

## ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ПЕРИФЕРИЙНОГО ЭЛЕМЕНТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Рассматривается задача представления упруго деформируемых элементов крупногабаритных космических конструкций расчетными схемами вида шарнирно соединенных твердых тел. На примере представления балки цепью тел проиллюстрированы возможности процедуры выбора параметров конечномерной расчетной схемы, основанной на оригинальном критерии эквивалентности.

Розглядається задача представлення елементів великогабаритних космічних конструкцій, що пружно деформуються, розрахунковими схемами вигляду шарнірно з'єднаних твердих тіл. На прикладі представлення балки ланцюгом тіл проілюстровані можливості процедури вибору параметрів скінченновимірної розрахункової схеми, що базується на оригінальному критерії еквівалентності.

The present article examines the problem on representation of elastic deformable elements of large-sized space constructions by design models of joint-connected rigid bodies. Possibilities of parameter choice procedure for the finite-dimensional design model based on an original equivalence criterion are demonstrated with an example of representation of the beam by the sequence of bodies.

Особенности задачи учета упругих колебаний деформируемых элементов при моделировании динамики крупногабаритных космических систем во многом определяются условиями их функционирования [1]. Для систем рассматриваемого класса характерны большие (по сравнению с традиционными космическими аппаратами (КА)) геометрические размеры, которые, в сочетании с необходимостью разворачивать конструкцию в рабочее положение после выведения на орбиту, определяют ее низкую жесткость. В качестве примера можно привести системы, в которых большие отражающие поверхности – крупногабаритные антенны, радиотелескопы, плоские зеркальные отражатели солнечного излучения – являются основным функциональным элементом [2 – 3]. Представляет значительный интерес случай присоединения к несущему телу пространственно развитых периферийных элементов: панелей солнечных батарей, гравитационных стабилизаторов, ферм для монтажа выносного оборудования.

В [4 – 8] предложен оригинальный критерий эквивалентности, позволяющий повысить эффективность моделирования динамики систем рассматриваемого класса за счет оптимизации процедуры выбора параметров конечномерных расчетных схем вида шарнирно связанных твердых тел, описывающих упруго деформируемые элементы. Предлагаемый подход базируется на известном принципе составления уравнений движения КА, конструкция которых включает упругие элементы с распределенной массой, основанном на выделении обособленной координаты, что позволяет приближенно описать систему с распределенными параметрами обыкновенными дифференциальными уравнениями и получить передаточные функции КА как объекта регулирования [9 – 10]. В случае присоединения упруго деформируемого периферийного элемента к КА в качестве таких координат могут, например, рассматриваться поперечное перемещение и поворот примыкающего к КА сечения.

В настоящей работе на модельном примере проиллюстрированы возможности предлагаемого подхода к выбору параметров конечномерной расчетной схемы упруго деформируемого периферийного элемента КА, приведены результаты сравнения динамических характеристик различных вариантов расчетных схем.

Для плоского случая малых движений в окрестности некоторого положения равновесия свободной в инерциальном пространстве балки под действием поперечной силы и момента, приложенных к торцевому сечению, линейризованные дифференциальные уравнения в изображениях по Лапласу при нулевых начальных условиях могут быть записаны [6] с использованием передаточных функций «от усилия к перемещению» (рис. 1). Учитываются два первых тона колебаний. Аналогичные уравнения могут быть записаны для цепи трех шарнирно связанных твердых тел [4, 5]. На рисунке использованы следующие обозначения:

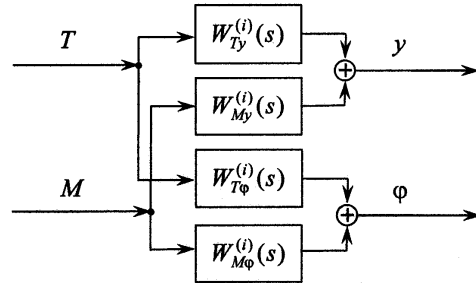


Рис. 1

$y$  – поперечное перемещение торцевого сечения;  $\varphi$  – поворот торцевого сечения;  $T$  – поперечная сила, приложенная к торцевому сечению;  $M$  – момент, приложенный к торцевому сечению.

$W_r^{(i)}(s)$ ,  $r = Ty, My, T\varphi, M\varphi$  – передаточные функции,  $s$  – переменная Лапласа. Индекс  $i$  принимает значения  $i = sb$  для балки и  $i = mb$  для цепи тел.

Представим передаточные функции в виде суммы интегрирующего (соответствующего движению «отвердевшей» расчетной схемы) и двух консервативных (соответствующих упругим колебаниям по первой и второй частотам) звеньев:

$$W_r^{(i)}(s) = \frac{k_{r0}^{(i)}}{s^2} + \frac{k_{r1}^{(i)}}{s^2 + (\omega_1^{(i)})^2} + \frac{k_{r2}^{(i)}}{s^2 + (\omega_2^{(i)})^2}, \quad (1)$$

$$i = sb, mb, \quad r = Ty, My, T\varphi, M\varphi.$$

Тогда полная эквивалентность сопоставляемых расчетных схем в смысле предлагаемого критерия имеет место при равенстве соответствующих параметров передаточных функций (1):

$$\begin{aligned} k_{Ty0}^{(sb)} &= k_{Ty0}^{(mb)}, & k_{Ty1}^{(sb)} &= k_{Ty1}^{(mb)}, \\ k_{My0}^{(sb)} &= k_{My0}^{(mb)} \Leftrightarrow k_{T\varphi0}^{(sb)} &= k_{T\varphi0}^{(mb)}, & k_{My1}^{(sb)} &= k_{My1}^{(mb)} \Leftrightarrow k_{T\varphi1}^{(sb)} &= k_{T\varphi1}^{(mb)}, \\ k_{M\varphi0}^{(sb)} &= k_{M\varphi0}^{(mb)}, & k_{M\varphi1}^{(sb)} &= k_{M\varphi1}^{(mb)}, \\ \omega_1^{(sb)} &= \omega_1^{(mb)}, & k_{Ty2}^{(sb)} &= k_{Ty2}^{(mb)}, \\ \omega_2^{(sb)} &= \omega_2^{(mb)}, & k_{My2}^{(sb)} &= k_{My2}^{(mb)} \Leftrightarrow k_{T\varphi2}^{(sb)} &= k_{T\varphi2}^{(mb)}, \\ & & k_{M\varphi2}^{(sb)} &= k_{M\varphi2}^{(mb)}. \end{aligned} \quad (2)$$

При выполнении части равенств (2) имеет место частичная динамическая эквивалентность. При этом наглядный физический смысл параметров (2) облегчает интерпретацию результатов.

Далее будем полагать заданными параметры передаточных функций (2), обозначенные индексом  $(sb)$  и соответствующие упругой балке (в общем

случае – некоторой расчетной схеме с распределенными параметрами). При этом задачу выбора параметров конечномерной расчетной схемы сформулируем как задачу выбора некоторой совокупности варьируемых конструктивных параметров, обеспечивающих выполнение (точное или приближенное) равенств (2).

Для определенности рассмотрим цилиндрическую балку длиной  $L^{(sb)}$  и диаметром  $d^{(sb)}$ . Будем полагать плотность  $\rho^{(sb)}$  и модуль Юнга  $E^{(sb)}$  материала балки одинаковыми по ее объему. Примем следующие значения:

$$\begin{aligned} L^{(sb)} &= 10 \text{ м}, & d^{(sb)} &= 0,01 \text{ м}, \\ \rho^{(sb)} &= 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & E^{(sb)} &= 2,06 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Соответствующие значения параметров (2):

$$\begin{aligned} k_{Ty0}^{(sb)} &= 0,6529 \dot{\imath} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \ddot{n}^{-2}, \\ k_{T\varphi 0}^{(sb)} &= k_{My0}^{(sb)} = -0,0979 \dot{\imath}^{-1} \cdot \ddot{n}^{-2}, \\ k_{M\varphi 0}^{(sb)} &= 0,0196 \dot{\imath}^{-1} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \ddot{n}^{-2}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \omega_1^{(sb)} &= 2,8744 \ddot{n}^{-1}, \\ \omega_2^{(sb)} &= 7,9231 \ddot{n}^{-1}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} k_{Ty1}^{(sb)} &= 0,6529 \dot{\imath} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \ddot{n}^{-2}, \\ k_{T\varphi 1}^{(sb)} &= k_{My1}^{(sb)} = -0,3034 \dot{\imath}^{-1} \cdot \ddot{n}^{-2}, \\ k_{M\varphi 1}^{(sb)} &= 0,1410 \dot{\imath}^{-1} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \ddot{n}^{-2}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} k_{Ty2}^{(sb)} &= 0,6529 \text{ м} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, \\ k_{T\varphi 2}^{(sb)} &= k_{My2}^{(sb)} = -0,5132 \text{ Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, \\ k_{M\varphi 2}^{(sb)} &= 0,4033 \text{ м}^{-1} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее определим совокупность конструктивных параметров, определяющих геометрические, массово-инерционные и упругие характеристики цепи тел, приведенной на рис. 2:

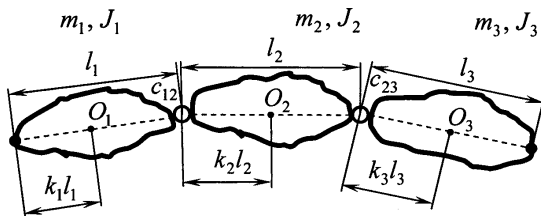


Рис. 2

$m_1, m_2, m_3$  – массы тел;

$J_1, J_2, J_3$  – моменты инерции тел вокруг осей, проходящих через центры масс  $O_1, O_2, O_3$  перпендикулярно плоскости движения;  $l_1, l_2, l_3$  – расстояния между шарнирными

точками тел (точками шарнирного соединения тел цепи либо предполагаемого присоединения внешних тел);  $c_{12}, c_{23}$  – угловые жесткости шарниров;  $k_1, k_2, k_3$  – безразмерные коэффициенты, характеризующие положения центров масс тел.

Предположим, что цилиндрический однородный стержень массой  $m^{(mb)} = m$  и длиной  $L^{(mb)} = l$  разделен на три части. Точки деления симметричны относительно середины стержня, длина средней части равна  $kl$  ( $0 < k < 1$ ). В точки деления помещены упругие шарниры с одинаковой угловой жесткостью  $c$ . С учетом сделанных предположений цепь тел может быть охарактеризована следующей совокупностью параметров:

$$m, l, c, k. \quad (8)$$

Параметры (8) связаны с геометрическими, массово-инерционными и упругими характеристиками, приведенными на рис. 2, соотношениями:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{(1-k)m}{2}, \quad m_2 = km, \quad m_3 = \frac{(1-k)m}{2}, \\ l_1 &= \frac{(1-k)l}{2}, \quad l_2 = kl, \quad l_3 = \frac{(1-k)l}{2}, \\ c_{12} &= c, \quad c_{23} = c, \\ k_1 &= \frac{1}{2}, \quad k_2 = \frac{1}{2}, \quad k_3 = \frac{1}{2}, \\ J_1 &= \frac{(1-k)m \left( \frac{(1-k)l}{2} \right)^2}{24}, \quad J_2 = \frac{km(kl)^2}{12}, \quad J_3 = \frac{(1-k)m \left( \frac{(1-k)l}{2} \right)^2}{24}. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, далее будем рассматривать задачу выбора параметров (8), обеспечивающих выполнение условий эквивалентности (2) при заданных значениях (4) – (7).

Потребуем совпадения массово-инерционных и геометрических характеристик «отвердевших» расчетных схем. Очевидно, что такое совпадение будет иметь место при выполнении условий:

$$\begin{aligned} l &= L^{(sb)} = 10 \text{ м}, \\ m &= \frac{\pi(d^{(sb)})^2}{4} L^{(sb)} \rho^{(sb)} = 6,1261 \text{ кг}. \end{aligned} \quad (10)$$

Условия (10) означают, что «отвердевшие» расчетные схемы представляют собой одно и то же твердое тело.

В [5] приведены уравнения динамики цепи трех шарнирно связанных тел (рис. 2), линеаризованные в окрестности положения равновесия. После подстановки в эти уравнения выражений (9) в результате достаточно громоздких преобразований получены в явном виде зависимости параметров (2) от параметров (8):

$$\begin{aligned}
k_{Ty0}^{(mb)} &= \frac{4}{m}, \\
k_{My0}^{(mb)} &= k_{T\varphi0}^{(mb)} = -\frac{6}{lm}, \\
k_{M\varphi0}^{(mb)} &= \frac{12}{ml^2};
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
\omega_1^{(mb)} &= \frac{\sqrt{c}}{l\sqrt{m}} \frac{4\sqrt{6}}{(k-1)\sqrt{-3k^2+2k+1}}, \\
\omega_2^{(mb)} &= \frac{\sqrt{c}}{l\sqrt{m}} \frac{4\sqrt{6}}{k(k-1)\sqrt{-k^2-2k+3}};
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
k_{Ty1}^{(mb)} &= -\frac{3(k+1)^2}{m(k-1)(3k+1)}, \\
k_{My1}^{(mb)} &= k_{T\varphi1}^{(mb)} = -\frac{12(k+1)}{lm(k-1)^2(3k+1)}, \\
k_{M\varphi1}^{(mb)} &= -\frac{48}{l^2m(k-1)^3(3k+1)};
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
k_{Ty2}^{(mb)} &= -\frac{3(k+1)^2}{m(k-1)(k+3)}, \\
k_{My2}^{(mb)} &= k_{T\varphi2}^{(mb)} = \frac{6(k+1)(k^2-3)}{lm(k-1)^2(k+3)}, \\
k_{M\varphi2}^{(mb)} &= -\frac{12(k^2-3)^2}{l^2m(k-1)^3(k+3)}.
\end{aligned} \tag{14}$$

Из (11), очевидно, следует, что выполнение (10) означает равенство коэффициентов интегрирующих звеньев, соответствующих движению «отвердевших» расчетных схем, т.е. значения (4) могут быть получены подстановкой (10) в (11).

Рассмотрим далее выбор значений  $c$  и  $k$ . Проанализируем с точки зрения предлагаемого в [4–8] динамического критерия эквивалентности расчетную схему с параметрами, выбранными в соответствии с используемым, например, в [11–12] статическим критерием:

$$\begin{aligned}
k &= 0,5, \\
c &= \frac{2E^{(sb)}J}{L^{(sb)}} = 20,22 \text{ Н} \cdot \text{м/рад},
\end{aligned} \tag{15}$$

где  $J = \frac{\pi(d^{(sb)})^4}{64}$  – момент инерции поперечного сечения балки относительно центральной оси.

Параметры (15) соответствуют разбиению балки на два фрагмента (по числу учитываемых тонов колебаний) и замене каждого фрагмента совокупностью двух твердых стержней равной длины ( $\frac{L^{(sb)}}{4}$ ), соединенных шарниром с угловой жесткостью  $c$ . Значение угловой жесткости (15) обеспечивает одинаковый угол взаимного поворота торцевых поперечных сечений балки и совокупности трех шарнирно связанных стержней для случая чистого плоского изгиба.

Параметры консервативных звеньев, полученные подстановкой (10) и (15) в (12), (13) и (14), имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}\omega_1^{(nb)} &= 3,1843 \tilde{n}^{-1}, (11\%), \\ \omega_2^{(nb)} &= 5,3824 \tilde{n}^{-1}, (32\%); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}k_{Ty1}^{(nb)} &= 0,8815 \dot{\imath} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (35\%) \\ k_{T\varphi1}^{(nb)} &= k_{My1}^{(nb)} = -0,4701 \dot{\imath}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (55\%), \\ k_{M\varphi1}^{(nb)} &= 0,2507 \dot{\imath}^{-1} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (78\%); \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}k_{Ty2}^{(nb)} &= 0,6296 \dot{\imath} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (3,6\%) \\ k_{T\varphi2}^{(nb)} &= k_{My2}^{(nb)} = -0,4617 \dot{\imath}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (10\%), \\ k_{M\varphi2}^{(nb)} &= 0,3386 \dot{\imath}^{-1} \cdot \dot{\imath}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (16\%). \end{aligned} \quad (18)$$

В скобках указаны отличия в % значений (16), (17) и (18) от соответствующих значений (5), (6), (7).

На рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) передаточных функций  $W_{Ty}$  (верхний график),  $W_{My} = W_{T\varphi}$  (средний график) и  $W_{M\varphi}$  (нижний график) для балки (пунктирная линия) и цепи тел (сплошная линия). При построении графиков АЧХ в систему введено малое демпфирование. Из (16) – (18) и рис. 3 видно, что выбор  $c$  и  $k$  исходя из требования обеспечения равенства для сопоставляемых расчетных схем некоторых соотносимых параметров напряженно-деформированного состояния (в данном случае – одинаковый угол поворота торцевых поперечных сечений расчетных схем, статически нагруженных одинаковыми изгибающими моментами) при равенстве значений (11) (при условиях (15)) соответствующим значениям (4) не обеспечивает точного выполнения ни одного из оставшихся равенств (2). Таким образом, расчетная схема, параметры которой выбраны в соответствии со статическим критерием, не удовлетворяет критерию динамическому. Между тем из (12) – (14) очевидно, что соответствующим выбором  $c$  и  $k$  может быть обеспечено, например, равенство собственных частот сопоставляемых расчетных схем.

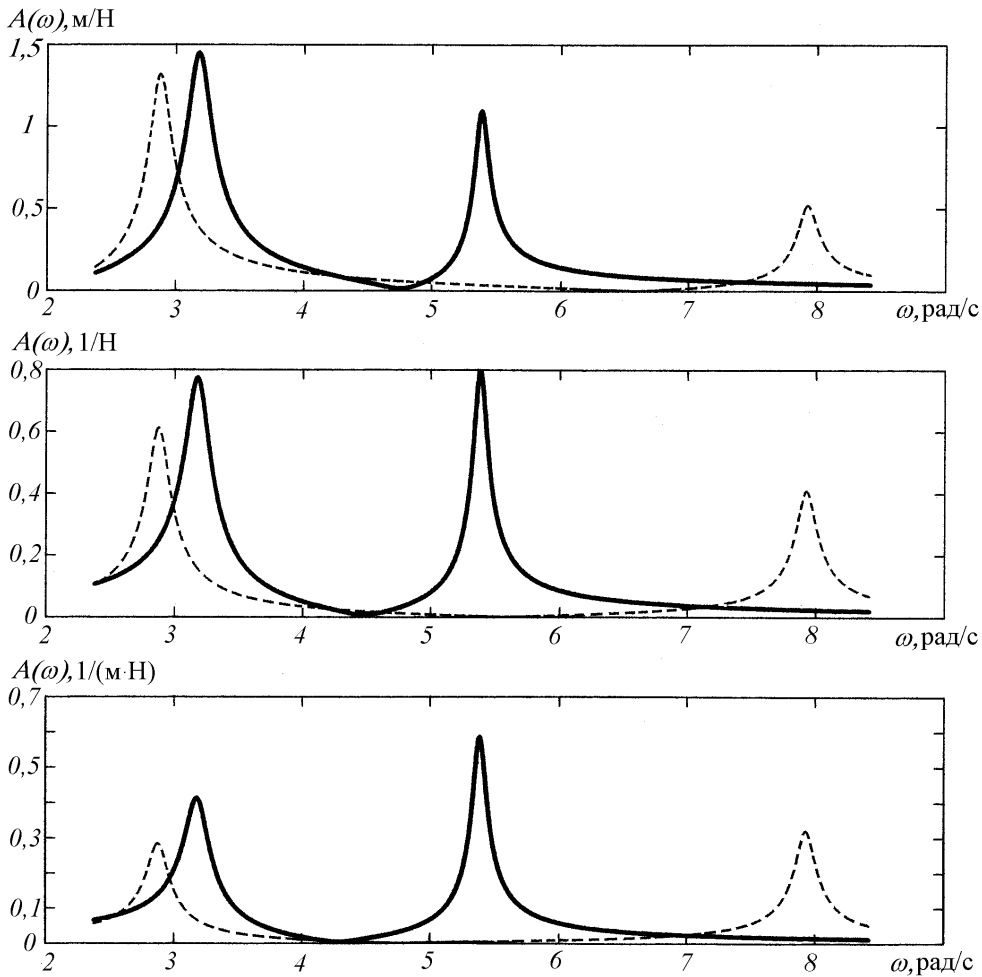


Рис. 3

При значениях:

$$\begin{aligned} k &= 0,26989, \\ c &= 37,134 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}, \end{aligned} \quad (19)$$

соответствующие значения параметров передаточных функций:

$$\begin{aligned} \omega_1^{(nb)} &= 2,8744 \tilde{n}^{-1}, (0\%), \\ \omega_2^{(nb)} &= 7,9231 \tilde{n}^{-1}, (0\%); \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} k_{Ty1}^{(nb)} &= 0,5977 \dot{i} \cdot \dot{I}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (8.5\%) \\ k_{T\varphi1}^{(nb)} &= k_{My1}^{(nb)} = -0,2579 \dot{I}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (15\%), \\ k_{M\varphi1}^{(nb)} &= 0,1112 \dot{i}^{-1} \cdot \dot{I}^{-1} \cdot \tilde{n}^{-2}, (21\%); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 k_{Ty2}^{(mb)} &= 0,3308 \text{ м} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, (49\%) \\
 k_{T\phi 2}^{(mb)} &= k_{My2}^{(mb)} = -0,2089 \text{ Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, (59\%), \\
 k_{M\phi 2}^{(mb)} &= 0,1319 \text{ м}^{-1} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, (67\%).
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

На рис. 4 приведены соответствующие амплитудно-частотные характеристики передаточных функций  $W_{Ty}$  (верхний график),  $W_{My} = W_{T\phi}$  (средний график) и  $W_{M\phi}$  (нижний график). Пунктирная линия также соответствует балке, сплошная – цепи тел.

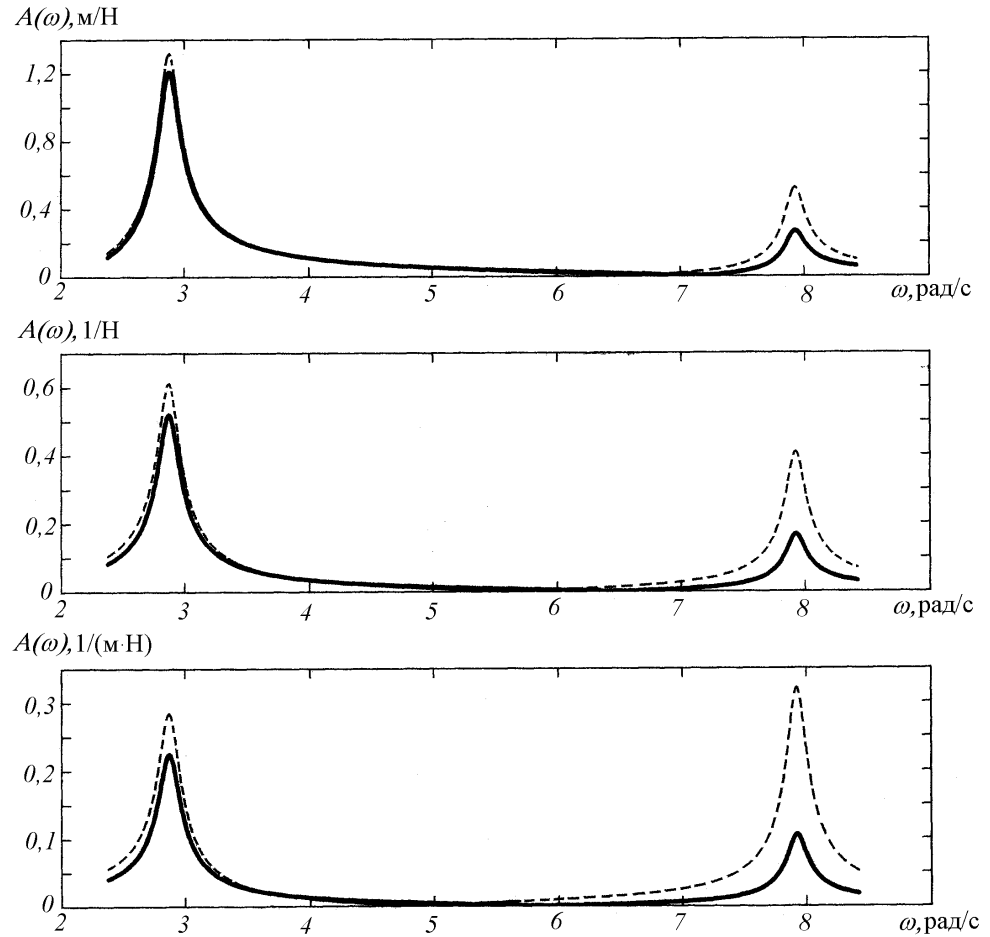


Рис. 4

Из (20) – (22) и рис. 4 видно, что без изменения структуры расчетной схемы и состава варьируемых конструктивных параметров их рациональным выбором может быть достигнута большая эквивалентность сопоставляемых расчетных схем в смысле предлагаемого динамического критерия по сравнению с изображенным на рис. 3 случаем выбора параметров в соответствии со статическим критерием.

Следует отметить, что введенные в рассмотрение передаточные функции «от усилия к перемещению», характеризующие динамические свойства сопоставляемых расчетных схем, не зависят от вида прилагаемых усилий, а толь-



ко от выбора точек приложения усилий и рассматриваемых перемещений, которые естественным образом определяются конструктивным обликом и функциональным назначением системы. В случае частичной эквивалентности различия динамических свойств проявляются в зависимости от рассматриваемых режимов движения. На рис. 5 и рис. 6 представлены результаты численного моделирования поперечного перемещения левого торца балки с параметрами (3) – график с маркерами, и цепи тел (график без маркеров) под действием приложенной к нему поперечной гармонической силы с круговой частотой  $\omega = 4,5$  рад/с.

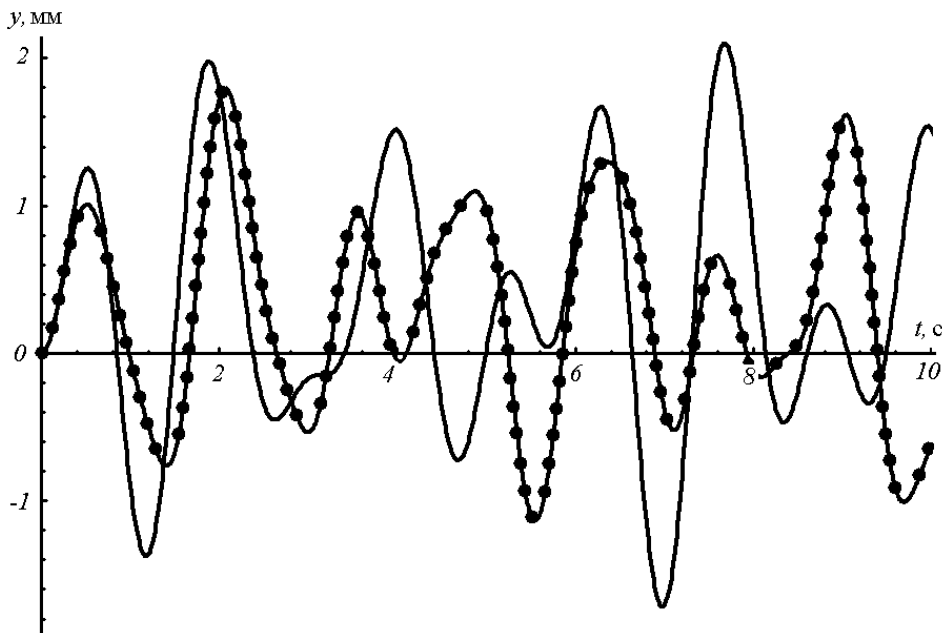


Рис. 5

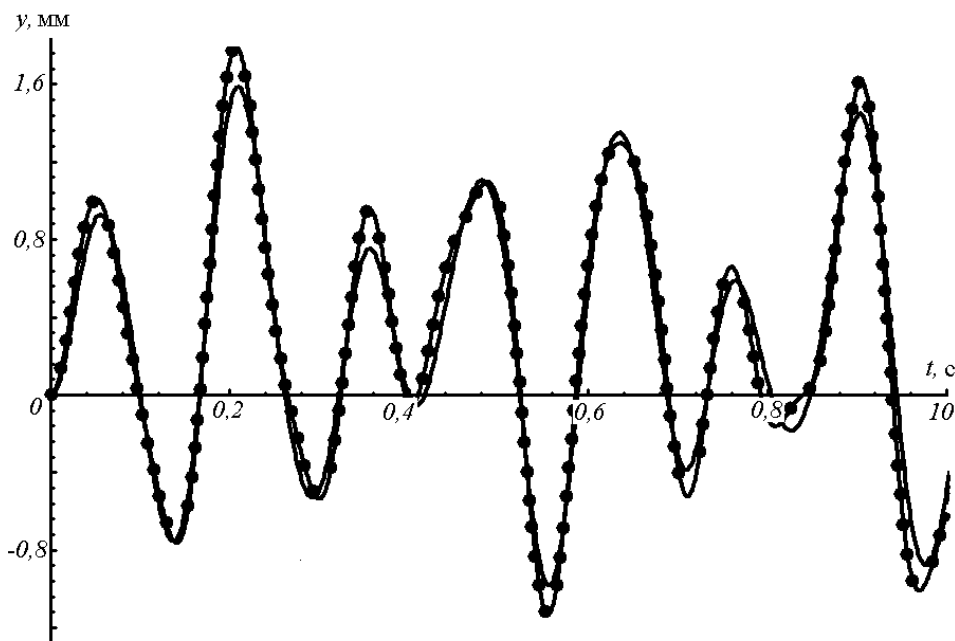


Рис. 6

Рис. 5 иллюстрирует движение цепи тел с параметрами (10) и (15), рис. 6 – цепи тел с параметрами (10) и (19). Сопоставление графиков наглядно свидетельствует о целесообразности выбора параметров конечномерной расчетной схемы применительно к рассматриваемому классу задач в соответствии с предлагаемым в [4 – 8] критерием эквивалентности.

Как отмечено в [7 – 8], расширение состава варьируемых параметров (8) за счет модификации расчетной схемы позволяет обеспечить более точное выполнение равенств (2).

1. Аллатов А. П. Актуальные задачи динамики космических аппаратов с пространственно развитыми периферийными элементами / А. П. Аллатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, С. В. Григорьев, А. А. Фоков // *Техническая механика*. – 2007. – № 2. – С. 32 – 38.
2. Аллатов А. П. Большие отражающие поверхности в космосе. Антенны спутниковой связи / А. П. Аллатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Витушкин, А. А. Фоков // *Системные технологии*. – 2007. – № 3(50). – С. 73 – 87.
3. Аллатов А. П. Большие отражающие поверхности в космосе. Радиотелескопы, солнечные концентраторы, плоские отражатели / А. П. Аллатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Витушкин, А. А. Фоков // *Системные технологии*. – 2007. – № 3(50). – С. 88 – 101.
4. Белоножко П. А. Сопоставление механических расчетных схем пространственно развитых космических объектов методом сравнения передаточных функций / Белоножко П. А., Белоножко П. П., Фоков А. А. // *Сборник докладов и тезисов международной научно-практической конференции «Информационные технологии в управлении сложными системами»*. – Днепропетровск, 2008. – С. 81 – 82.
5. Белоножко П. П. Представление деформируемых упругих элементов космических аппаратов системами твердых тел / П. П. Белоножко // *Системные технологии*. – 2008. – № 5(58). – С. 3 – 16.
6. Фоков А. А. Передаточные функции распределенного упругого периферийного элемента в составе КА в задаче определения параметров его механического эквивалента / А. А. Фоков // *Системные технологии*. – 2008. – № 5(58). – С. 27 – 36.
7. Аллатов А. П. Представление деформируемых пространственно развитых периферийных элементов космических аппаратов совокупностями твердых тел / А. П. Аллатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Фоков // *Тезисы докладов второй международной конференции «Передовые космические технологии на благо человечества»*. – Днепропетровск, 2009. – С. 17.
8. Аллатов А. П. Использование конечномерных расчетных схем для исследования динамики космических аппаратов с протяженными упругими элементами конструкции / А. П. Аллатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Фоков // *Тезисы докладов Шестого Международного Аэрокосмического Конгресса IAS'09*. – Москва, 2009. – С. 20 – 21.
9. Рутковский В. Ю. Управление угловым движением деформируемого спутника с распределенными массами. I / В. Ю. Рутковский, В. М. Суханов // *Космические исследования*. – 1970. – Т. 8, № 1. – С. 71 – 79.
10. Дегтярев Г. Л. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами / Г. Л. Дегтярев, Т. К. Сиразетдинов. – М. : Машиностроение, 1986. – 216 с.
11. Дмитроченко О. Н. Моделирование геометрически нелинейных упругих стержневых систем твердотельными конечными элементами / О. Н. Дмитроченко, Н. Н. Михайлов, Д. Ю. Погорелов // *Динамика и прочность транспортных машин* / Сб. научн. трудов под ред. В.И. Сакало. – Брянск : Изд-во БГТУ, 1998. – С. 33 – 39.
12. Molenaar D. P. Cost effective design and operation of variable speed wind turbines / D. P. Molenaar. – DUP Science, Delft, The Netherlands, 2003 // <http://repository.tudelft.nl/file/80647/007206>.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 30.06.09,  
в окончательном варианте 22.09.09