

УДК 004.942.519.87(045)

А. Г. Додонов, А. И. Кузьмичев

Институт проблем регистрации информации НАН Украины
ул. Н. Шпака, 2, 03113 Киев, Украина
e-mail: dodonov@ipri.kiev.ua, akuzmychov@gmail.com

Оперативное принятие решений в нештатных ситуациях: модель расписания проекта по критерию «время-стоимость»

Объект моделирования — сложно организованная динамическая система, операции которой находятся между собой в определенных технологией отношениях предшествования, где в стандартном (штатном) режиме в рамках базового расписания поддерживаются стабильные временные и ресурсные планы. Возникшая в силу разных причин неожиданная (нештатная) ситуация вынуждает управленцев оперативно принимать к исполнению рациональное организационное решение в форме измененного календарного плана с учетом сложившихся ограничений. Для решения этой распространенной и непростой для реализации задачи предложена ее оптимизационная модель, приведен результат решения задачи в среде Excel с помощью стандартных вычислительных средств.

***Ключевые слова:** управление проектом, проектно-ориентированное организационное управление, расписание (календарный план) проекта, нелинейная оптимизация, Поиск решения Excel, project management, cost optimal project scheduling, nonlinear optimization, Solver Excel.*

Введение

Характерный пример нештатной ситуации в аэропорту — крупном административно-производственном комплексе — описан А. Хейли в одноименном романе¹, где заранее разработанные и согласованные плановые таблицы полетов приходится в режиме реального времени существенно изменять и оперативно реализовывать для сохранения жизнеспособности.

© А. Г. Додонов, А. И. Кузьмичев

¹ Над аэропортом... свирепствовал сильнейший буран И в деятельности аэропорта, как в больном, измученном сердце, то тут, то там стали появляться сбои ...около сотни самолетов ...не поднялись вовремя в воздух. Особое волнение у служащих вызывал груз ..., график его доставки разрабатывался за много недель до того, каки вот теперь он был нарушен уже на несколько часов.

Расписание проекта (календарный план, project scheduling) и его разработка с учетом стоимости — наиболее сложная составляющая и важнейший этап планирования технологического процесса по проектно-ориентированной методике, где поиск искомого плана сводится к расчету сетевой модели проекта по критерию «время-стоимость» (*Time-Cost*) методами CPM/PERT/PDM². Здесь операции характеризуются определенными отношениями предшествования, продолжительностью и требованиями к используемым ресурсам, которые удобно свести к стоимостным затратам, особенно, когда речь идет об оперативных изменениях существующего режима эксплуатации в направлении сокращения технологического процесса.

С позиций проектно-ориентированного подхода для определения оптимального расписания операций, выполняемых при реализации проекта, используется соответствующая оптимизационная модель для учета, чаще всего, нелинейного характера денежных затрат, связанных с организацией и исполнением технологических операций.

В рассматриваемой сетевой модели планирования и управления существенно расширен порядок взаимодействия операций в их смешанном и разнородном составе (техника, вспомогательное оборудование, персонал и др.). Вместе с классическим отношением предшествования «финиш-старт» (Ф–С) здесь используются пока малоизвестные практикам отношения: «старт-старт» (С–С), «финиш-финиш» (Ф–Ф) и «старт-финиш» (С–Ф) между парами операций «предшествующая → последующая» ($A \rightarrow B$)³. Именно в таком расширении кроется существенный резерв сокращения времени осуществления проекта за счет рационального распараллеливания операций.

В предложенном процессе проектного моделирования появилась возможность построения рациональной плановой таблицы взаимодействия объектов во времени, одновременно учитывающей временные и ресурсные (в пересчете на стоимость) ограничения, касающиеся вспомогательных средств и обслуживающего персонала. Подход, реализованный при построении модели, доступен любому лицу, принимающему ответственное решение по организации и планированию взаимодействия разнородных объектов, благодаря использованию встроенных оптимизационных, вычислительных и графических средств табличного процессора Excel.

Поиск улучшенного время-стоимостного варианта организации сравнительно простого и хорошо отработанного в условиях длительной эксплуатации технологического процесса (проекта) возможен методом проб и ошибок. Однако, для сложно организованных и ответственных процессов, подвергающихся частым изменениям на любом уровне, от постановки задач и разработки математической модели до задания иных исходных данных, требуется строго формализованный подход, предполагающий проведение научно-обоснованного модельного исследования с использованием оптимизационных моделей и быстрых алгоритмов их

² Critical Path Method/Program Evaluation and Review Technique/Precedence Diagram Method.

³ С–С: старт В зависит от старта А; Ф–Ф: финиш В зависит от финиша А; Ф–С: старт В зависит от финиша А, эти отношения дополняются наличием лага — задержки (+) или опережения (–) между парами связанных операций.

реализации. Именно при таком подходе возможно варьировать исходные данные в заданных пределах для оперативного поиска искомых результатов и формирования на их основе управляющих решений. В частности, в данной работе это искомые значения раннего начала и продолжительности каждой операции, удовлетворяющие соответствующим ограничениям: на допустимые продолжительности операций и максимально возможную продолжительность проекта в условиях расширенного набора отношений предшествования.

Из анализа источников следует, что классические подходы к решению проектной задачи Time-Cost базируются на методах линейной оптимизации, где затраты упрощенно принимаются пропорциональными продолжительности операций. При острой необходимости учесть нелинейную зависимость «затраты-длительность» нелинейную целевую функцию аппроксимируют кусочно-линейной функцией, существенно усложняя подготовительный и последующий вычислительный процессы и, естественно, процедура линеаризации целевой функции снижает точность вычислений. Там, где прямо используют модели нелинейного программирования, предполагают непрерывный характер искомых переменных, хотя в проектном планировании искомые временные величины, как правило, имеют дискретный отсчет (минуты, часы, дни). Наконец, считаются весьма трудными нелинейные модели проектного анализа, определяющие дискретный характер искомых неизвестных и реализуемые специально разработанными программными средствами, где в сетевых моделях проектов используют лишь классическое отношение предшествования Ф–С.

Все эти особенности учтены в настоящей работе путем оригинальной организации процесса оптимизации в два этапа: на первом этапе реализуется линейная модель с использованием симплекс-метода для формирования области допустимых решений (ОДР), на втором этапе — в полученной ОДР отыскивается минимум нелинейной целевой функции (ЦФ) с использованием метода ОПГ (обобщенного понижающего градиента).

Данная работа имеет своей целью построение доступной для реализации в Excel сетевой модели проекта с расширенными возможностями, а именно:

- использование модели нелинейного программирования для гладких и негладких⁴ нелинейных целевых функций и ограничений;
- ограничение на целый тип искомых переменных;
- расширенный набор отношений предшествования (Ф–С, С–С, Ф–Ф, С–Ф);
- ограничение на допустимое значение искомой продолжительности операции в диапазоне min-max;
- ограничение на максимальную продолжительность проекта, связанное с выбранным критерием оптимизации (целевой функцией) — минимизацией полной стоимости проекта;
- построение диаграммы Ганта и временного графика текущих прямых затрат.

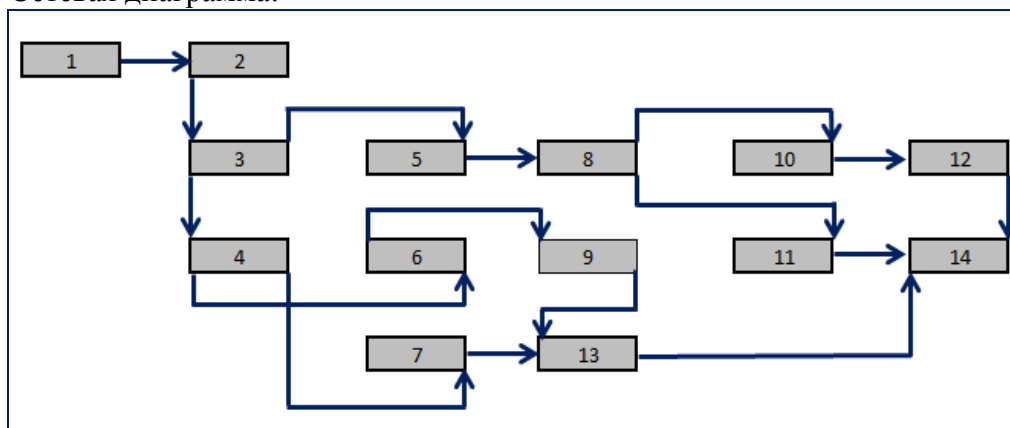
⁴ Негладкая нелинейная функция образуется при использовании логических операций и математических функций: ЕСЛИ, И, ИЛИ, НЕ, ОКРУГЛ, ЦЕЛОЕ, ABS, MIN, MAX и др.

Пример

Сетевая модель проекта с расширенным набором отношений предшествования строится методом «операции в узлах», признанным совершеннее метода «операции на дугах» и используемым в большинстве программных продуктов по управлению проектом.

Единицы измерения: временные (дни), стоимостные (грн.).

Сетевая диаграмма:



Для 14 операций проекта заданы следующие исходные данные:

Дуга		Отношения предшествования				Комментарий
Предш. работа i-ая (от)	Послед. j-ая работа (ДО)	Лег (L)	Отношение	Предш. работа (ЛЧ)	Послед. работа (ПЧ)	Отношения предшествования Precedence Relationships
1	2	0	Ф-С	1	2	2 начинается сразу после завершения 1
2	3	2	С-С	3	3	3 начинается от начала 2 + задержка 2
2	4	2	С-С	3	4	4 начинается от начала 2 + задержка 2
3	5	3	Ф-Ф	10	5	5 завершается после заверш. 3 + задержка 3
4	6	2	С-Ф	5	6	6 завершается не раньше начала 4 + задержка 2
4	7	4	Ф-Ф	8	7	7 завершается после завершения 4 + задержка 4
5	8	0	Ф-С	10	8	8 начинается сразу после завершения 5
6	9	1	С-С	1	9	9 начинается после начала 6 + задержка 1
7	13	0	Ф-С	8	13	13 начинается сразу после завершения 7
8	10	4	Ф-Ф	15	10	10 завершается после завершения 8 + задержка 4
8	11	2	Ф-Ф	13	11	11 завершается после завершения 8 + задержка 2
9	13	2	Ф-С	8	13	13 начинается после 9 + задержка 2
10	12	0	Ф-С	15	12	12 начинается сразу после 10
11	14	0	Ф-С	13	14	14 начинается сразу после 11
12	14	1	Ф-Ф	17	14	14 завершается после завершения 12 + задержка 1
13	14	0	Ф-С	15	14	14 начинается сразу после 13
$C_0 =$	5500					
$C_1 =$	2000					
$\max D_p =$	20					

Обозначения:

- n — заданное количество операций в проекте;
- i — текущий индекс предшествующей операции;
- j — текущий индекс последующей операции;
- k — индекс последней операции проекта;

Функция $C(D)$			Мин. прод.	Макс. прод.
a	b	c		
5500	80	40	1	2
4300	65	30	1	3
5300	75	35	4	7
3400	50	25	1	4
4400	65	25	1	5
4600	70	30	2	6
4400	65	25	2	5
3100	40	20	1	3
4400	65	25	1	5
5100	75	30	2	6
6700	100	50	7	9
2600	40	15	1	2
6700	90	40	4	8
3800	55	20	2	5

L_{ij} — заданный временной диапазон между i -й и j -й операциями, «+»задержка (lag), «-» опережение (lead);

$\min D_i, \max D_i$ — заданные ограничения на искомую продолжительность i -й операции;

a_i, b_i, c_i — заданные коэффициенты нелинейной функции прямых затрат для i -й операции;

$C_i(D_i)$ — заданная зависимость прямых затрат от длительности i -й операции;

C_0 — заданные начальные затраты по проекту;

C_1 — заданные ежедневные затраты по сопровождению проекта;

DP — заданная максимально допустимая продолжительность проекта;

D_i — искомая продолжительность i -й операции;

S_i, S_j — искомые начала i -й или j -й операций;

CT — искомая общая стоимость проекта (ЦФ).

В качестве целевой функции и вычислительного метода в примере используются:

— линейная функция вида $C(D) = a - bD$, симплекс-метод;

— гладкая (квадратичная) функция вида $C(D) = a - bD - cD^2$ и негладкая нелинейная функция $C(D)$, метод ОПГ (обобщенного понижающего градиента, *generalized reduced gradient, GRG*).

Каждый полученный оптимальный календарный план дополняется построением временного графика прямых затрат и диаграммы Гантта.

Линейная (вспомогательная) задача оптимизации

Математическая модель

I. Найти два вектора: начал $S = \{S_i\}$ и продолжительностей $D = \{D_i\}$ операций, чтобы

II. ЦФ (общая стоимость проекта) $CT = \sum C_i(D_i) + C_0 + C_1 DP \rightarrow \min$, где

$$C_i(D_i) = a_i - b_i D_i$$

III. при ограничениях:

$\min D_i \leq D_i \leq \max D_i$ (на продолжительность операции);

$S_k + D_k \leq DP$ (на продолжительность проекта).

Отношения предшествования:

$S_i + D_i + L_{ij} \leq S_j$ — Финиш-Старт;

$S_i + L_{ij} \leq S_j$ — Старт-Старт;

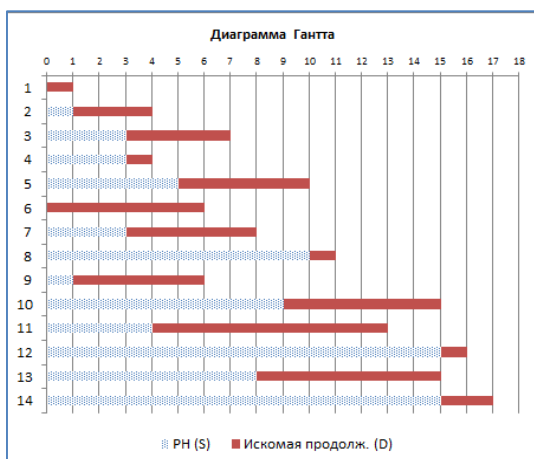
$S_i + L_{ij} \leq S_j + D_j$ — Старт-Финиш;

$S_i + D_i + L_{ij} \leq S_j + D_j$ — Финиш-Финиш

и граничных условиях: значения S_i и D_i — целые положительные числа.

Табличная реализация и результат:

К3														fx = L3-M3*I3	
1	Н	И	Ж	К	Л	М	Н	О	Р	Q	Р	Т	U	V	
2	Работа-узел	Искомая продолж. (D)	РН (S)	Прямые затр.	a	b	c	Мин. прод.	Макс. прод.	Прив. стоим. (D)	запас по макс.		РН (S)	Искомая продолж. (D)	
3	1	1	0	5420	5500	80	40	1	2	1920	1	1	0	1	
4	2	3	1	4105	4300	65	30	1	3	-65	0	2	1	3	
5	3	4	3	5000	5300	75	35	4	7	1835	3	3	3	4	
6	4	1	3	3350	3400	50	25	1	4	40	3	4	3	1	
7	5	5	5	4075	4400	65	25	1	5	-65	0	5	5	5	
8	6	6	0	4180	4600	70	30	2	6	-70	0	6	0	6	
9	7	5	3	4075	4400	65	25	2	5	-65	0	7	3	5	
10	8	1	10	3060	3100	40	20	1	3	1870	2	8	10	1	
11	9	5	1	4075	4400	65	25	1	5	-65	0	9	1	5	
12	10	6	9	4650	5100	75	30	2	6	-75	0	10	9	6	
13	11	9	4	5800	6700	100	50	7	9	-100	0	11	4	9	
14	12	1	15	2560	2600	40	15	1	2	1870	1	12	15	1	
15	13	7	8	6070	6700	90	40	4	8	0	1	13	8	7	
16	14	2	15	3690	3800	55	20	2	5	35	3	14	15	2	
17				60110	Прямые затраты										
18				39500	Непрямые затраты										
19	КП (D _p)=	17		99610	Общие затраты (ЦФ)										



Полученный результат формирует начальное приближение решения основной нелинейной оптимизационной задачи. Для найденных значений ранних начал и продолжительностей операций общие затраты составили величину 99610 грн., при этом минимальная продолжительность проекта 17 дней (максимально допустимая — 20 дней).

Анализ чувствительности линейной модели к изменению значений исходных данных представлен двойственными оценками (приведенные стоимости, *reduced cost*)

искомых продолжительностей операций, которые указывают на изменение значения ЦФ при изменении продолжительности на 1 день, здесь особенно ценны отрицательные значения этих оценок для принятия решения, указывающие на возможное уменьшение общих затрат, таких операций 7, это: 2-я, 5-я, 6-я, 7-я, 9-я, 10-я и 11-я операции. Так, увеличение граничного значения с 9 до 10 дней продолжительности 11-й операции приведет к новой версии расписания с уменьшенной на 100 грн. суммой общих затрат. В то же время положительные значения этих оценок указывают, к каким дополнительным затратам приведет непредвиденная задержка исполнения соответствующих работ.

Нелинейная (основная) задача оптимизации с гладкой ЦФ

Математическая модель

I. Найти два вектора: начал $S = \{S_i\}$ и продолжительностей $D = \{D_i\}$ операций, чтобы

II. ЦФ (общая стоимость проекта)

$$CT = \sum C_i(D_i) + C_0 + C_1 DP \rightarrow \min,$$

где $C_i(D_i) = a_i - b_i D_i - c_i D_i^2$

III. при ограничениях:

$$\min D_i \leq D_i \leq \max D_i,$$

$$S_k + D_k \leq DP.$$

Отношения предшествования:

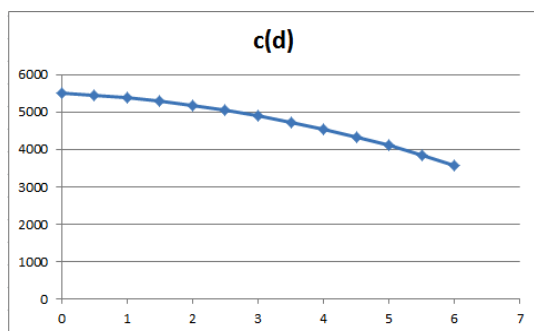
$$S_i + D_i + L_{ij} \leq S_j \text{ — Финиш-Старт;}$$

$$S_i + L_{ij} \leq S_j \text{ — Старт-Старт;}$$

$$S_i + L_{ij} \leq S_j + D_j \text{ — Старт-Финиш;}$$

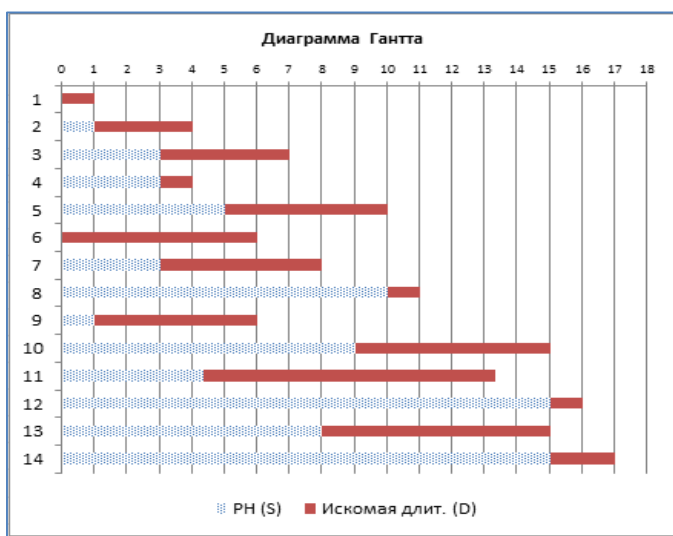
$$S_i + D_i + L_{ij} \leq S_j + D_j \text{ — Финиш-Финиш}$$

и граничных условиях: значения S_i и D_i — целые положительные числа.



Табличная реализация и результат:

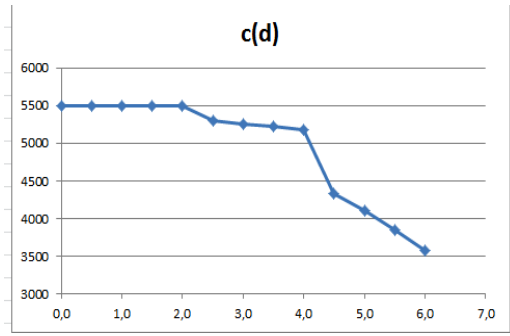
КЗ														f _к = L3-M3*N3-N3*I3^2													
	Н	И	Ж	К	Л	М	Н	О	Р	Q	R	S	T	U	Функция C(D)												
	Работа-узел	Искомая длит. (D)	РН (S)	Прямые затр.	a	b	c	Мин. прод.	Макс. прод.	Прив. град. (D)	резерв по макс.	РН (S)		Искомая длит. (D)													
3	1	1	0	5380	5500	80	40	1	2	1525	1	1	0	1													
4	2	3	1	3835	4300	65	30	1	3	-245	0	2	1	3													
5	3	4	3	4440	5300	75	35	4	7	995	3	3	3	4													
6	4	1	3	3325	3400	50	25	1	4	235	3	4	3	1													
7	5	5	5	3450	4400	65	25	1	5	-315	0	5	5	5													
8	6	6	0	3100	4600	70	30	2	6	-430	0	6	0	6													
9	7	5	3	3450	4400	65	25	2	5	-315	0	7	3	5													
10	8	1	10	3040	3100	40	20	1	3	1270	2	8	10	1													
11	9	5	1	3450	4400	65	25	1	5	0	0	9	1	5													
12	10	6	9	3570	5100	75	30	2	6	0	0	10	9	6													
13	11	9	4	1750	6700	100	50	7	9	-1000	0	11	4	9													
14	12	1	15	2545	2600	40	15	1	2	1280	1	12	15	1													
15	13	7	8	4110	6700	90	40	4	8	0	1	13	8	7													
16	14	2	15	3610	3800	55	20	2	5	515	3	14	15	2													
17				49055	Прямые затраты																						
18				39500	Непрямые затраты																						
19	КП (D _р)= 17			88555	Общие затраты (ЦФ)																						



Этот результат получен благодаря полученному на первом этапе начальному приближению. Для найденных значений ранних начал и длительностей операций общие затраты составили величину 88555 грн., при этом длительность проекта не превышает 17 дней (при ограничении 20 дней).

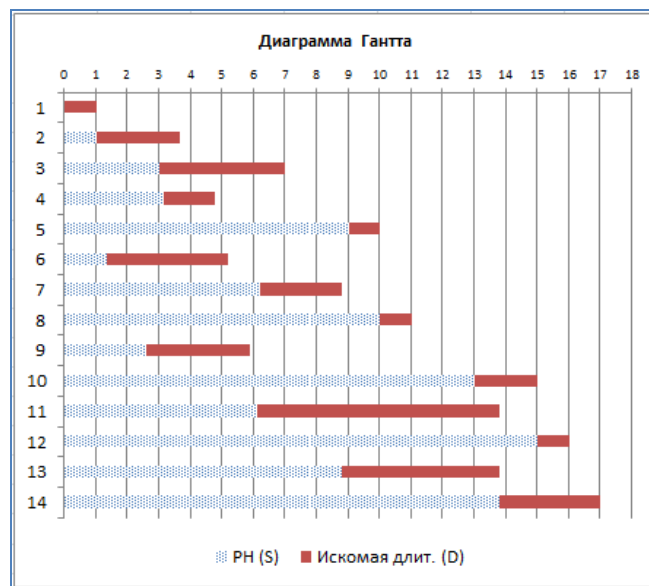
Анализ чувствительности нелинейной модели к изменению значений исходных данных представлен двойственными оценками (приведенный

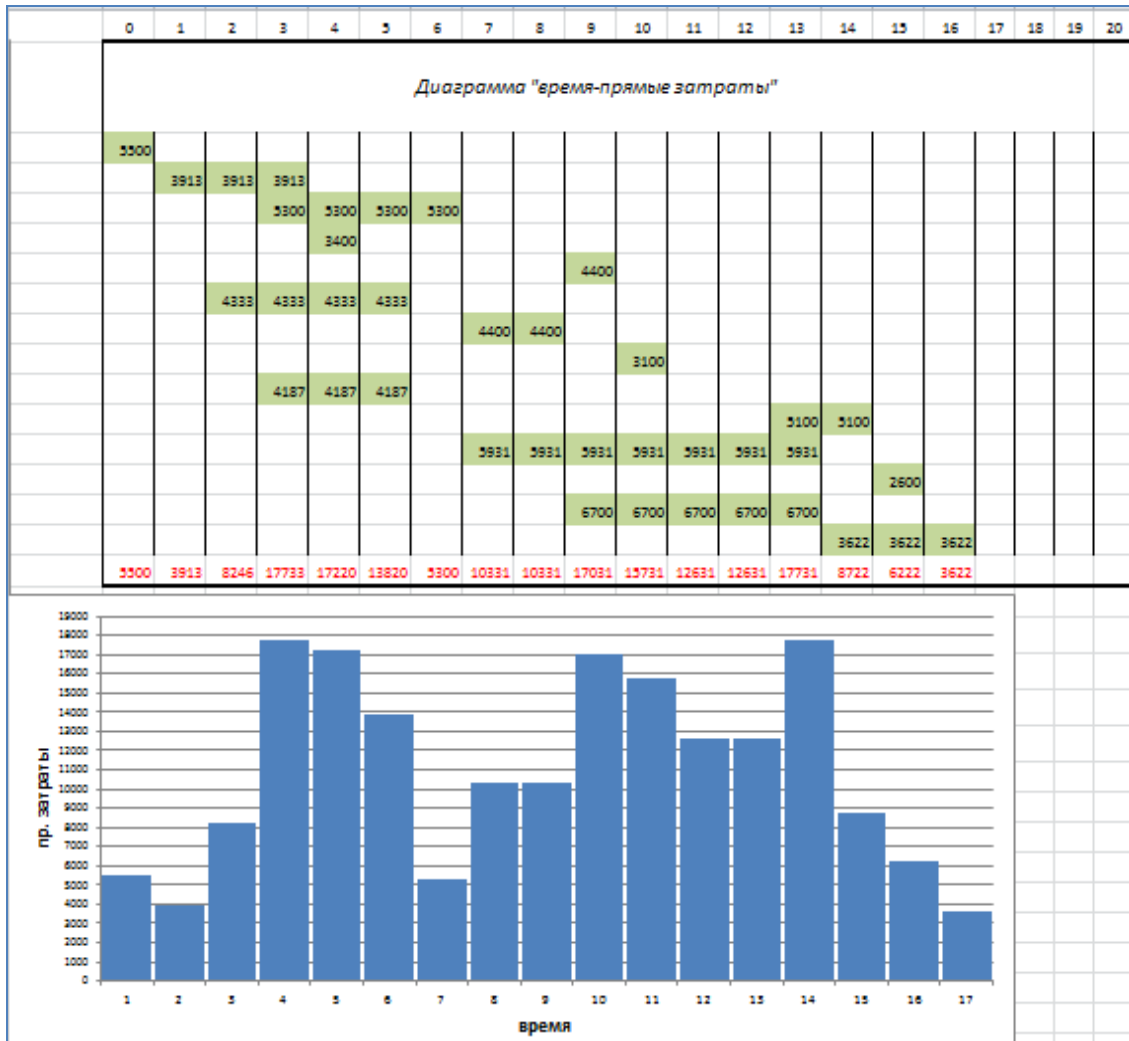
$$C_i(D_i) = \text{целое} \begin{cases} a_i, & \text{если } \min D_i \leq D_i \leq \frac{k}{3} + \min D_i, \\ a_i - b_i D_i, & \text{если } \frac{k}{3} + \\ + \min D_i \leq D_i \leq \frac{2k}{3} + \min D_i, \\ a_i - b_i D_i - c_i D_i^2, & \text{в ост. случаях.} \end{cases}$$



Результат:

К3		=ЦЕЛОЕ(ЕСЛИ(И(I3>=O3;I3<=R3);L3;ЕСЛИ(И(I3>=R3;I3<=S3);L3-M3*I3;L3-M3*I3-N3*I3^2)))														
Н	I	J	К	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	
Функция C(D)																
Работа-узел	Искомая длит. (D)	РН (S)	Прямые затр.	a	b	c	Мин. прод.	Мак. прод.	k	k/3+min	2k/3+min		РН (S)	Искомая длит. (D)		
1	1,00	0,0	5500	5500	80	40	1	2	1	1,33	1,67		1	0	1	
2	2,67	1,0	3913	4300	65	30	1	3	2	1,67	2,33		2	1	3	
3	4,00	3,0	5300	5300	75	35	4	7	3	5,00	6,00		3	3	4	
4	1,61	3,2	3400	3400	50	25	1	4	3	2,00	3,00		4	3	2	
5	1,00	9,0	4400	4400	65	25	1	5	4	2,33	3,67		5	9	1	
6	3,80	1,4	4333	4600	70	30	2	6	4	3,33	4,67		6	1	4	
7	2,57	6,2	4400	4400	65	25	2	5	3	3,00	4,00		7	6	3	
8	1,00	10,0	3100	3100	40	20	1	3	2	1,67	2,33		8	10	1	
9	3,27	2,6	4187	4400	65	25	1	5	4	2,33	3,67		9	3	3	
10	2,00	13,0	5100	5100	75	30	2	6	4	3,33	4,67		10	13	2	
11	7,68	6,1	5931	6700	100	50	7	9	2	7,67	8,33		11	6	8	
12	1,00	15,0	2600	2600	40	15	1	2	1	1,33	1,67		12	15	1	
13	5,00	8,8	6700	6700	90	40	4	8	4	5,33	6,67		13	9	5	
14	3,22	13,8	3622	3800	55	20	2	5	3	3,00	4,00		14	14	3	
			62486	Прямые затраты												
			39500	Непрямые затраты												
КП (D _p)=			17	Общие затраты (ЦФ)												





Выводы

Предложенный подход к поиску оптимального календарного плана проекта по критерию минимизации общих затрат в нелинейной постановке с учетом указанных выше ограничений и расширенного набора отношений предшествования операций позволяет лицу, принимающему решение в нестандартной ситуации, на своем рабочем месте реализовать в доступной вычислительной среде модельный эксперимент.

1. *Математические основы управления проектами*: учеб. пос. / под ред. В.Н. Буркова. — М.: Высш. шк., 2005. — 423 с.
2. *Kerzner H. Project management: A System Approach to Planning, Scheduling, and Controlling* / H. Kerzner. — [10-d ed.]. — Wiley, 2009. — 1122 p.
3. *Turner J. The Handbook of Project-Based Management: Leading Strategic Change in Organizations* / J. Turner. — [3-d ed.]. — 2009. — 452 p.; пер.: Дж. Тернер. Руководство по проектно-организационному управлению, 2007.

4. *Кузьмичов А.І.* Електронно-таблична реалізація мережевої моделі проекту/ А. І. Кузьмичов // *Управління проектами та розвиток виробництва: зб. наук. пр.* — Луганськ: Вид-во СЛУ ім. В. Даля, 2009. — № 3(31). — С. 38–47

5. *Додонов О.Г.* Оптимізаційні моделі еволюційного програмування в Excel: розв'язання задачі комівояжера з обмеженням alldifferent / О.Г. Додонов, А.І. Кузьмичов // *Реєстрація, зберігання і оброб. даних.* — 2011. — Т. 13, № 3. — С. 3–16.

6. *Кузьмичов А.І.* Оптимізаційні методи і моделі: Практикум в Excel / А.І. Кузьмичов. — К.: АМУ, 2013. — 428 с.

Поступила в редакцію 25.02.2014