

В. П. Голуб, В. Н. Пелых, А. Д. Погребняк

К РАСЧЕТУ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; creep@inmech.kiev.ua*

Abstract. An analysis of the fatigue life-time of the metal specimens is carried out for the asymmetric loading using the method of equivalent stresses. The symmetric cycle loading as the equivalent regime is considered. The problem of fatigue life-time calculation of specimens made of carbon steels, high-temperature steels and alloys is approved experimentally in conditions of the asymmetric cyclic conditions of tension-compression, bending and torsion.

Keywords: fatigue strength, fatigue life-time, combined static and high-cyclic loadings, method of equivalent stresses, carbon steels, high-temperature steels, heat-resistant nickel alloys.

Введение.

Решение многих задач разрушения материалов и элементов конструкций, подвергающихся воздействию сложных режимов нагружения, строится на основе концепции эквивалентных напряжений [3, 4, 13]. Эквивалентное напряжение устанавливает соответствие между сложным режимом нагружения и эквивалентным ему по некоторому параметру, например, по величине времени до разрушения простым режимом. Это позволяет расчеты при сложных режимах нагружения проводить с использованием характеристик материала, полученных при простых режимах. В качестве эквивалентного режима нагружения, чаще всего, принимается одноосное растяжение гладких цилиндрических образцов.

Концепция эквивалентных напряжений используется также и для решения задач расчета усталостной долговечности при асимметричном одноосном и многоосном нагружении [2, 3, 5, 10]. При асимметричном одноосном нагружении в качестве эквивалентного рассматривается напряжение, позволяющее асимметричный цикл привести к одноосному симметричному. Метод приведения основан на использовании аналитической зависимости между статической и циклической компонентами цикла напряжений, задающей диаграмму амплитуд предельных напряжений.

Задача расчета усталостной долговечности при асимметричном одноосном нагружении решена [7] с помощью эквивалентных напряжений, полученных на основе линейной зависимости между предельными напряжениями асимметричного цикла. В [8] эта задача решена с помощью эквивалентных напряжений, построенных исходя из нелинейной зависимости между предельными напряжениями в форме степенной трансцендентной функции.

В настоящей работе метод эквивалентных напряжений, основанный на использовании степенной трансцендентной функции для задания диаграмм предельных напряжений, обобщен на решение задач расчета усталостной долговечности металлических материалов при асимметричном растяжении – сжатии, асимметричном изгибе и асимметричном кручении.

§1. Постановка задачи. Исходные соотношения.

Рассмотрим усталостное разрушение цилиндрических призматических образцов металлических материалов под действием асимметричной циклической нагрузки. Пусть напряжение асимметричного цикла \tilde{p} задано соотношением

$$\tilde{p} = p_m + g(f, t)p_a, \quad (1.1)$$

где p_m – среднее напряжение; p_a – амплитуда циклического напряжения; $g(\cdot)$ – некоторая периодическая функция, задающая закон изменения величины \tilde{p} ; f – частота изменения \tilde{p} ; t – физическое время.

Примем, что экстремальные напряжения в цикле

$$p_{\max} = p_m + p_a \text{ и } p_{\min} = p_m - p_a \quad (1.2)$$

не зависят от числа циклов нагружения $n = ft$ (стационарный режим) и достаточно быстро ($f > 10$ Гц) изменяются от цикла к циклу, а величина максимального напряжения в цикле p_{\max} не превышает предела текучести материала p_y . В этом случае усталостное разрушение образцов материала реализуется в многоцикловой области с числом циклов до разрушения $n_R \geq 10^5$.

Степень асимметрии цикла напряжений задана коэффициентом асимметрии R или коэффициентом амплитуд A

$$R = \frac{p_{\min}}{p_{\max}} = \frac{1-A}{1+A}; \quad A = \frac{p_a}{p_m} = \frac{1-R}{1+R}, \quad (1.3)$$

причем при симметричном цикле нагружения $R = -1$ и $A = \infty$.

В качестве объекта исследования рассмотрим образцы из «хрупких» и «пластичных» материалов. Разделение исследованных материалов на «хрупкие» и «пластичные» осуществляем по значениям коэффициентов D и q в степенной зависимости

$$n_R = \left[(1+q)D(p_a)^q \right]^{-1} \quad (1.4)$$

числа циклов до разрушения n_R от величины амплитуды p_a при симметричном ($p_m = 0$) цикле нагружения и является условным.

Коэффициенты D и q в (1.4) определены по результатам аппроксимации уравнением (1.4) экспериментальных данных на усталость при симметричном ($p_m = 0$) цикле нагружения. Решение задачи сведено к минимизации функционала

$$\Phi(D, q) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(p_{nj}) - \left[(1+q)D(p_n)^q \right]^{-1} \right\}^2, \quad (1.5)$$

где p_{nj} , n_{Rj} – набор дискретных значений ограниченных пределов усталости и соответствующих им чисел циклов до разрушения ($p_{nj} = p_{aj}$).

В качестве «хрупких» рассмотрены материалы, для которых значения коэффициента $D > 10^{-30}$. МПа^{-q}·цикл⁻¹, а значения коэффициента $q < 8$. В группу «хрупких» материалов включены сложнолегированные стали, жаропрочные стали и сплавы, а также некоторые сплавы легких металлов. В качестве «пластичных» рассмотрены материалы, для которых значения коэффициента $D < 10^{-40}$. МПа^{-q}·цикл⁻¹, а значения коэффициента $q > 14$. В группу «пластичных» материалов включены низколегированные стали. Экспериментальные данные, которые использованы в дальнейшем, заимствованы из работ [1, 3, 9, 12, 14–21].

Цель исследования – построение аналитических выражений для эквивалентных напряжений, позволяющих асимметричное циклическое нагружение свести к эквивалентному симметричному, и в решении на основе эквивалентных напряжений расчета усталостной долговечности образцов металлических материалов при асимметричных растяжении – сжатии, изгибе и кручении.

§2. Эквивалентные напряжения при асимметричном циклическом нагружении.

Структура эквивалентных напряжений в этом случае зависит от степени пластичности материала и, соответственно, от степени чувствительности материала к асимметрии цикла напряжений.

2.1. Условия эквивалентности. Под эквивалентным напряжением \tilde{p}_{eqv} понимаем напряжение, которое позволяет совместное действие статической p_m и амплитуды p_a циклической компонент асимметричного цикла нагружения (1.1) свести к действию эквивалентной ему по числу циклов до разрушения амплитуды симметричного ($p_m = 0$) цикла нагружения p_n .

Заменяя согласно методу эквивалентных напряжений в (1.4) величину p_a на \tilde{p}_{eqv} , для числа циклов до разрушения \tilde{n}_R при асимметричном нагружении (1.1) получаем уравнение

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D(\tilde{p}_{eqv})^q \right]^{-1}, \quad (2.1)$$

где коэффициенты D и q имеют тот же смысл, что и в уравнении (1.4).

Величина эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} представляет собой некоторую комбинацию компонент p_m и p_a , структура которой устанавливается на основе анализа экспериментальных данных. Задача идентификации величины \tilde{p}_{eqv} сводится по существу к конкретизации функции

$$\tilde{p}_{eqv} \Big|_{\tilde{n}_R=n_R} = \varphi(p_m, p_a, c_i) = p_n \quad (i = \overline{1, k}), \quad (2.2)$$

где p_n – ограниченный предел усталости при симметричном цикле; n_R – число циклов до разрушения, соответствующее величине p_n ; \tilde{n}_R – число циклов до разрушения при совместном действии p_m и p_a ; c_i – набор материальных констант; $\varphi(\cdot)$ – функция, подлежащая конкретизации.

Различным комбинациям компонент p_m и p_a асимметричного цикла напряжений, вызывающих одно и то же число циклов до разрушения n_R , соответствующее ограниченному пределу усталости p_n при симметричном цикле, удовлетворяют диаграммы предельных амплитуд напряжений (рис. 1). Диаграммы устанавливают зависимость между напряжениями p_m

и p_a для некоторого фиксированного числа циклов до разрушения n_R , причем $n_{R_2} > n_{R_1}$, а $p_{n_1} > p_{n_2}$. Каждая диаграмма соответствует некоторому фиксированному значению эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} , величина которого с ростом числа циклов до разрушения n_R снижается ($\tilde{p}_{eqv_1} > \tilde{p}_{eqv_2}$), так как снижается величина p_n . Из рис. 1

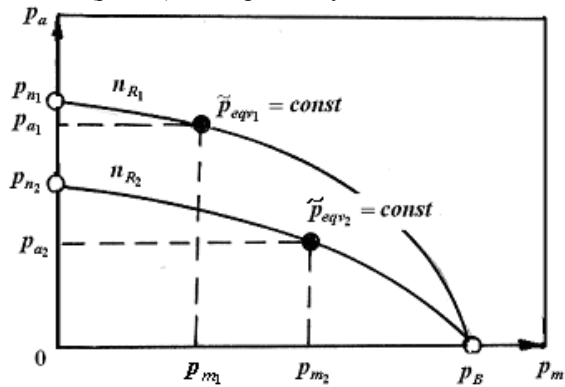


Рис. 1

также видно, что каждой комбинации напряжений p_m и p_a удовлетворяет одно (единственное) значение эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} и, соответственно, единственное значение числа циклов до разрушения n_R .

Задача формулировки структуры эквивалентных напряжений \tilde{p}_{eqv} сводится, таким образом, к задаче конкретизации функции $\varphi(\cdot)$ в (2.2), исходя из аналитического выражения, задающего зависимость между величинами p_m и p_a в форме, которая наилучшим образом описывает диаграммы амплитуд предельных напряжений. Вид аналитического выражения определяется свойствами материала и чувствительностью материала к степени асимметрии, задаваемой значениями коэффициентов асимметрии в (1.3).

Для «хрупких» материалов аналитическое выражение, задающее зависимость между предельными напряжениями асимметричного цикла, выбираем в форме [6]

$$\frac{p_a}{p_n} - \frac{2}{\pi} \left(\arccos \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^\xi \right) = 0, \quad (2.3)$$

где p_n – ограниченный предел усталости при симметричном цикле нагружения; p_B – предел кратковременной прочности материала; ξ – коэффициент чувствительности «хрупкого» материала к степени асимметрии цикла напряжений.

Для «пластичных» материалов аналитическое выражение, задающее зависимость между предельными напряжениями асимметричного цикла, выбираем в форме [6]

$$\left(\frac{p_a}{p_n} \right)^\lambda - \cos \left(\frac{\pi p_m}{2 p_B} \right) = 0, \quad (2.4)$$

где λ – коэффициент чувствительности «пластичного» материала к степени асимметрии цикла напряжений. Остальные обозначения совпадают с принятыми в (2.3).

2.2. Эквивалентные напряжения для «хрупких» материалов. Эквивалентные напряжения формулируем, исходя из аналитического выражения (2.3), точно удовлетворяющего граничным условиям $p_a = p_n$ при $p_m = 0$ и $p_m = p_B$ при $p_a = 0$ для диаграмм предельных амплитуд напряжений, а также на основе двух приближенных вариантов (2.3).

Полагая, что $\tilde{p}_{eqv} = p_n$, для величины эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} из (2.3) получаем соотношение

$$\tilde{p}_{eqv} = \left[\frac{2}{\pi} \arccos \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^\xi \right]^{-1} \cdot p_a, \quad (2.5)$$

откуда следует, что $\tilde{p}_{eqv} = p_a$ при $p_m = 0$ и $\tilde{p}_{eqv} = 0$ при $p_a = 0$.

Раскладывая $\arccos(\cdot)$ в (2.3) в ряд и ограничиваясь тремя членами ряда, аналитическое выражение для диаграмм предельных амплитуд напряжений принимает вид

$$\frac{p_a}{p_n} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^\xi + \frac{1}{3\pi} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^{3\xi} = 1, \quad (2.6)$$

полагая в котором $\tilde{p}_{eqv} = p_n$, для величины эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} получаем соотношение

$$\tilde{p}_{eqv} = \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^\xi - \frac{1}{3\pi} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^{3\xi} \right\}^{-1} \cdot p_a, \quad (2.7)$$

где также выполняются условия $\tilde{p}_{eqv} = p_a$ при $p_m = 0$ и $\tilde{p}_{eqv} = 0$ при $p_a = 0$.

Ограничиваясь в разложении $\arccos(\cdot)$ двумя членами ряда, аналитическое выражение для диаграмм предельных амплитуд напряжений записываем в виде

$$\frac{p_a}{p_n} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^\xi = 1, \quad (2.8)$$

полагая в котором $\tilde{p}_{eqv} = p_n$, для величины эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} получаем соотношение

$$\tilde{p}_{eqv} = \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^\xi \right\}^{-1} \cdot p_a, \quad (2.9)$$

где, как и в (2.5) и (2.7), выполняются условия $\tilde{p}_{eqv} = p_a$ при $p_m = 0$ и $\tilde{p}_{eqv} = 0$ при $p_a = 0$.

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений ξ в (2.5) – (2.9) определяется с использованием характеристик усталости при симметричном цикле и данных испытаний образцов на усталость при отнулевом ($p_m = p_a$) цикле. В этом случае величина ξ определяется из соотношения [6]

$$\xi = \left(\lg \frac{p_a^0}{p_n^0} - \lg \frac{2}{\pi} \right) / \left(\lg \left[\arccos \left(\frac{p_m^0}{p_B} \right) \right] \right), \quad (2.10)$$

где p_m^0 , p_a^0 – статическая и циклическая компоненты отнулевого цикла; p_n^0 – ограниченный предел усталости при симметричном цикле, соответствующий числу циклов до разрушения n_R^0 при напряжениях p_m^0 и p_a^0 .

2.3. Эквивалентные напряжения для «пластичных» материалов. В этом случае эквивалентные напряжения формулируем, исходя из аналитического выражения (2.4), точно удовлетворяющего граничным условиям $p_a = p_n$ при $p_m = 0$ и $p_m = p_B$ при $p_a = 0$ для диаграмм предельных амплитуд напряжений, и исходя из двух приближенных вариантов (2.4).

Полагая, что $\tilde{p}_{eqv} = p_n$, для величины эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} из (2.4) получаем соотношение

$$\tilde{p}_{eqv} = \left[\cos \left(\frac{\pi p_m}{2 p_B} \right) \right]^{-\lambda} \cdot p_a, \quad (2.11)$$

откуда следует, что $\tilde{p}_{eqv} = p_a$ при $p_m = 0$ и $\tilde{p}_{eqv} = 0$ при $p_a = 0$.

Раскладывая $\cos(\cdot)$ в (2.4) в ряд и ограничиваясь тремя членами разложения, аналитическое выражение для диаграмм предельных амплитуд напряжений записываем в виде

$$\left(\frac{p_a}{p_n} \right)^{\frac{1}{\lambda}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi p_m}{2 p_B} \right)^2 - \frac{1}{24} \left(\frac{\pi p_m}{2 p_B} \right)^4 = 1, \quad (2.12)$$

полагая в котором $\tilde{p}_{eqv} = p_n$, для величины эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} получаем соотношение

$$\tilde{p}_{eqv} = \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi p_m}{2 p_B} \right)^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{\pi p_m}{2 p_B} \right)^4 \right\}^{-\lambda} \cdot p_a, \quad (2.13)$$

где также выполняются условия $\tilde{p}_{eqv} = p_a$ при $p_m = 0$ и $\tilde{p}_{eqv} = 0$ при $p_a = 0$.

Ограничиваясь в разложении $\cos(\cdot)$ двумя членами ряда, аналитическое выражение для диаграмм предельных амплитуд напряжений записываем в виде

$$\left(\frac{p_a}{p_n} \right)^{1/\lambda} + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^2 = 1, \quad (2.14)$$

полагая в котором $\tilde{p}_{eqv} = p_n$, для величины эквивалентного напряжения \tilde{p}_{eqv} получаем соотношение

$$\tilde{p}_{eqv} = \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{p_m}{p_B} \right)^2 \right\}^{-\lambda} \cdot p_a, \quad (2.15)$$

где, как и в (2.11) и (2.13), выполняются условия $\tilde{p}_{eqv} = p_a$ при $p_m = 0$ и $\tilde{p}_{eqv} = 0$ при $p_a = 0$.

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений λ в (2.11) – (2.15), как и коэффициент ξ в (2.5) – (2.9), определяется с использованием характеристик усталости при симметричном цикле и данных испытаний образцов на усталость при отнулевом ($p_m = p_a$) цикле. В этом случае величина коэффициента λ определяется из соотношения [6]

$$\lambda = \left(\lg p_a^0 - \lg p_n^0 \right) / \left(\lg \left[\cos \left(\frac{\pi p_m^0}{2 p_B} \right) \right] \right), \quad (2.16)$$

где все обозначения совпадают с принятыми в (2.10).

§3. Усталостная долговечность металлических материалов при асимметричном растяжении – сжатии.

При растяжении – сжатии метод эквивалентных напряжений апробируем экспериментально на задаче расчета усталостной долговечности «хрупких» и «пластичных» материалов.

3.1. Исходные соотношения. Режим одноосного асимметричного растяжения – сжатия, исходя из (1.1), задаем соотношением

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + g(f, t) \sigma_a, \quad (3.1)$$

где $\tilde{\sigma}$, σ_m , σ_a – нормальные компоненты цикла напряжений.

Усталостная долговечность образцов материала при этом режиме, исходя из (2.1), определяется уравнением

$$\tilde{n}_R = 1 / \left[(1 + q) D (\tilde{\sigma}_{eqv})^q \right], \quad (3.2)$$

где коэффициенты D и q вычислены в результате минимизации функционала

$$\Phi(D, q) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj} (\sigma_{nj}) - \left[(1+q)D(\sigma_n)^q \right]^{-1} \right\}^2, \quad (3.3)$$

полученного из (1.5) при условии $\sigma_{nj} = p_{nj}$ и $\sigma_n = p_n$.

3.2. Усталостная долговечность «хрупких» материалов. Для расчета числа циклов до разрушения \tilde{n}_R образцов из «хрупких» материалов при асимметричном нагружении (3.1), задающих усталостную долговечность, из (3.2) получаем с учетом (2.5) уравнение

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ \frac{2}{\pi} \arccos \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^\xi \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a)^q \right]^{-1}; \quad (3.4)$$

с учетом (2.7) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^\xi - \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^{3\xi} \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a)^q \right]^{-1}; \quad (3.5)$$

с учетом (2.9) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^\xi \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a)^q \right]^{-1}, \quad (3.6)$$

где принято, $\sigma_m = p_m$, $\sigma_a = p_a$ и $\sigma_B = p_B$.

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений «хрупких» материалов ξ в (3.4) – (3.6) определяется согласно (2.10) по формуле

$$\xi = \left(\lg \frac{\sigma_a^0}{\sigma_n^0} - \lg \frac{2}{\pi} \right) \cdot \left\{ \lg \left[\arccos \left(\frac{\sigma_m^0}{\sigma_B} \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (3.7)$$

где принято $\sigma_m^0 = p_m^0$, $\sigma_a^0 = p_a^0$, $\sigma_n^0 = p_n^0$.

В качестве «хрупких» материалов рассмотрены: алюминиевые и титановые сплавы, сложнoleгированные стали, жаропрочные стали и сплавы. Значения пределов прочности σ_B и параметров отнулевого цикла σ_m^0 , σ_a^0 , σ_n^0 , n_R^0 , а также значения коэффициентов D , q и ξ , вычисленных согласно (3.3) и (3.7), для некоторых из исследованных материалов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Материал	θ , °C	σ_B , МПа	D , МПа $\cdot q$, цикл $^{-1}$	q	σ_a^0 , МПа	σ_m^0 , МПа	σ_n^0 , МПа	n^0 , цикл	ξ
Сталь ЭИ787	400	1180	$3,018 \cdot 10^{-26}$	7,303	245,2	245,2	355,5	$7,1 \cdot 10^5$	0,46
Сталь 30ХГСА	20	1200	$3,022 \cdot 10^{-11}$	2,197	168,0	168,0	214,0	10^5	0,56
Сплав ВЖЛ12У	20	900	$1,300 \cdot 10^{-16}$	3,897	200,0	200,0	287,5	$4,38 \cdot 10^5$	0,52

Результаты расчетов усталостной долговечности, выполненных по уравнениям (3.4) – (3.6) с использованием приведенных в табл. 1 коэффициентов, сопоставлены на рис. 2 с экспериментальными данными для стали ЭИ787 (а) при $\theta = 400$ °C и значени-

ях $\sigma_m = (245 (\bullet) \text{ и } 490 (\blacktriangle))$ МПа, высоколегированной стали 30ХГСА (*б*) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и значениях $\sigma_m = (168 (\bullet), 336 (\blacktriangle), 540 (\blacksquare))$ МПа, жаропрочного никелевого сплава ВЖЛ12У (*в*) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и значениях $\sigma_m = (196 (\bullet), 392 (\blacktriangle), 589 (\blacksquare))$ МПа. Экспериментальные данные заимствованы, соответственно, из [3, 9, 12]. Здесь и далее результаты расчетов показаны линиями, а экспериментальные данные нанесены точками. Расчеты по уравнению (3.4) показаны штриховыми линиями, по уравнению (3.5) – штриховыми линиями с одной точкой, по уравнению (3.6) – штриховыми линиями с двумя точками. Тонкими сплошными линиями представлена аппроксимация экспериментальной кривой усталости при симметричном цикле нагружения, исходя из минимизации функционала (3.3).

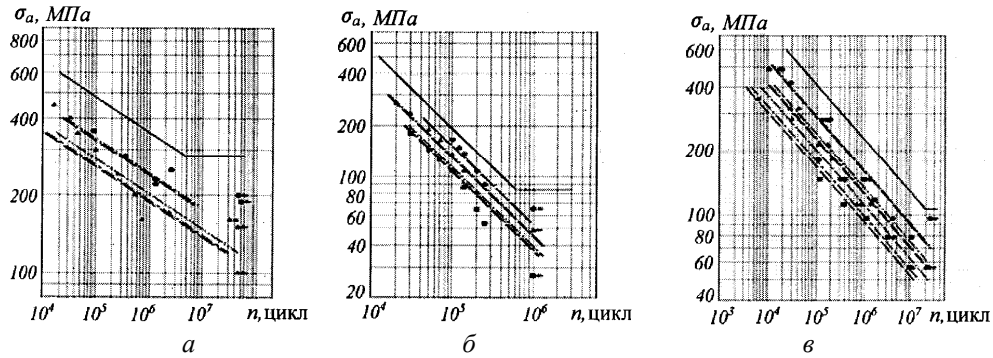


Рис. 2

3.3. Усталостная долговечность «пластичных» материалов. Для расчета циклов до разрушения \tilde{n}_R образцов из «пластичных» материалов при асимметричном нагружении (3.1), задающих усталостную долговечность, согласно (2.1) получаем такие уравнения (принимая $\sigma_m = p_m$, $\sigma_a = p_a$ и $\sigma_B = p_B$):

с учетом (2.11) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ \cos \left(\frac{\pi \sigma_m}{2 \sigma_B} \right) \right\}^{-q\lambda} \cdot (\sigma_a)^q \right]^{-1}; \quad (3.8)$$

с учетом (2.13) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma_m}{2 \sigma_B} \right)^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{\pi \sigma_m}{2 \sigma_B} \right)^4 \right\}^{-q\lambda} \cdot (\sigma_a)^q \right]^{-1}; \quad (3.9)$$

с учетом (2.15) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B} \right)^2 \right\}^{-q\lambda} \cdot (\sigma_a)^q \right]^{-1}. \quad (3.10)$$

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений «пластичных» материалов λ в (3.7) – (3.9) определяем, исходя из (2.16) и учета равенств $\sigma_m^0 = p_m^0$, $\sigma_a^0 = p_a^0$ и $\sigma_n^0 = p_n^0$, по формуле

$$\lambda = \left(\lg \sigma_a^0 - \lg \sigma_n^0 \right) \cdot \left\{ \lg \left[\cos \left(\frac{\pi \sigma_m^0}{2 \sigma_B} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (3.11)$$

В качестве «пластичных» материалов рассмотрены углеродистые и низколегированные стали. Значения пределов прочности σ_B и параметров отнулевого цикла σ_m^0 , σ_a^0 , σ_n^0 , n_R^0 , а также значения коэффициентов D , q и λ , вычисленных согласно (3.3) и (3.11), для некоторых из исследованных материалов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Материал	$\theta, ^\circ\text{C}$	$\sigma_B, \text{МПа}$	$D, \text{МПа}^q \cdot \text{цикл}^{-1}$	q	$\sigma_a^0, \text{МПа}$	$\sigma_m^0, \text{МПа}$	$\sigma_n^0, \text{МПа}$	$n^0, \text{цикл}$	λ
Сталь Э10	20	368,4	$7,435 \cdot 10^{-43}$	14,441	142,2	142,2	202,5	$3,45 \cdot 10^7$	1,50
Хромо-молибденовая сталь	20	757,3	$1,010 \cdot 10^{-47}$	15,511	343,3	343,3	459,7	$3 \cdot 10^4$	1,09
Хромо-молибденовая сталь	100	661,2	$5,121 \cdot 10^{-49}$	16,126	313,9	215,8	345,0	10^6	0,70

Результаты расчетов усталостной долговечности, выполненных по уравнениям (3.8) – (3.10) с использованием приведенных в табл. 2 коэффициентов, сопоставлены на рис. 3 с экспериментальными данными для углеродистой стали Э10 (а) при $\theta = 20 ^\circ\text{C}$ и значении $\sigma_m = 142$ (●) МПа, для хромомолибденовой стали при $\theta = 20 ^\circ\text{C}$ (б) и значении $\sigma_m = 343$ (●) МПа и при $\theta = 100 ^\circ\text{C}$ (в) и значении $\sigma_m = 216$ (●) МПа. Экспериментальные данные заимствованы, соответственно, из [14, 18, 19].

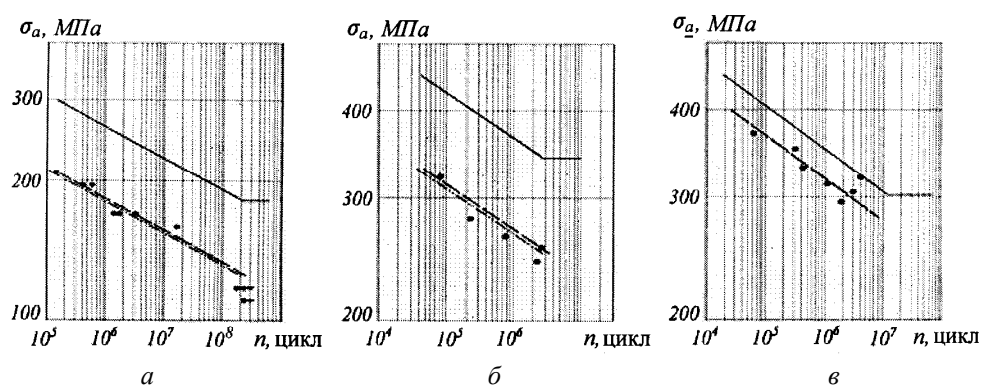


Рис. 3

Штриховые линии соответствуют расчетам по уравнению (3.8), штриховые линии с одной точкой – расчетам по уравнению (3.9), штриховые линии с двумя точками – расчетам по уравнению (3.10).

§4. Усталостная долговечность металлических материалов при асимметричном изгибе и асимметричном кручении.

При асимметричном циклическом изгибе метод эквивалентных напряжений апробируется экспериментально на задаче расчета усталостной долговечности «хрупких» материалов, а при асимметричном циклическом кручении – на задаче расчета усталостной долговечности «пластичных» материалов.

4.1. Усталостная долговечность «хрупких» материалов при асимметричном изгибе. Режим асимметричного циклического изгиба, исходя из (1.1), задаем соотношением

$$\tilde{\sigma}^b = \sigma_m^b + g(f, t) \sigma_a^b, \quad (4.1)$$

где $\tilde{\sigma}^b$, σ_m^b , σ_a^b – максимальные значения нормальных напряжений асимметричного цикла напряжений, действующих в наружных волокнах образца.

Усталостная долговечность образцов материала при асимметричном циклическом изгибе, исходя из (2.1), определяется уравнением

$$\tilde{n}_R = \frac{1}{(1+q)D(\tilde{\sigma}_{eqv}^b)^q}, \quad (4.2)$$

коэффициенты D и q которого определяются в результате минимизации функционала

$$\Phi(D, q) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\sigma_{nj}^b) - \left[(1+q)D(\sigma_n^b)^q \right]^{-1} \right\}^2, \quad (4.3)$$

полученного из (1.5) при условии $\sigma_{nj}^b = p_{nj}$ и $\sigma_n^b = p_n$.

Для расчета числа циклов до разрушения \tilde{n}_R образцов из «хрупких» материалов при асимметричном нагружении (4.1), задающих усталостную долговечность, из (4.2) получаем такие уравнения:

с учетом (2.5) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ \frac{2}{\pi} \arccos \left(\frac{\sigma_m^b}{\sigma_B^b} \right)^\xi \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a^b)^q \right]^{-1}; \quad (4.4)$$

с учетом (2.7) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_m^b}{\sigma_B^b} \right)^\xi - \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\sigma_m^b}{\sigma_B^b} \right)^{3\xi} \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a^b)^q \right]^{-1}; \quad (4.5)$$

с учетом (2.9) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\sigma_m^b}{\sigma_B^b} \right)^\xi \right\}^{-q} \cdot (\sigma_a^b)^q \right]^{-1}. \quad (4.6)$$

Здесь принято, что $\sigma_m^b = p_m$, $\sigma_a^b = p_a$, $\sigma_B^b = p_B$.

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений «хрупких» материалов ξ в (4.4) – (4.6) определяем, исходя из (2.10), по формуле

$$\xi = \left(\lg \frac{\sigma_a^{b0}}{\sigma_n^{b0}} - \lg \frac{2}{\pi} \right) \cdot \left\{ \lg \left[\arccos \left(\frac{\sigma_m^{b0}}{\sigma_B^{b0}} \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (4.7)$$

где принято $\sigma_m^{b0} = p_m^0$, $\sigma_a^{b0} = p_a^0$ и $\sigma_n^{b0} = p_n^0$.

В качестве «хрупких» материалов рассмотрены конструкционные стали. Значения пределов прочности σ_B^b и параметров отнулевого цикла σ_m^{b0} , σ_a^{b0} , σ_n^{b0} , n_R^{b0} , а также значения коэффициентов D , q и ξ , полученных согласно (4.3) и (4.7), для некоторых из исследованных материалов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Материал	$\theta, ^\circ\text{C}$	$\sigma_B^b, \text{МПа}$	$D, \text{МПа}^q \cdot \text{цикл}^{-1}$	q	$\sigma_a^0, \text{МПа}$	$\sigma_m^0, \text{МПа}$	$\sigma_n^0, \text{МПа}$	$n^0, \text{цикл}$	ξ
Сталь 2	20	354,1	$6,852 \cdot 10^{-18}$	4,652	137,3	107,9	157,0	$5 \cdot 10^6$	1,14
Малоуглеродистая сталь	20	413,3	$1,810 \cdot 10^{-15}$	3,502	78,5	78,5	105,0	10^7	7,26
Сталь 45	20	731,8	$5,140 \cdot 10^{-21}$	6,082	147,2	147,2	162,8	10^6	1,99

Результаты расчетов усталостной долговечности, выполненных по уравнениям (4.4) – (4.6) с использованием приведенных в табл. 3 коэффициентов, сопоставлены на рис. 4 с экспериментальными данными для стали 2 (а) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и значениях $\sigma_m^b = (108 (\bullet) \text{ и } 177 (\blacktriangle)) \text{ МПа}$, для малоуглеродистой стали (б) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и значениях $\sigma_m^b = (49 (\bullet) \text{ и } 78 (\blacktriangle)) \text{ МПа}$ и для стали 45 (в) при $\theta = 20^\circ\text{C}$ и значениях $\sigma_m^b = (147 (\bullet) \text{ и } 196 (\blacktriangle)) \text{ МПа}$. Экспериментальные данные заимствованы, соответственно, из [1, 11, 21].

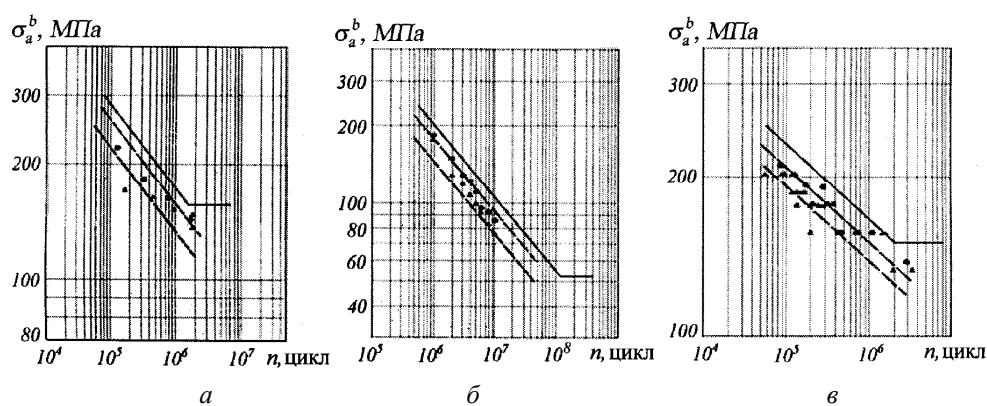


Рис. 4

Штриховыми линиями показаны результаты расчетов по уравнению (4.4), штриховыми линиями с одной точкой – по уравнению (4.5) и штриховыми линиями с двумя точками – по уравнению (4.6).

4.2. Усталостная долговечность «пластичных» материалов при асимметричном кручении. Режим асимметричного циклического кручения, исходя из (1.1), задается соотношением

$$\tilde{\tau} = \tau_m + g(f, t)\tau_a, \quad (4.8)$$

где $\tilde{\tau}$, τ_m , τ_a – максимальные значения касательных напряжений асимметричного цикла напряжений, действующие в наружных волокнах образца.

Усталостная долговечность образцов материала при асимметричном циклическом кручении, исходя из (2.1), определяется уравнением

$$\tilde{n}_R = \frac{1}{(1+q)D(\tilde{\tau}_{eqv})^q}, \quad (4.9)$$

коэффициенты D и q которого определяются в результате минимизации функционала

$$\Phi(D, q) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\tau_{nj}) - \left[(1+q)D(\tau_n)^q \right]^{-1} \right\}^2, \quad (4.10)$$

полученного из (1.5) при условии $\tau_{nj} = p_{nj}$ и $\tau_n = p_n$.

Для расчета числа циклов до разрушения \tilde{n}_R образцов из «пластичных» материалов при асимметричном нагружении (4.8), задающих усталостную долговечность, из (4.9) получаем такие уравнения:

с учетом (2.11) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ \cos \left(\frac{\pi \tau_m}{2 \tau_B} \right) \right\}^{-q\lambda} \cdot (\tau_a)^q \right]^{-1}; \quad (4.11)$$

с учетом (2.13) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi \tau_m}{2 \tau_B} \right)^2 + \frac{1}{24} \left(\frac{\pi \tau_m}{2 \tau_B} \right)^4 \right\}^{-q\lambda} \cdot (\tau_a)^q \right]^{-1}; \quad (4.12)$$

с учетом (2.15) –

$$\tilde{n}_R = \left[(1+q)D \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{\tau_m}{\tau_B} \right)^2 \right\}^{-q\lambda} \cdot (\tau_a)^q \right]^{-1}, \quad (4.13)$$

где $\tau_m = p_m$, $\tau_a = p_a$ и $\tau_B = p_B$.

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла напряжений «пластичных» материалов λ в (4.11) – (4.13) определяется, исходя из (2.16) и принимая $\tau_m^0 = p_m^0$, $\tau_a^0 = p_a^0$ и $\tau_n^0 = p_n^0$, по формуле

$$\lambda = \left(\lg \tau_a^0 - \lg \tau_n^0 \right) \cdot \left\{ \lg \left[\cos \left(\frac{\pi \tau_m^0}{2 \tau_B} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (4.14)$$

В качестве «пластичных» материалов рассмотрены низколегированные стали. Значения пределов прочности τ_B и параметров отнулевого цикла τ_m^0 , τ_a^0 , τ_n^0 , n^0 , а также значения коэффициентов D , q и λ , вычисленных согласно (4.10) и (4.14), для некоторых из исследованных материалов приведены в табл. 4.

Таблица 4

Материал	θ , °С	τ_B , МПа	D , МПа ^{-q} ·цикл ⁻¹	q	τ_a^0 , МПа	τ_m^0 , МПа	τ_n^0 , МПа	n^0 , цикл	λ
Сталь SAE 4340	20	737	$2,262 \cdot 10^{-31}$	9,221	366,1	275,8	388,2	10^7	0,32
Сталь SAE 4340	20	737	$1,154 \cdot 10^{-38}$	12,387	275,8	275,8	313,5	$7 \cdot 10^5$	0,70
Никельхромомолибденовая сталь	20	408	$4,838 \cdot 10^{-64}$	22,792	242,3	239,4	283,5	10^6	0,31

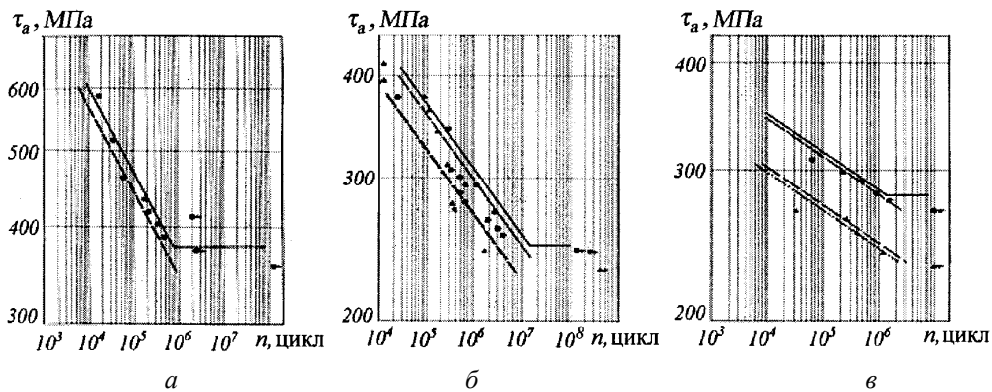


Рис. 5

Результаты расчетов усталостной долговечности, выполненных по уравнениям (4.11) – (4.13) с использованием приведенных в табл. 4 коэффициентов, сопоставлены на рис. 5 с экспериментальными данными для стали SAE4340 при $\theta = 20$ °С и значениях $\tau_m = 276$ (●) МПа (*a*, гладкие образцы); при $\theta = 20$ °С и значениях $\tau_m = (138$ (●) и 276 (▲)) МПа, (*b*, образцы с надрезом) и никельхромомолибденовой стали при $\theta = 20$ °С и значениях $\tau_m = (77$ (●) и 239 (▲)) МПа (*в*, пустотелые образцы). Экспериментальные данные заимствованы, соответственно, из [15 – 17].

Штриховыми линиями показаны результаты расчетов по уравнению (4.11), штриховыми линиями с одной точкой – (4.12), штриховыми линиями с двумя точками – (4.13).

§5. Анализ результатов.

Эффективность использования метода эквивалентных напряжений для оценки усталостной долговечности металлических материалов при асимметричном нагружении обоснована результатами согласования расчетных и экспериментальных данных. Экспериментальная апробация метода осуществлена на примере расчета числа циклов до разрушения гладких цилиндрических образцов материала при асимметричных растяжении – сжатии, циклических изгибе и кручении.

Из данных, представленных на рис. 2 – 5, следует, что результаты расчетов, выполненные с использованием полученных при симметричном цикле нагружения и при единичном отнулевом цикле коэффициентов, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Максимальная погрешность по числу циклов до разрушения получена для образцов стали ЭИ787 (рис. 2, *a*) при $\sigma_m = 490$ МПа и сплава ВЖЛ12У (рис. 2, *в*) при $\sigma_m = 589$ МПа в случае расчетов по наименее точной приближенной модели (3.6). Она составляет в первом случае 71%, во втором – 105%. В большинстве случаев погрешность не превышает 25% и практически не зависит ни от вида асимметричного нагружения, ни от величины статической компоненты. Характерно, что расчеты по точной и приближенным моделям во многих случаях совпадают или различаются не существенно.

Корректным представляется выделение группы условно «хрупких» и условно «пластичных» материалов, предельное состояние которых и, соответственно, величина эквивалентных напряжений задаются разными исходными моделями. Под хрупкостью и, соответственно, под пластичностью понимается разная интенсивность снижения усталостной прочности, которая определяется величиной коэффициента q . Различие между этими двумя группами материалов иллюстрируется положением кривых усталости исследованных материалов при симметричном цикле, объединенных на рис. 6 по параметру q также в две группы.

В случае «хрупких» материалов (I) интенсивность снижения усталостной прочности в функции числа циклов до разрушения n_R примерно в два раза выше, чем в случае «пластичных» материалов (II). Максимальные значения ограниченных пределов усталости (на базе $\sim 10^5$ циклов) для обеих групп материалов различаются при этом незначительно. Характерно, что только в условиях растяжения – сжатия проанализированные экспериментальные данные позволили выделить обе группы материалов. При циклическом изгибе рассмотренные материалы ведут себя только как «хрупкие», а при циклическом кручении – только как «пластичные».

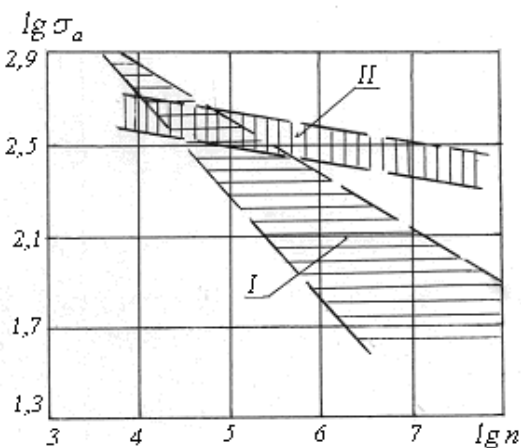


Рис. 6

Основным ограничением применимости концепции эквивалентных напряжений может стать различие в интенсивностях снижения усталостной прочности при асимметричном и симметричном нагружениях, которое задается величиной коэффициента q . В металлических материалах такое различие может возникнуть, например, при высоких температурах вследствие развития процесса циклической ползучести [9].

В этом случае область применимости концепции эквивалентных напряжений при асимметричном нагружении при температуре $\theta < 0,50 \div 0,55\theta_{m\ell}$, где $\theta_{m\ell}$ – температура плавления, не будет зависеть от величины коэффициента амплитуд A . При температурах $\theta > 0,50 \div 0,55\theta_{m\ell}$ эта область может быть ограничена условием

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} > A_*(\theta) = \frac{(\sigma_a)_*}{(\sigma_m)_*}, \quad (5.1)$$

где A_* – критическое значение коэффициента амплитуд, зависящее от температуры θ и определяемое экспериментально. Значения коэффициента A_* для некоторых металлических материалов приведены в [9].

Заключение.

Концепция эквивалентных напряжений является, по-видимому, пока единственным обоснованным подходом, позволяющим решать задачу расчета усталостной долговечности образцов материала при асимметричном нагружении не с позиций использования эмпирических соотношений. В работе эта концепция апробирована экспериментально на различных классах металлических материалов при одностороннем и, что особенно важно для возникновения и развития процесса усталостного разрушения, неоднородном напряженном состоянии. Область применимости концепции охватывает те сочетания статической и циклической компонент асимметричного цикла напряжений, превышающей величину критического коэффициента амплитуд, которая может рассматриваться в качестве константы материала.

РЕЗЮМЕ. Розв'язано задачу розрахунку втомної довговічності зразків металевих матеріалів за умов асиметричного навантаження на основі методу еквівалентних напружень. Як еквівалентне розглядається симетричне циклічне навантаження. Розв'язано і експериментально апробовано задачу розрахунку втомної довговічності зразків із вуглецевих сталей, жароміцних сталей та сплавів за умов асиметричних циклічних розтягу – стиску, згину та скручення.

1. *Афанасьев Н.Н.* Усталость судостроительной стали // Сб. трудов Института строительной механики АН УССР. – К.: Изд-во АН УССР. – 1948. – 9. – С. 37 – 65.
2. *Биргер И.А., Балашов Б.Ф., Дульнев Р.А. и др.* Конструкционная прочность материалов и деталей газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1981. – 222 с.
3. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Демьянушко И.В. и др.* Термопрочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
4. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
5. *Воробьев А.З., Олькин Б.И., Стебнев В.Н., Родченко Т.С.* Сопrotивление усталости элементов конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. – 240 с.
6. *Голуб В.П., Крижановский В.И., Погребняк А.Д.* Метод расчета усталостной прочности металлических и композитных материалов при асимметричном многоцикловом нагружении // Прикл. механика. – 2004. – 40, № 11. – С. 106 – 115.
7. *Голуб В.П., Пантелеев Е.А., Романов А.В.* К расчету усталостной долговечности гладких и надрезанных стержней при осевом нагружении // Надежность и прочность машиностроительных конструкций. – Куйбышев: Изд-во авиационного ин-та, 1988. – С. 4 – 12.
8. *Голуб В.П., Пелых В.Н., Погребняк А.Д.* Прогнозирование усталостной долговечности призматических металлических стержней при асимметричном растяжении – сжатии методом эквивалент-

- ных напряжений // Вісник Національного технічного ун-ту України «КПІ». Машинобудування. – 2010. – № 58. – С. 177 – 182.
9. Голуб В.П., Погребняк А.Д. Высокотемпературное разрушение материалов при циклическом нагружении. – К.: Наук. думка, 1994. – 228 с.
 10. Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Уманский С.Э. и др. Справочное пособие по расчету машиностроительных конструкций / Под общ. ред. акад. АН УССР А.А. Лебедева. – К.: Техника, 1990. – 240 с.
 11. Павловский В.Э. Влияние асимметрии нагружения на накопление повреждений при программных испытаниях на усталость стальных образцов // Пробл. прочности. – 1986. – № 6. – С. 55 – 60.
 12. Редковец Н.Ф. Исследование усталостной прочности самолетных деталей типа шарнирных соединений // Прочность и долговечность авиационных конструкций // Сб. науч. тр. – К.: КИИГА, 1969. – Вып. 3. – С. 96 – 101.
 13. Серенсен С.В., Козаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Руководство и справочное пособие. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
 14. Цимбалыстый Я.И. Исследование неупругости и усталости металлов при асимметричных циклах высокочастотного растяжения – сжатия // Автореф. канд. дис. – К., 1977. – 20 с.
 15. Bastun V.N. On Fracture of Orthotropic Metallic Materials under Cyclic Loading // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 7. – P. 780 – 785.
 16. Chodorowski W.T. Fatigue strength in shear of a alloy steel with particular reference to the Effect of Mean Stress and Directional Properties // Proc. of the Int. Conf. on Fatigue of Metals. – London, 1956. – P. 122 – 131.
 17. Findley W.N., Mergen F.C., Rosenberg A.H. The effect of range of stress on fatigue strength of notched and unnotched SAE 4340 steel in bending and torsion // Proc. of the ASTM. – 1953. – **53**. – P. 768 – 785.
 18. Golub V.P., Pavluk Ya.V., Fernati P.V. Calculating creep strains in linear viscoelastic materials under nonstationary uniaxial loading // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 10. – P. 1071 – 1083.
 19. Hempel M., Krug H. Zug-druck-dauerversuche an Stahl bei höheren Temperaturen und ihre Auswertung nach verschiedenen Verfahren // Band XXIV, 1942, Lieferung 7, Abhandlung 434, – P. 71 – 95.
 20. Kaminskii A.A., Bogdanova O.S. A Mesomechanical Fracture Model for an Orthotropic Material with Different Tensile and Compressive Strengths // Int. J. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 3. – P. 290 – 296.
 21. Kitagawa H., Morohashi T. Some behaviours of structural steel subjected to corrosion fatigue (the 4th report). Influence of Mean Stress // Proc. of the 10th Japan Nat. Congr. for Appl. Mech. – 1960. – P. 155 – 161.

Поступила 08.06.2011

Утверждена в печать 22.11.2012