

В.И.Макеев¹, Е.А.Стрельникова²,
П.Е.Трофименко¹, А.В.Бондарь¹

О ВЫБОРЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

¹ Сумский государственный университет,
ул. Римского-Корсакова 2, 40007, Сумы, Украина;
e-mail: oleksandr.v.bondar@gmail.com

² Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАНУ,
ул. Пожарского 2/10, 61046, Харьков, Украина; e-mail: elena15@gmx.com

Abstract. The actual from applied point of view problem on effect of a row constructive parameters of solid-fuel rockets on the value of spreading in range and direction is studied. A mathematical model of motion of the rigid body of variable mass in the perturbed medium is considered, which takes into account both the wave, and the friction strength. It permitted to determine the coefficients of aerodynamic forces and moments, which effect on the motion of aircrafts as well as to estimate an effect of constructive parameters on coefficients clustering.

Key words: solid-fuel rockets, rigid body of variable mass, constructive parameters, eccentricity traction, mass center asymmetry, Coriolis force, aerodynamic forces and moments.

Введение.

Решения вопросов, относящихся к проблемам оптимального конструирования, управлению и движению летательных аппаратов (ЛА) в возмущающейся среде, являются актуальными в настоящее время [2, 4, 5, 10, 11]. Исследование различных аспектов пространственного движения твердых тел постоянного и переменного состава остается одной из центральных проблем динамики твердого тела и имеет большое значение для прикладных задач механики полета управляемых и неуправляемых ЛА [2, 4, 5, 10, 11]. Задача о влиянии ряда конструктивных параметров твердотопливных ракет на величину рассеивания по дальности и направлению является актуальной с практической и теоретической точек зрения.

В работах [12–14] рассмотрены вопросы влияния малых массово-конструктивных асимметрий на динамику полета ЛА, а также на пространственный угол атаки. Работы по теории полета [1, 3, 6] посвящены исследованию влияния различного рода асимметрии на устойчивость полета ЛА.

В данной статье решена конкретная практическая задача о влиянии различного рода асимметрии на кучность ЛА и предложен математический аппарат ее решения. В такой постановке данная задача решается впервые. Это позволяет на стадии разработки смоделировать оптимальный ЛА с точки зрения минимальных характеристик их рассеивания. Кроме того, в данной работе предложена математическая модель движения тела переменной массы на основе современной методики, учитывающей как волновое сопротивление, так и сопротивление трения [7], что позволило определить коэффициенты аэродинамических сил и моментов, действующих на ЛА в полете, а также рассчитать их инерционно-массовые характеристики. Это дало возможность оценить влияние конструктивных параметров на кучность ЛА.

Известно [3, 6], что к причинам, вызывающим колебания неуправляемых ЛА относительно центра масс, относятся: 1) эксцентриситет силы тяги относительно центра масс ЛА (создается вследствие того, что вектор силы тяги не совпадает с центром массы ЛА; 2) начальные возмущения в момент схода ЛА с направляющей; 3) аэродинамическая асимметрия ЛА (перекос, деформация и несимметричность формы элементов стабилизатора и т.п.) и асимметрия центра масс.

Для изучения влияния перечисленных факторов на кучность использована система дифференциальных уравнений (СДУ) движения неоперенного ЛА в возмущенной среде. Дифференциальные уравнения пространственного движения получены проектированием на оси полускоростной и полусвязанной систем координат (рис. 1, 2) [1, 3, 6] общих векторных уравнений, выражающих содержание теорем о производных по времени от векторов количества и момента количества движения:

$$\frac{d}{dt}(m \cdot V) = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i; \quad \frac{d\bar{k}}{dt} = \sum_{i=1}^k \bar{M}_i. \quad (1)$$

На рис. 1 показано положение центра масс при асимметрии; C_0 – несмещённое положение центра масс ЛА; C – смещённое положение центра масс ЛА; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – линейные значения эксцентриситета центра масс. На рис. 2 показано положение новых главных центральных осей инерции ЛА при наличии эксцентриситетов силы тяги и центра масс.

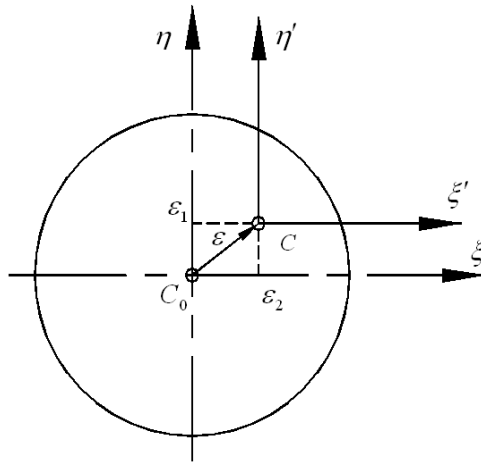


Рис. 1

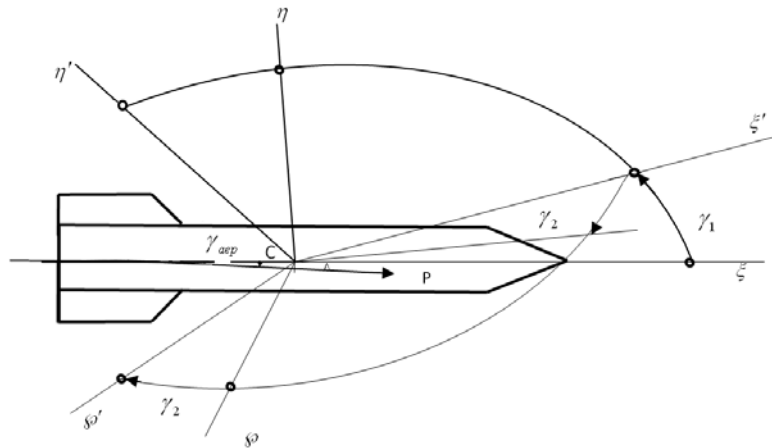


Рис. 2

В качестве составляющих главного вектора действующих сил $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i$ были учтены такие силы: сила лобового сопротивления; подъемная сила; сила тяги; сила Кориолиса, возникающая за счет истечения пороховых газов и вращения корпуса ЛА; силы, вызванные эксцентриситетом тяги и центра масс; силы, вызванные вращением Земли.

Составляющими главного момента $\sum_{i=1}^n \bar{M}_i$ количества движения учитывались следующие моменты: опрокидывающий (для оперенных ЛА – стабилизирующий) момент; экваториальный демпфирующий момент; момент трения; момент Кориолиса,

возникающий за счет истечения пороховых газов и вращения корпуса ЛА; моменты, вызванные эксцентриситетом тяги и масс; моменты, вызванные вращением Земли.

1. Уравнения движения ЛА при наличии перекоса и смещения вектора силы тяги с оси симметрии.

При исследовании этого вопроса будем учитывать то, что ЛА все же является телом вращения, причем его ось симметрии одновременно является и осью динамической симметрии. В рассматриваемом случае к ЛА будут приложены следующие дополнительные силы и моменты:

вследствие смещения и перекоса вектор силы тяги раскладывается на две составляющие, одна из которых параллельна оси симметрии, а вторая – ей перпендикулярна. Из-за малости угла наклона вектора силы тяги к оси симметрии составляющую, параллельную этой оси, можно принять равной силе тяги;

вследствие эксцентриситета силы тяги в плоскости $c\xi\eta$ (рис. 2) возникает отклоняющий реактивный момент M_{Δ} , величина которого равна произведению силы тяги P на эксцентриситет Δ , стремящийся вращать ЛА относительно центра масс.

Учтем также момент от косо поставленного оперения, который направлен вдоль оси симметрии ЛА и описывается соотношением

$$M_{k.o.} = m_x^{\omega_x} \cdot \alpha_{oper} \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2A} \cdot S_{oper} \cdot L, \quad (2)$$

где α_{oper} – угол наклона оперения; L – длина ЛА; S_{oper} – эффективная площадь оперения ЛА; ρ – массовая плотность воздуха; V – скорость ЛА; $m_x^{\omega_x}$ – аэродинамический коэффициент; A – полярный момент инерции.

С учетом дополнительных сил и моментов, создаваемых перекосом и смещением с оси симметрии вектора силы тяги, уравнения движения ЛА принимают вид [7]

$$\begin{aligned} \dot{V} &= a_T - a_X - g \cdot \sin \Theta + \frac{P_1}{m_{(t)}} \cdot (\sin \delta_1 \cdot \cos \delta_3 + \sin \delta_2 \cdot \sin \delta_3) + \dots; \\ \dot{\Theta} &= (a_N + \lambda) \cdot \delta_1 + a_L \cdot \delta_2 - g \cdot V^{-1} \cdot \cos \Theta + \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \cos \delta_3 + \dots; \\ \dot{\Psi} \cdot \cos \Theta &= (a_N + \lambda) \cdot \delta_2 - a_L \cdot \delta_1 + \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \sin \delta_3; \\ \ddot{\delta}_1 + a \cdot \dot{\delta}_2 + b^* \cdot \dot{\delta}_1 - c^* \cdot \delta_1 - e^* \cdot \delta_2 &= R_1 + \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \dot{\delta}_3 \cdot \sin \delta_3 + \frac{P \cdot \Delta}{B} \cdot \cos \delta_3 - \\ &- \frac{d}{dt} \left(\frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \right) \cdot \cos \delta_3 - b_D \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \cos \delta_3 - \alpha \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \sin \delta_3 + \dots; \\ \ddot{\delta}_2 - a \cdot \dot{\delta}_1 + b^* \cdot \dot{\delta}_2 - c^* \cdot \delta_2 + e^* \cdot \delta_1 &= R_2 - \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \dot{\delta}_3 \cdot \cos \delta_3 - \frac{P \cdot \Delta}{B} \cdot \sin \delta_3 - \\ &- \frac{d}{dt} \left(\frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \right) \cdot \sin \delta_3 - b_D \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \sin \delta_3 + \alpha \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \cos \delta_3 + \dots; \\ \dot{p} &= -b_r \cdot p + \frac{\mu_1 \cdot P(t)}{A} + \frac{m_x^{\omega_x} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \alpha_{oper}}{2 \cdot A} \cdot S_{oper} \cdot L, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\dot{\delta}_3 = p$; $P_1 = P \cdot \sin \gamma_{aer}$; $\alpha = \frac{1}{2} \frac{A}{B} p_0$; $m_{(t)} = \frac{q_n}{g} - \frac{\omega \cdot t}{g \cdot \tau_a}$. Все обозначения соответствуют работам [1, 3, 6].

Рассмотрим, каким же образом влияют конструктивные параметры ЛА на величину характеристик рассеивания по дальности $B_{D_{opt}}$ и по направлению $B_{b_{opt}}$. Расчет характеристик рассеивания с учетом конструктивных параметров ЛА проведем с помощью зависимостей [7]

$$\begin{aligned}
B^2_{D_{opt}} = & \left(\frac{\partial X_p}{\partial \Theta_0} r_{\Theta_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial V_0} r_{V_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial C} r_C \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \delta_{10}} r_{\delta_{10}} \right)^2 + \\
& + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \dot{\delta}_{10}} r_{\dot{\delta}_{10}} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \Delta} r_{\Delta} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \gamma_{aer}} r_{\gamma_{aer}} \right)^2 + \\
& \left(\frac{\partial X_p}{\partial \gamma_s} r_{\gamma_s} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \varepsilon_1} r_{\varepsilon_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \gamma_1} r_{\gamma_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial p_0} r_{p_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial t_K} r_{t_K} \right)^2 + \\
& + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \alpha_{oper}} r_{\alpha_{oper}} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial d_{oper}} r_{d_{oper}} \right)^2 + \\
& + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \delta_{1K}} r_{\delta_{1K}} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \dot{\delta}_{1K}} r_{\dot{\delta}_{1K}} \right)^2 + \left(\frac{\partial X_p}{\partial \tau_a} r_{\tau_a} \right)^2; \tag{4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B^2_{b_{opt}} = & \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\psi} \right)^2 + \left(X_p \sin \Theta_0 \cdot r_z \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\delta_{20}} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\dot{\delta}_{20}} \right)^2 + \\
& + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\Delta} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\gamma_{aer}} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\gamma_s} \right)^2 + \\
& + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\varepsilon_2} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\gamma_2} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{p_0} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\alpha_{oper}} \right)^2 + \\
& + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{d_{oper}} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\delta_{2K}} \right)^2 + \left(\frac{X_p}{955} \cdot r_{\dot{\delta}_{2K}} \right)^2.
\end{aligned}$$

Приведем поправочные коэффициенты по дальности:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial X_p}{\partial \Theta_0}, \frac{\partial X_p}{\partial V_0}, \frac{\partial X_p}{\partial C}, \frac{\partial X_p}{\partial \delta_{10}}, \frac{\partial X_p}{\partial \dot{\delta}_{10}}, \frac{\partial X_p}{\partial \Delta}, \frac{\partial X_p}{\partial d_{oper}}, \frac{\partial X_p}{\partial \gamma_s}, \frac{\partial X_p}{\partial \varepsilon_1}, \frac{\partial X_p}{\partial \gamma_1}, \\
& \frac{\partial X_p}{\partial p_0}, \frac{\partial X_p}{\partial t_K}, \frac{\partial X_p}{\partial \alpha_{oper}}, \frac{\partial X_p}{\partial d_{oper}}, \frac{\partial X_p}{\partial \delta_{1K}}, \frac{\partial X_p}{\partial \dot{\delta}_{1K}}, \frac{\partial X_p}{\partial \tau_a},
\end{aligned}$$

на изменение Θ_0 – угла бросания; V_0 – начальной скорости; C – баллистического коэффициента; δ_{10} , δ_{20} – углов нутации; $\dot{\delta}_{10}$, $\dot{\delta}_{20}$ – угловых скоростей нутации; Δ – линейного эксцентриситета силы тяги; γ_{aer} – углового эксцентриситета силы тяги; γ_s

– угла наклона сопел; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – линейных эксцентриситетов центра масс; γ_1, γ_2 – угловых эксцентриситетов центра масс; p_0 – угловой скорости собственного вращения ЛА; t_K – времени выключения реактивного двигателя; α_{oper} – угла наклона оперения; d_{oper} – диаметра оперения; δ_{1K}, δ_{2K} – углов нутации в точке выключения двигателя; $\dot{\delta}_{1K}, \dot{\delta}_{2K}$ – угловых скоростей нутации в точке выключения; двигателя τ_a – времени работы реактивного двигателя; X_p – дальность полёта ЛА. Коэффициенты, характеризующие разброс соответствующего параметра (фактора): $r_{\Theta_0}, r_{V_0}, r_C, r_{\delta_{10}}, r_{\dot{\delta}_{10}}, r_{\Delta}, r_{\gamma_{aer}}, r_{\gamma_s}, r_{\varepsilon_1}, r_{\gamma_1}, r_{p_0}, r_{t_K}, r_{\alpha_{oper}}, r_{d_{oper}}, r_{\delta_{1K}}, r_{\dot{\delta}_{1K}}, r_{\tau_a}, r_{\psi}, r_z, r_{\delta_{20}}, r_{\dot{\delta}_{20}}, r_{\Delta}, r_{\gamma_{aer}}, r_{\gamma_s}, r_{\varepsilon_2}, r_{\gamma_2}, r_{p_0}, r_{\alpha_{oper}}, r_{d_{oper}}, r_{\delta_{2K}}, r_{\dot{\delta}_{2K}}$.

2. Влияние асимметрии масс на полет летательных аппаратов.

Рассмотрим случай, когда центр масс не лежит на геометрической оси симметрии ЛА, которая, в свою очередь, уже не является главной центральной осью инерции. Примем, что вектор силы тяги лежит на геометрической оси симметрии, а центр масс смещен с нее на некоторую величину ε (рис. 1). Данное смещение называется эксцентриситетом силы тяжести. Все оси координат связываем с центром инерции, а положение главных центральных осей $C\xi_1, \eta_1, \wp_1$ относительно связанных осей $C\xi\eta\wp$ определяем с помощью малых углов γ_1 и γ_2 (рис. 2).

Учитывая изложенное выше и данные работы [7], получаем уравнения вращательного движения с учётом асимметрии центра масс в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{p} = & -b_r \cdot p + \frac{m_x^{\omega} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot \alpha_{oper}}{2 \cdot A} \cdot S_M \cdot L + \frac{\varepsilon_2 \cdot \gamma_1 - \varepsilon_1 \cdot \gamma_1}{A} \cdot P - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{A} \cdot m_{(t)} \cdot g \cdot \sin \delta_3 - \\ & - \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{A} \cdot m_{(t)} \cdot g \cdot \cos \delta_3; \\ \ddot{\delta}_1 + a \cdot \dot{\delta}_2 + b^* \cdot \dot{\delta}_1 - c^* \cdot \delta_1 - e^* \cdot \delta_2 = & R_1 + \frac{a_x + m_{(t)} \cdot g - P}{B} \cdot (\varepsilon_1 \cdot \cos \delta_3 - \varepsilon_2 \cdot \sin \delta_3) + \\ & + p^2 \cdot \frac{B - A}{B} (\gamma_1 \cdot \cos \delta_3 - \gamma_2 \cdot \sin \delta_3); \\ \ddot{\delta}_2 - a \cdot \dot{\delta}_1 + b^* \cdot \dot{\delta}_2 - c^* \cdot \delta_2 + e^* \cdot \delta_1 = & R_2 + \frac{a_x + m_{(t)} \cdot g - P}{B} \cdot (\varepsilon_1 \cdot \sin \delta_3 + \varepsilon_2 \cdot \cos \delta_3) + \\ & + p^2 \cdot \frac{B - A}{B} (\gamma_1 \cdot \sin \delta_3 + \gamma_2 \cdot \cos \delta_3). \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений (5) отличается от системы (3) наличием в правой части слагаемых, обусловленных асимметрией масс.

3. Влияние силы и момента Кориолиса за счет истечения газов из сопла.

Сила и момент Кориолиса возникают в результате движения пороховых газов по камере и соплу (при наличии угловой скорости вращения ЛА, которую обозначим Ω).

Элементарную силу Кориолиса dI_k определим по зависимости

$$dI_k = 2 \cdot \Omega \cdot U \cdot dm, \quad (6)$$

где $dm = \rho \cdot \sigma$; ρ – плотность газов; σ – свободная от пороха площадь сечения; U – относительная скорость истечения газов.

С учётом размеров пороховой шашки получим силу I_k и момент Кориолиса M_k^c за счёт истечения газов [5]:

$$I_k = \frac{2}{u_e} \cdot \left[c - \frac{a+b}{2} \right]; \quad M_k^c = -\lambda' \cdot P(t) \cdot \Omega, \quad (7)$$

где $\lambda' = \frac{1}{u_e} \cdot \left[c^2 - \frac{a^2 + ab + b^2}{3} \right]$, $P(t) = \mu_e \cdot u_e$; μ_e – массовый расход газов через сопло; u_e – эффективная скорость истечения газов; c, a, b – расстояния, указанные на рис. 3, на котором представлены параметры истечения пороховых газов через сопло, при этом C_e – центр выходного сечения сопла, а C – центр тяжести ЛА.

Сравнительная оценка показала, что влияние силы Кориолиса невелико и ею можно пренебречь, а момент силы Кориолиса можно сравнить с экваториальным демпфирующим моментом и его необходимо учитывать [5].

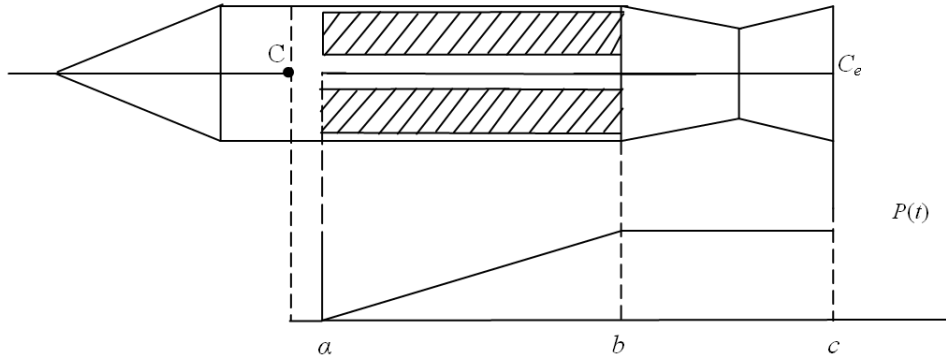


Рис. 3

Учитывая уравнения (3), (5), (7) и данные работы [7], система дифференциальных уравнений (СДУ) пространственного движения неуправляемых ЛА принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & 1) \dot{x} = V \cdot \cos \Theta \cdot \cos \Psi / (1 + V / R_3); \quad 2) \dot{Y} = V \cdot \sin \Theta; \quad 3) \dot{Z} = V \cdot \cos \Theta \cdot \sin \Psi; \\ & 4) \dot{V} = a_T - a_X - g \cdot \sin \Theta + \frac{P_1}{m(t)} (\sin \delta_1 \cdot \cos \delta_3 + \sin \delta_2 \cdot \sin \delta_3); \quad 5) 0; \\ & 6) \dot{\Psi} \cdot \cos \Theta = \\ & = a_N \cdot \delta_2 + \lambda \cdot \delta_2 - a_L \cdot \delta_1 + \frac{P_1 \cdot \sin \delta_3}{m(t) \cdot V} + 2 \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B \cdot \cos \Theta + \cos B \cdot \sin \Theta \cdot \cos a_T); \\ & 7) \dot{\delta}_1 = Z_1; \quad 8) \dot{\delta}_2 = Z_2; \quad 9) c^* \cdot \delta_1 + e^* \cdot \delta_2 + \frac{\tilde{b}_D \cdot g \cdot \cos \Theta}{V} + \dot{Z}_1 = -a \cdot Z_2 - \tilde{b}^* \cdot Z_1 + \\ & + R_{\Delta 1} + R_{CM_1} + R_{\rho p_1} + \alpha \omega_{\eta^1} - \tilde{b}_{D\omega\phi'}; \quad (8) \\ & 10) \dot{Z}_2 = a \cdot Z_1 - \tilde{b}^* \cdot Z_2 + c^* \cdot \delta_2 - e^* \cdot \delta_1 - \frac{\alpha \cdot g \cdot \cos \Theta}{V} + R_{\Delta 2} + R_{CM_2} + R_{w_2} + \alpha \omega_{\phi'} + \tilde{b}_{D\omega\eta'}; \end{aligned}$$

$$11) p = -b_{\Gamma} \cdot p + \frac{m_x^{\omega_x}}{A} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot \alpha_{oper}}{2} \cdot S_{oper} \cdot L +$$

$$\dot{p} = \frac{\mu_1 \cdot P}{A} + \frac{\varepsilon_2 \cdot \gamma_1 - \varepsilon_1 \cdot \gamma_2}{A} \cdot P - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{A} \cdot m_{(t)} \cdot g \cdot \sin \delta_3 - \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{A} \cdot m_{(t)} \cdot g \cdot \cos \delta_3;$$

$$12) \dot{\delta}_3 = p; \quad 13) \dot{\pi}(y) = -\frac{\pi(y) \cdot \dot{y}}{R(\tau_y + \Delta\tau)};$$

$$\left[a_T = \frac{P}{m_{(t)}}; \quad a_X = -0,474 \frac{i \cdot d^2}{q_H} \cdot \pi(y) \cdot V_{r\tau}^2 \cdot C_X(V_{r\tau}); \quad a_N = 0,474 \frac{d^2}{q_H} \cdot \pi(y) \cdot V_{r\tau} \cdot C_y^{\delta}(V_{r\tau}); \right.$$

$$a_L = 0,474 \frac{d^3}{q_H} \cdot \pi(y) \cdot p \cdot C_L^{\bar{p}\delta}(V_{r\tau}); \quad b_D = 0,474 \frac{d^2 \cdot L^2}{B \cdot g} \cdot \pi(y) \cdot V_{r\tau} \cdot m_z^{\bar{\omega}_z}(V_{r\tau});$$

$$b_{\Gamma} = 0,474 \frac{d^3 \cdot L}{A \cdot g} \cdot \pi(y) \cdot V_{r\tau} \cdot m_x^{\bar{\omega}_x}(V_{r\tau}); \quad b_L = 0,474 \frac{d^3 \cdot L}{B \cdot g} \cdot \pi(y) \cdot p \cdot V_{r\tau} \cdot m_L^{\bar{p}\delta}(V_{r\tau});$$

$$b_R = 0,474 \frac{d^2 \cdot L}{B \cdot g} \cdot \pi(y) \cdot V_{r\tau}^2 \cdot m_z^{\delta}(V_{r\tau}); \quad V_{r\tau} = V_r \sqrt{\frac{\tau_{ON}}{\tau(y)}};$$

$$a = \alpha + a_L; \quad \alpha = \frac{A}{B} \cdot p_0; \quad p_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot V_0}{\eta \cdot d};$$

$$\tilde{b}^* = 0,474 \cdot \frac{d^2 \cdot L^2}{B \cdot g} \cdot \pi(y) \cdot V_{r\tau} \left[m_z^{\bar{\omega}_z}(V_{r\tau}) + \frac{B}{m_{(t)} \cdot L^2} \cdot C_y^{\delta}(V_{r\tau}) \right] + \frac{a_T}{V} + \frac{\lambda' \cdot a_T \cdot m_{(t)}}{B};$$

$$\lambda' = \frac{1}{U_e} \left[c^2 - \frac{a^2 + a \cdot b + b^2}{3} \right]; \quad \lambda = \frac{a_T}{V}; \quad \tilde{b}_D = b_D + \frac{\lambda' \cdot a_T \cdot m_{(t)}}{B};$$

$$c^* = \pm b_R + \alpha \cdot a_L - b_{\Delta} \cdot (a_N + \lambda); \quad e^* = b_L - \alpha \cdot (a_N + \lambda) - \tilde{b}_D \cdot a_L;$$

$$R_{\Delta 1} = \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \dot{\delta}_3 \cdot \sin \delta_3 - \tilde{b}_{\Delta} \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \cos \delta_3 - \alpha \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \sin \delta_3 + \frac{P \cdot \Delta}{B} \cdot \cos \delta_3;$$

$$R_{\Delta 2} = -\frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \dot{\delta}_3 \cdot \cos \delta_3 - \tilde{b}_D \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \sin \delta_3 + \alpha \cdot \frac{P_1}{m_{(t)} \cdot V} \cdot \cos \delta_3 - \frac{P \cdot \Delta}{B} \cdot \sin \delta_3;$$

$$R_{CM1} = p^2 \cdot \frac{B-A}{B} \cdot (\gamma_1 \cdot \cos \delta_3 - \gamma_2 \cdot \sin \delta_3) + \frac{a_x + m_{(t)} \cdot g - P}{B} \cdot (\varepsilon_1 \cdot \cos \delta_3 - \varepsilon_2 \cdot \sin \delta_3);$$

$$R_{CM2} = p^2 \cdot \frac{B-A}{B} \cdot (\gamma_1 \cdot \sin \delta_3 + \gamma_2 \cdot \cos \delta_3) + \frac{a_x + m_{(t)} \cdot g - P}{B} \cdot (\varepsilon_1 \cdot \sin \delta_3 + \varepsilon_2 \cdot \cos \delta_3);$$

$$R_{vr1} = -\tilde{b}_D \cdot \Omega_3 \cdot \cos B \cdot \sin a_{\Gamma} - \alpha \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B \cdot \cos \Theta + \cos B \cdot \sin \Theta \cdot \cos a_{\Gamma});$$

$$R_{\gamma r 2} = \alpha \cdot \Omega_3 \cdot \cos B \cdot \sin a_{\Gamma} - \tilde{b}_D \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B \cdot \cos \Theta + \cos B \cdot \sin \Theta \cdot \cos a_{\Gamma});$$

$$\alpha_{\omega \eta'} = \alpha \cdot \frac{V \cdot \cos^2 \Theta}{R_3} \cdot \sin a_{\Gamma} \cdot \operatorname{tg} B; \quad \alpha_{\omega \phi'} = -\alpha \cdot \frac{V \cdot \cos \Theta}{R_3};$$

$$\tilde{b}_{D\omega \eta'} = \tilde{b}_D \cdot \frac{V \cdot \cos^2 \Theta}{R_3} \cdot \sin a_{\Gamma} \cdot \operatorname{tg} B;$$

$$\tilde{b}_{D\omega \phi'} = -\tilde{b}_D \cdot \frac{V}{R_3} \cdot \cos \Theta; \quad P_1 = P \cdot \sin \gamma_{aer}; \quad m_{(t)} = m_n - \mu \cdot t;$$

$$\mu = \frac{\omega_0}{q_n \cdot \tau_a}; \quad \mu_1 = \frac{U}{U_e} \cdot r \cdot \operatorname{tg} \gamma; \quad m_n = \frac{q_H}{g}; \quad U_e = I_1 \cdot g].$$

В данной СДУ описано движение тела переменной массы, в которой учтены такие силы: лобового сопротивления, подъемная, сила Кориолиса за счёт истечения пороховых газов и вращения корпуса ЛА; вызванные эксцентриситетом тяги и центра масс; силы, вызванные вращением Земли, и моменты: опрокидывающий (для оперенных ЛА – стабилизирующий) момент, экваториальный демпфирующий момент; момент трения, момент Кориолиса за счёт истечения пороховых газов; моменты, вызванные эксцентриситетом тяги и центра масс; моменты, вызванные вращением Земли.

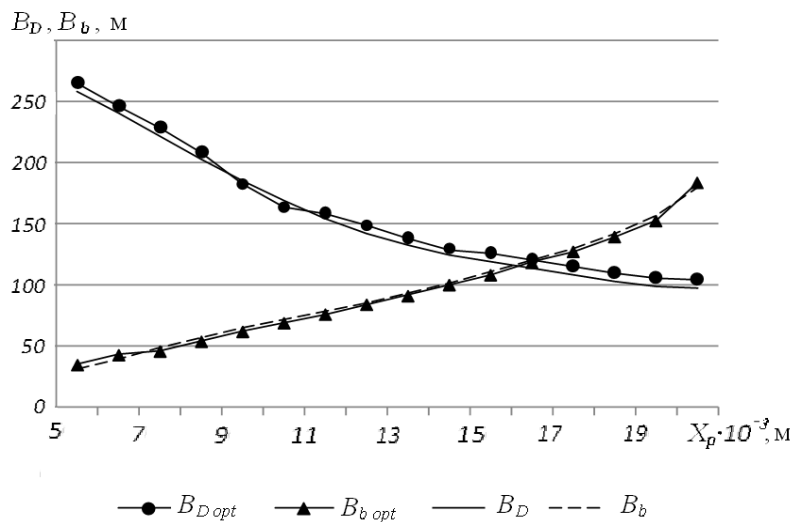


Рис. 4

Система дифференциальных уравнений была решена при помощи численного интегрирования методом Рунге – Кутты четвертого порядка. Компьютерное моделирование процесса движения ЛА с различными способами стабилизации под действием всей совокупности изменений конструктивных параметров, которые задаются стохастически, с помощью зависимостей (4), (8) от дальностей полета, различных тормозных колец (без тормозного кольца, с большим или малым тормозным кольцом) показало, что для получения допустимых характеристик рассеивания по дальности $B_{D \text{ opt}}$ и по направлению $B_{b \text{ opt}}$, а также для обеспечения устойчивого полета оперенных ЛА, эксцентриситет силы тяги не должен превышать $\Delta \leq \pm 0,8$ мм, угловой аэродинамический эксцентриситет — $\gamma_{aer} \leq \pm 0,001$ рад (рис. 4, 7), а линейный эксцентриситет центра масс не должен превышать $\varepsilon \leq 0,003$ м; угловой — $\gamma \leq 0,001$ рад (рис 5, 8).

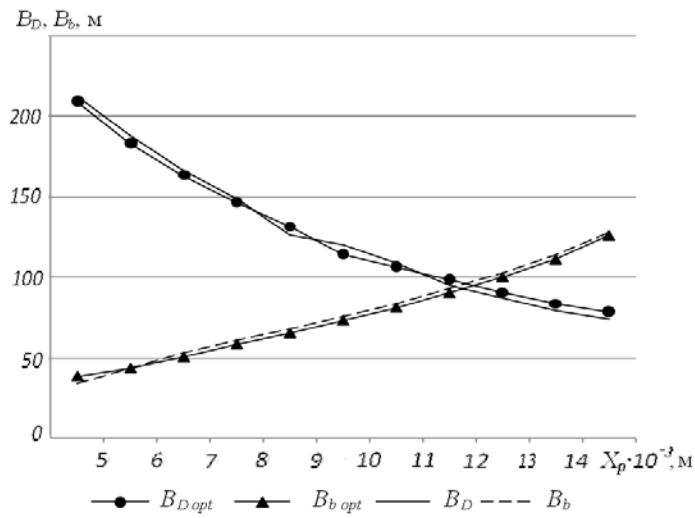


Рис. 5

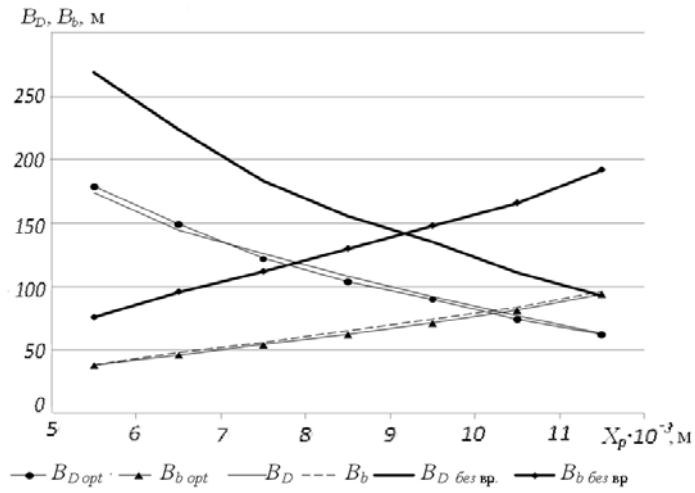


Рис. 6

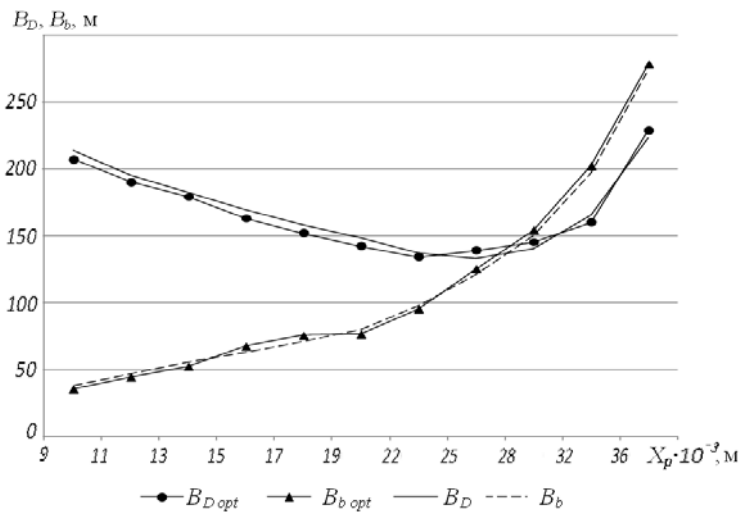


Рис. 7

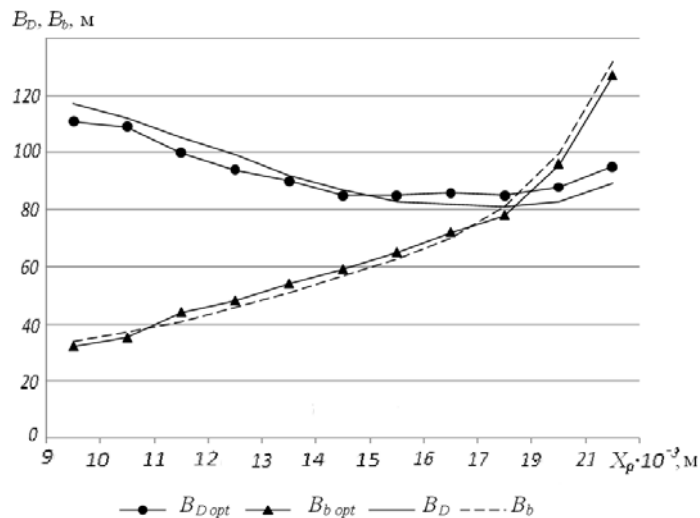


Рис. 8

При этом на рис. 4 представлены результаты расчетов зависимости характеристик рассеивания V_D , V_b , $V_{D opt}$ и $V_{b opt}$ от дальности полёта, эксцентриситета силы тяги и аэродинамического эксцентриситета для ЛА «Град» М21ОФ (без тормозного кольца); на рис. 7 представлены результаты расчетов зависимости характеристик рассеивания V_D , V_b , $V_{D opt}$, $V_{b opt}$ от дальности полёта, эксцентриситета силы тяги и аэродинамического эксцентриситета для ЛА «Ураган» 9М27Ф (без тормозного кольца). На рис. 5 показаны результаты расчетов зависимости характеристик рассеивания V_D , V_b , $V_{D opt}$, $V_{b opt}$ от дальности полёта и эксцентриситета центра масс для ЛА «Град» М21ОФ (с малым тормозным кольцом). На рис. 8 представлены зависимости характеристик рассеивания V_D , V_b , $V_{D opt}$, $V_{b opt}$ от дальности полёта и эксцентриситета центра масс для ЛА «Ураган» 9М27Ф (с малым тормозным кольцом). При этом экспериментальные характеристики рассеивания $V_{D opt}$, $V_{b opt}$ приняты согласно данным работ [7, 8, 9].

4. О путях улучшения кучности оперенных летательных аппаратов.

Проведенные расчеты показывают, что на угловое отклонение (рассеивание) траектории неуправляемых оперенных ЛА, которое характеризуется углом ψ_k отклонения вектора скорости в конце активного участка траектории, доминирующее влияние оказывает эксцентриситет силы тяги.

Из результатов видно, что сравнительно медленное вращение оперенных неуправляемых ЛА вокруг продольной оси приводит к резкому уменьшению влияния эксцентриситета силы тяги и асимметрии центра масс.

Расчеты, проведенные с помощью зависимостей (4), (8) показали, что вследствие вращения рассеивание оперенных неуправляемых ЛА по направлению уменьшается в 2 – 2,5 раза, по дальности – в 1 – 1,5 раза (рис. 6, 9). При этом, на рис. 6 представлены результаты расчетов зависимости характеристик рассеивания V_D , V_b , $V_{D opt}$, $V_{b opt}$ от дальности полёта, угловой скорости вращения ЛА и угла наклона оперения для ЛА «Град» М21ОФ (с большим тормозным кольцом), а на рис. 9 – результаты расчетов зависимости характеристик рассеивания V_D , V_b , $V_{D opt}$, $V_{b opt}$ от дальности полёта, угловой скорости вращения ЛА и угла наклона оперения для ЛА «Ураган» 9М27Ф (с большим тормозным кольцом). Таким образом, вращение оперенных неуправляемых ЛА является эффективным средством уменьшения рассеивания и значительно улучшает их кучность. Для каждого оперенного неуправляемого ЛА существует некоторая оптимальная угловая скорость вращения r_0 , при которой рассеивание ЛА принимает оптимальное значение. Проведенные расчеты показали, что оптимальная скорость вращения при сходе с направляющей и в полете которое будет обеспечивать минимальное техническое рассеивание, составляет для оперенных ЛА: М21ОФ «Град» – $r_0 = 20,9$ рад/с; для 9М27Ф «Ураган» – $r_0 = 22,5$ рад/с (рис. 6, 9).

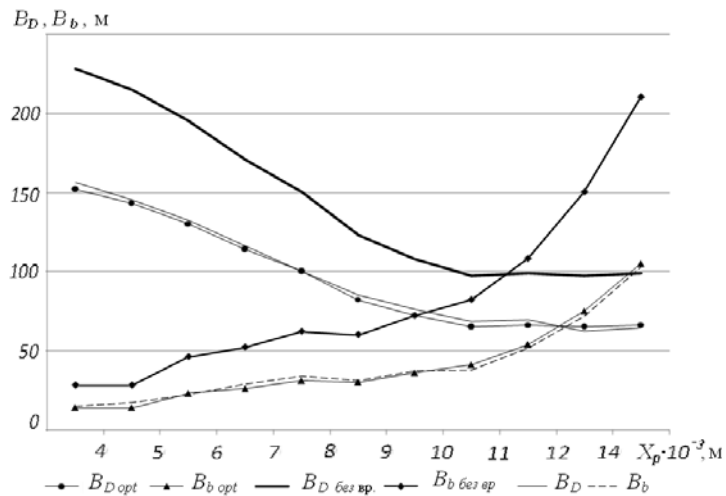


Рис. 9

Угол наклона оперения, для обеспечения оптимальной скорости вращения r_0 и устойчивого полета ЛА, должен составлять для оперенных ЛА: М21ОФ «Град» – $\alpha_{oper} = 0,049$ рад; для 9М27Ф «Ураган» – $\alpha_{oper} = 0,054$ рад (рис 6, 9).

Вращение оперенных неуправляемых ЛА можно получить за счет: реактивного момента, создаваемого наклоном сопел; придания вращательного движения в момент старта винтовыми направляющими; косопоставленного оперения.

Выводы.

1. Избранная в качестве объекта исследования совокупность типов неуправляемых ЛА позволяет всесторонне изучить особенности их движения как динамику тел переменной массы и разработать рекомендации по баллистике как существующих, так и разрабатываемых ЛА.

2. Принятая в работе математическая модель динамики пространственного движения тела переменной массы позволяет наиболее полно исследовать особенности баллистики ЛА и определить направления её совершенствования.

3. С целью повышения достоверности результатов исследований особенностей динамики полета ЛА по современной методике, учитывающей как волновое сопротивление, так и сопротивление трения, определены коэффициенты аэродинамических сил и моментов, действующих на ЛА в полете, а также рассчитаны их инерционно-массовые характеристики [7].

4. Вопросы влияния линейного и аэродинамического эксцентриситета силы тяги и асимметрии центра масс, рассмотренные в статье, а также начальные возмущения при сходе ЛА с направляющей и в точке выключения двигателя являются определяющими при расчете оптимальных характеристик рассеивания ЛА [7].

5. Предложенная система дифференциальных уравнений (8) позволяет выбрать оптимальные конструктивные параметры неуправляемых ЛА, обеспечивающие минимальное рассеивание при заданной дальности.

6. Разработанная программа решения системы дифференциальных уравнений позволяет:

а) проводить вычисления значений параметров движения ЛА с заданным по времени шагом, а также их отклонения относительно невозмущенного движения как в пределах полной траектории, так и по участкам: активном участке траектории; пассивном участке траектории;

б) исследовать поведение ЛА под действием различной совокупности возмущений и разным наборе конструктивных параметров;

в) производить вычисления по возмущениям, заданным как в конечном виде, так и различными законами распределения.

7. Предложенная математическая модель (4, 8) может быть использована при разработке перспективных летательных аппаратов с различными способами стабилизации.

РЕЗЮМЕ. Досліджено актуальну з прикладної точки зору задачу про вплив ряду конструктивних параметрів твердопаливних ракет на величину розсіювання по дальності та напрямку. Розглянуто математичну модель руху твердого тіла змінної маси у збуреному середовищі, що враховує як хвильовий опір, так і опір тертя. Це дозволило визначити коефіцієнти аеродинамічних сил і моментів, що впливають на рух літальних апаратів, а також оцінити вплив конструктивних параметрів на їх кучність.

1. Баракат А.А., Казаковцев В.П. Влияние неодновременности раскрытия оперения неуправляемой ракеты на отклонения координат точек падения // Оборонная техника. – 2005. – № 4 – 5. – С. 30 – 34.
2. Гантмахер Ф. Р., Левин Л. М. Теория полета неуправляемых ракет. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. – 360 с.
3. Джамая В. В. Прикладна механіка. – К.: Дрохва, 2004. – 415с.
4. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Внешняя баллистика. – М.: Машиностроение, 2005. – 607 с.
5. Кифоренко Б. Н. Проблемы математического описания ракетных двигателей как объектов управления // Прикл. механика. – 2012. – **48**, № 5. – С. 138 – 144.
6. Кифоренко Б. Н., Даулетов Г.К. Аналитическое исследование оптимального управления составом рабочего тела // Тр. IX. науч. чтений памяти С. П. Королева. – М., 1987. – С. 100 – 109.
7. Костров А.В. Движение асимметричных баллистических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1984. – 272 с.
8. Лысенко Л. Н., Грабин В. В. и др. Баллистика ствольных систем. Справочная библиотека разработчика-исследователя. – М.: Машиностроение, 2006. – 461 с.
9. Макеев В. И. и др. Математическая модель пространственного движения ЛА на твердом топливе в атмосфере // Вестн. СумГУ. –2008. – №2. – С. 1 – 6.
10. Таблицы полета М21ОФ ТС - 74. – М., 1975. – 96с.
11. Таблицы полета 9М27Ф ТС-84РГ. – М., 1988. – 272с.
12. Черноусько Ф. Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // Докл. АН. – 2005. – С.405 – 410.
13. Черноусько Ф. Л. Анализ и оптимизация движения тела, управляемого посредством подвижной внутренней массы // Прикл. математика и механика. – 2006. – **70**, № 6. – С. 915 – 941.
14. Шилов А.А. Влияние массовой и аэродинамической несимметрии тела на характер его пространственного движения // Докл. АН СССР. – 1968. – **183**, № 5. – С. 1028 – 1031.

Поступила 01.11.2011

Утверждена в печать 06.06.2013