_{2,2} F_{Z1}, \end{cases} \quad (4)$$

где p_1 , G_1 , F_{Z1} и \dot{u}_{Z1} – параметры гидроупругой системы на входе элемента; $\psi_{1,1}$, $\psi_{1,2}$, $\psi_{2,1}$ и $\psi_{2,2}$ – импедансные соотношения на входе элемента.

Импедансные соотношения на входе $\psi_{1,1}$, $\psi_{1,2}$, $\psi_{2,1}$ и $\psi_{2,2}$ могут быть определены из граничных условий на выходе (3) и передаточной матрицы элемента гидроупругой системы (2). Порядок определения выражений для $\psi_{1,1}$, $\psi_{1,2}$, $\psi_{2,1}$ и $\psi_{2,2}$ представлен в работе [5].

При определении коэффициентов усиления элемента гидроупругой сети следует использовать следующие импедансные соотношения

$$\begin{cases} p_2 = W_{1,1} p_1 + W_{1,2} \dot{u}_{Z1}, \\ \dot{u}_{Z2} = W_{2,1} p_1 + W_{2,2} \dot{u}_{Z1}, \end{cases} \quad (5)$$

где $W_{1,1}$, $W_{1,2}$, $W_{2,1}$ и $W_{2,2}$ – коэффициенты усиления элемента.

Для определения частотных характеристик $W_{1,1}$, $W_{1,2}$, $W_{2,1}$ и $W_{2,2}$ можно в передаточную матрицу элемента (2) подставить матрицу, обратную (4). Тогда получим

$$\begin{cases} W_{1,1} = b_{1,1} + b_{1,2} \psi_{1,1}^* + b_{1,3} \psi_{2,1}^*, \\ W_{1,2} = b_{1,4} + b_{1,2} \psi_{1,2}^* + b_{1,3} \psi_{2,2}^*, \\ W_{2,1} = b_{4,1} + b_{4,2} \psi_{1,1}^* + b_{4,3} \psi_{2,1}^*, \\ W_{2,2} = b_{4,4} + b_{4,2} \psi_{1,2}^* + b_{4,3} \psi_{2,2}^*, \end{cases}$$

$$\text{где } \Psi_{1,1}^* = \frac{\Psi_{2,2}}{\Delta}; \quad \Psi_{1,2}^* = \frac{-\Psi_{1,2}}{\Delta}; \quad \Psi_{2,1}^* = \frac{-\Psi_{2,1}}{\Delta}; \quad \Psi_{2,2}^* = \frac{\Psi_{1,1}}{\Delta};$$

$$\Delta = \Psi_{1,1}^* \Psi_{2,2}^* - \Psi_{1,2}^* \Psi_{2,1}^*.$$

Используя импедансные соотношения для двух элементов гидроупругой сети $W_{i,j}^{(1)}$ и $W_{i,j}^{(2)}$ (где $i, j = 1, 2, 3, 4$) в виде (5), можно получить коэффициенты усиления последовательного соединения этих двух элементов $W_{i,j}^{\Sigma}$

$$\begin{cases} W_{1,1}^{\Sigma} = W_{1,1}^{(1)} W_{1,1}^{(2)} + W_{1,2}^{(1)} W_{2,1}^{(2)}, \\ W_{1,2}^{\Sigma} = W_{1,2}^{(1)} W_{1,1}^{(2)} + W_{1,1}^{(1)} W_{2,2}^{(2)}, \\ W_{2,1}^{\Sigma} = W_{2,1}^{(1)} W_{1,1}^{(2)} + W_{2,2}^{(1)} W_{2,1}^{(2)}, \\ W_{2,2}^{\Sigma} = W_{2,2}^{(1)} W_{1,1}^{(2)} + W_{2,1}^{(1)} W_{2,2}^{(2)}. \end{cases} \quad (6)$$

Последовательно применяя формулы (6), можно определить коэффициенты усиления как нескольких участков, так и всего трубопровода.

Между коэффициентами форм колебаний конструкции трубопровода $\frac{\bar{u}_{ZB}}{\bar{u}_{Z1}}$ (\bar{u}_{ZB} , \bar{u}_{Z1} – продольные перемещения конструкции трубопровода в сечениях нижнего днища бака и двигателя) и коэффициентом усиления конструкции трубопровода $W_{2,2}^{\Sigma}$ существует связь

$$\frac{\bar{u}_{ZB}}{\bar{u}_{Z1}} = \frac{1}{W_{2,2}^{\Sigma}}.$$

2. Методика определения коэффициентов форм колебаний трубопровода.

Разобьем весь трубопровод (даже если он является однородным, но длинным) на n -ое количество участков в общем случае различной длины. Будем переносить граничные условия вида (3) последовательно через каждый участок трубопровода от сечения, где трубопровод соединяется с двигателем (выход последнего элемента) до сечения, где трубопровод соединяется с баком (вход первого элемента) и определять коэффициенты усиления каждого участка трубопровода от текущего участка до входа в двигатель $(W_{2,2}^{\Sigma})^1$, $(W_{2,2}^{\Sigma})^2, \dots, (W_{2,2}^{\Sigma})^i, \dots, (W_{2,2}^{\Sigma})^n$. Для этого в месте соединения трубопровода с двигателем следует задать граничные условия в виде импедансных соотношений (3). При этом взаимным влиянием пульсаций жидкости и вибраций конструкции в этом сечении можно пренебречь, поэтому $\varphi_{1,2} = \varphi_{2,1} = 0$. Импедансное соотношение $\varphi_{1,1}$ определяется ЖРД, а $\varphi_{2,2}$ будем задавать на частоте рассматриваемого тона колебаний конструкции ракеты таким образом, чтобы коэффициент усиления трубопровода $1/W_{2,2}^{\Sigma}$ был равен коэффициенту формы колебаний ракеты между сечениями, где располагаются ЖРД и нижнее днище питающего бака $\bar{u}_{ZB}/\bar{u}_{Z1}$. Коэффициенты форм колебаний ракеты для сечений, где трубопровод соединяется с баком и двигателем, определяются при решении задачи о свободных колебаниях конструкции кор-

пуса ракеты [6]. Полученные коэффициенты усиления каждого выделенного участка трубопровода $(W_{2,2}^{\Sigma})^1, (W_{2,2}^{\Sigma})^2, \dots, (W_{2,2}^{\Sigma})^i, \dots, (W_{2,2}^{\Sigma})^n$ дадут распределение коэффициента формы колебаний по длине трубопровода.

Возможные крепления трубопровода к корпусу ракеты в промежуточных сечениях могут быть учтены с помощью соответствующих граничных условий.

3. Численный пример. Проиллюстрируем определение изменения коэффициента формы колебаний тестового прямолинейного питающего трубопровода ЖРД, схема которого представлена на рис.1. Алюминиевый трубопровод длиной 10 м, внутренним диаметром 0,4 м и толщиной стенки 4 мм соединяет питающий бак и двигатель. Скорость рабочей жидкости в трубопроводе 5 м/с, потери давления 1,5 кгс/см². Зададим в соответствии с представленной методикой граничные условия в месте соединения трубопровода с двигателем

$$\varphi_{1,1} = 0,7 \text{ с/см}^2 \text{ и } \varphi_{1,2} = \varphi_{2,1} = 0.$$

Продольную жесткость сильфона k_z , как в работе [5], будем задавать в долях продольной жесткости трубопровода k_z^{mp} , которая может быть найдена из формулы, связывающей напряжение σ_z и относительное изменение длины трубопровода в продольном направлении ε_z

$$\sigma_z = E_M \varepsilon_z.$$

Из этой формулы может быть определен коэффициент жесткости трубопровода

$$k_z^{mp} = \frac{E_M A_M}{l}.$$

Расчеты проводились для одного тона колебаний конструкции ракеты при трех уровнях заполнения бака: 100, 50 и 25% (см. рис. 2, 3 и 4 соответственно). Каждому уровню заполнения бака соответствуют свои коэффициенты форм колебаний (значения $1/W_{2,2}^{\Sigma}$ при $l = 0$ и $l = 10 \text{ м}$) и частота колебаний: 7,9, 15,0 и 26,7 Гц, соответственно.

Результаты расчетов изменения коэффициента формы колебаний трубопровода без учета взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода, а также без сильфона, показывают, что коэффициент формы колебаний монотонно изменяется по длине трубопровода (позиция 1 на рис. 2 – 4). При установке сильфона на входе в двигатель в месте установки сильфона наблюдается “скачок” коэффициента формы колебаний и далее его монотонное изменение (см. пунктирные линии 2 и 3 на рис. 2 – 4). Чем меньше коэффициент жесткости сильфона, тем больше “скачок” коэффициента формы колебаний:

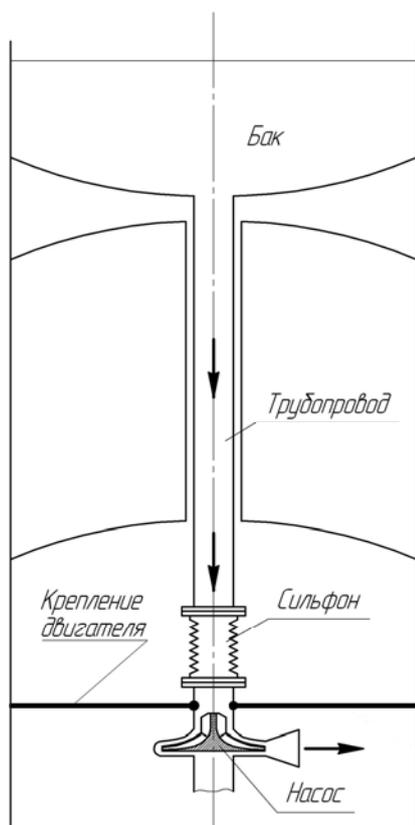


Рис. 1

позиции 2 на рис. 2 – 4 соответствуют жесткости сиффона $0,1 k_z^{mp}$, позиции 3 – жесткости $0,01 k_z^{mp}$. При “мягком” сиффоне (жесткость $0,01 k_z^{mp}$) коэффициент формы колебаний приближается к вертикальной линии. Это свидетельствует о том, что конструкция трубопровода совершает колебания с коэффициентом формы колебаний, близким к коэффициенту формы колебаний нижнего днища бака.

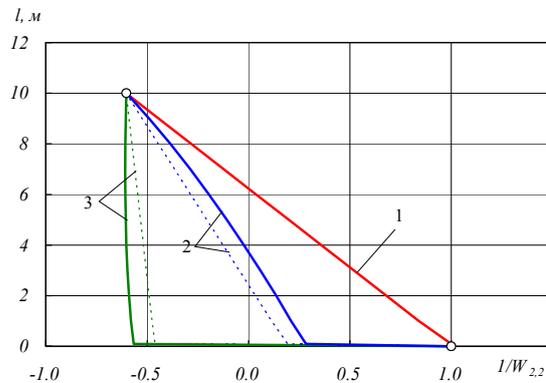


Рис. 2

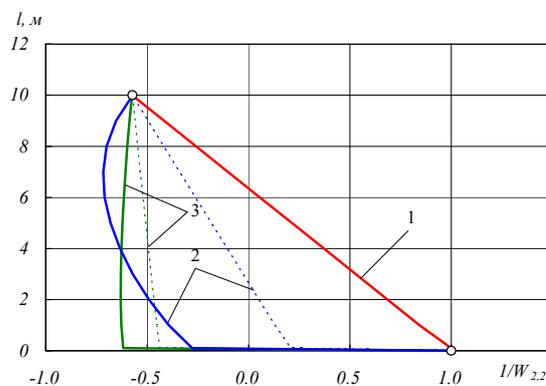


Рис. 3

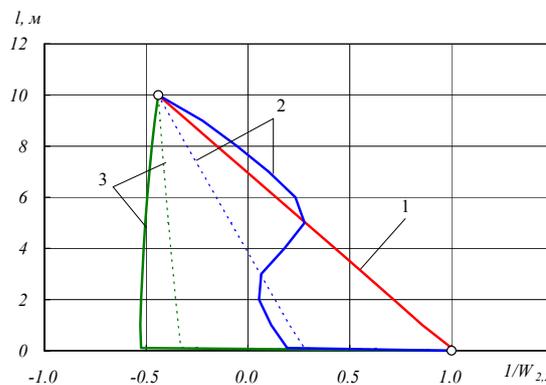


Рис. 4

25% (частоты колебаний конструкции ракеты 15,0 и 26,7 Гц) зависимости коэффициента форм колебаний трубопровода имеют сложный вид и существенно отличаются от коэффициента формы колебаний при неучете взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода (сплошные линии 2 на рис. 3 и 4).

При учете взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода, но без сиффона, коэффициенты форм колебаний трубопровода практически не изменяются. Однако при установке сиффона коэффициент форм колебаний трубопровода может существенно количественно и качественно измениться.

Так, для всех уровней заполнения бака при установке “мягкого” сиффона коэффициент формы колебаний трубопровода испытывает дополнительный “скачок”, но остается близким к вертикальной линии (см. сплошные линии 3 на рис. 2 – 4). Для сиффона с жесткостью $0,1 k_z^{mp}$ наблюдаются качественно различные зависимости коэффициента формы колебаний трубопровода по длине трубопровода. При уровне заполнения бака 100% (частота колебаний конструкции ракеты 7,9 Гц) коэффициент формы колебаний трубопровода отличается от его зависимости при неучете взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода только количественно (сплошная линия 2 на рис. 2). При уровнях заполнения бака 50 и

Заключение. Предложена методика определения коэффициентов форм колебаний прямолинейного питающего трубопровода ЖРД по длине при продольных колебаниях жидкостных ракет. В качестве граничных условий в месте соединения трубопровода с двигателем предложено использовать такие импедансные соотношения, при которых совпадают коэффициенты форм колебаний ракеты и трубопровода. Определены коэффициенты форм колебаний тестового питающего трубопровода ЖРД при продольных колебаниях жидкостных ракет. Показано, что при неучете взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода и отсутствии сильфона коэффициент формы колебаний трубопровода изменяется монотонно. При установке сильфона коэффициент формы колебаний трубопровода претерпевает “скачок”, который тем больше, чем меньше жесткость сильфона. При учете взаимодействия жидкости и конструкции трубопровода коэффициент формы колебаний трубопровода может иметь сложную зависимость по длине трубопровода.

Перспективным в данном направлении исследований является разработка методики определения коэффициента формы колебаний трубопровода пространственной конфигурации.

1. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты / *М. С. Натанзон.* – М. : Машиностроение, 1977. – 208 с.
2. Динамика жидкостных ракетных двигательных установок и продольная устойчивость жидкостных ракет-носителей / *В. В. Пилипенко, В. А. Задонцев, Н. И. Довгоцько, Ю. Е. Григорьев, И. К. Манько, О. В. Пилипенко* // *Техническая механика.* – 2001. – №2. – С.11 – 37.
3. *Колесников К. С.* Продольные колебания ракеты с жидкостным ракетным двигателем / *К. С. Колесников.* – М. : Машиностроение, 1971. – 260 с.
4. *Уиггерт.* Влияние степени закрепления колена на переходной режим изменения давления в трубопроводе / *Уиггерт, Отуэлл, Хатфилд* // *Теор. основы инж. расчетов.* – 1985. – № 3. – С. 249 – 258.
5. *Долгополов С. И.* Определение импедансным методом частотных характеристик прямолинейного трубопровода при совместных продольных колебаниях конструкции трубопровода и жидкости / *С. И. Долгополов* // *Техническая механика.* – 2010. – № 1. – С. 9 – 20.
6. *Микишев Г. Н.* Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов / *Г. Н. Микишев.* – М. : Машиностроение, 1978. – 247 с.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 07.09.09,
в окончательном варианте 07.09.09