

## Комп'ютерне моделювання процесів деформування структурованого геофізичного середовища з в'язкопружною взаємодією між елементами структури

*Проведено комп'ютерне моделювання двовимірного процесу динамічного деформування дискретного середовища з в'язкопружною взаємодією між елементами структури. Отримано діаграми деформування такого середовища при різному часі релаксації, а також при різних швидкості й амплітуді навантаження. Доведено, що нерівноважність взаємодії між структурними елементами середовища призводить до збільшення нерівноважності та зростання дисипативних властивостей. Із збільшенням тривалості дії імпульсного навантаження, тобто зі зниженням швидкості деформування, збільшується кривина діаграми деформування, а залишкова деформація залишається практично незмінною, як і співвідношення між видами енергії.*

Комп'ютерне моделювання процесів деформування структурованих геосередовищ при взаємодії структурних елементів, за законами Герца, для пружного та пружнопластичних середовищ опубліковано в роботах [1–3]. У даному повідомленні розглядається модель геофізичного середовища, в якій для опису деформаційних процесів при взаємодії елементів структури використовується модель Больцмана для в'язкопружного тіла.

Як і в статтях [1–3], структуроване середовище будемо моделювати системою дискретних елементів. Для  $i$ -го й  $j$ -го елементів величина взаємного зближення  $\delta_{ij}$  обчислюється за такою формулою:

$$\delta_{ij} = r_i + r_j - \sqrt{\sum_{k=1,2} (x_i^k - x_j^k)^2}, \quad (1)$$

де  $x_i^k, x_j^k$  — координати центрів, а  $r_i, r_j$  — радіуси  $i$ -го й  $j$ -го елементів відповідно. Сила  $\mathbf{F}_{ij}$  може бути розкладеною на нормальну силу  $\mathbf{F}_{ij}^n$ , напрямлену уздовж лінії, що з'єднує центри двох елементів, та на тангенціальну силу  $\mathbf{F}_{ij}^s$ , напрямлену перпендикулярно до цієї лінії. Нормальну силу будемо обчислювати за формулою

$$\mathbf{F}_{ij}^n = -\frac{4\sqrt{2r}\mu}{3} \left[ \delta_{ij}^{3/2} - \int_0^t \psi(t-\xi) \delta_{ij}^{3/2}(\xi) d\xi \right] \mathbf{n}_{ij}, \quad (2)$$

де  $\psi$  — функція релаксації;  $\mu$  — модуль зсуву [4]. Для функції релаксації  $\psi(t) = 1 - e^{-t/\tau}$ , де  $\tau$  — час релаксації, рівняння (2) набудатиме вигляду:

$$\mathbf{F}_{ij}^n = -\frac{4\sqrt{2r}\mu}{3} \left[ \delta_{ij}^{3/2} - \frac{1}{\tau} \int_0^t e^{-(t-\xi)/\tau} \delta_{ij}^{3/2}(\xi) d\xi \right] \mathbf{n}_{ij} \quad (3)$$

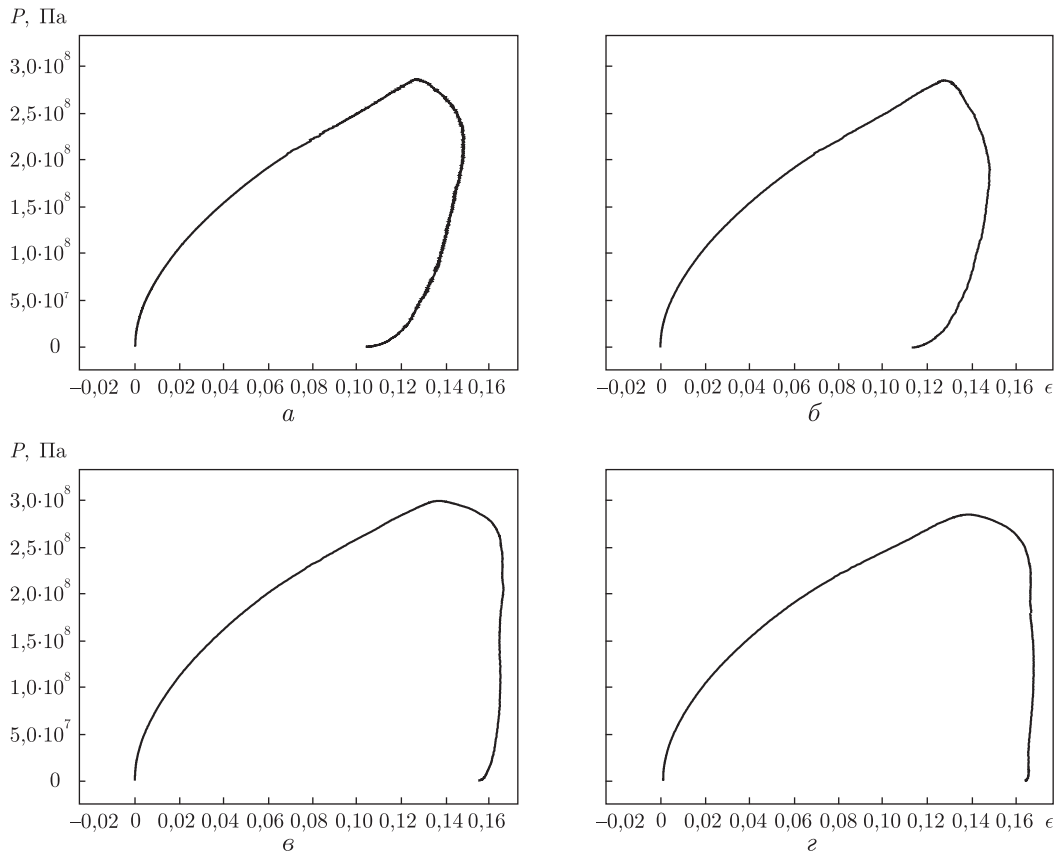


Рис. 1. Діаграми деформування  $P(\epsilon)$ : нерелаксуюче середовище (а);  $\tau$ , мкс: 0,9 (б); 4,4 (в), 8,8 (г). Тут і на рис. 2–4:  $\tau$  — час релаксації

(тут  $\mathbf{n}_{ij}$  — одиничний вектор, напрямлений уздовж лінії, що з'єднує центри двох блоків).  $\mathbf{F}_{ij}^s$  залежить від відносного зсуву уздовж лінії, перпендикулярної до  $\mathbf{n}_{ij}$ . Якщо  $\mathbf{F}_{ij}^s < C_k \mathbf{F}_{ij}^n$ , то

$$\frac{d\mathbf{F}_{ij}^s}{dt} = -C_s \mathbf{w}_{ij}. \quad (4)$$

За умови  $\mathbf{F}_{ij}^s \geq C_k \mathbf{F}_{ij}^n$ :

$$\mathbf{F}_{ij}^s = C_k \frac{\mathbf{w}_{ij}}{w_{ij}} F_{ij}^n. \quad (5)$$

У рівняннях (4) і (5)  $\mathbf{w}_{ij}$  — відносна швидкість  $i$ -го й  $j$ -го елементів:

$$\mathbf{w}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j - \mathbf{n}_{ij}((\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)\mathbf{n}_{ij}) + (2r - \delta_{ij})[\mathbf{n}_{ij} \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{\omega}_j)], \quad (6)$$

де  $\mathbf{v}_i$  й  $\boldsymbol{\omega}_i$  — лінійна й кутова швидкості  $i$ -го елемента;  $C_s$  — константа;  $C_k$  — коефіцієнт тертя. Рівняння руху дискретної системи та алгоритм числового розрахунку даної системи детально описані в статтях [2, 3]. Інтеграл у рівнянні (3) обчислювався методом трапецій для кожної пари взаємодіючих блоків. У розрахунках використано таке:  $\mu = 7,8 \cdot 10^{10}$  Па,  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $C_s = 2,7 \cdot 10^6$  Н/м,  $C_k = 0,1$ .

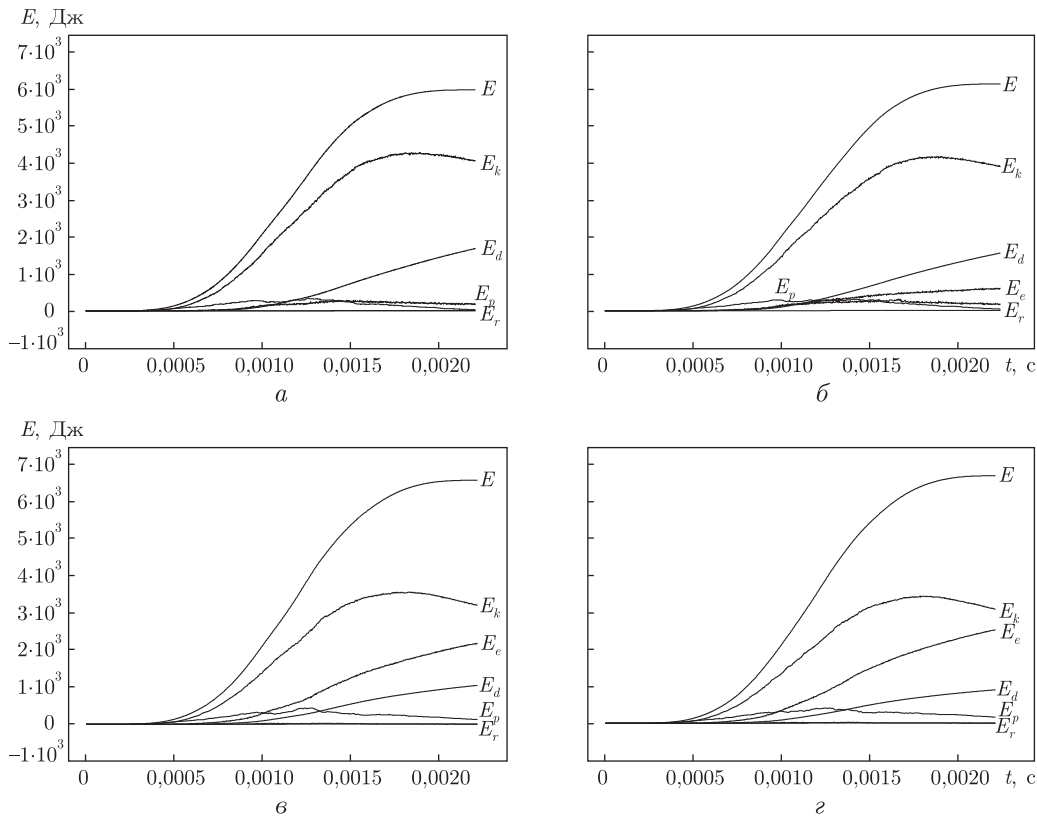


Рис. 2. Залежності видів енергії дискретної системи ( $E$  — повної,  $E_k$  — кінетичної,  $E_e$  — релаксації,  $E_f$  — тертя,  $E_r$  — обергальної,  $E_p$  — кінетичної енергії поршня) від часу: нерелаксуюче середовище (а);  $\tau$ , мкс: 0,9 (б); 4,4 (в); 8,8 (г)

Масив складався із 10500 елементів однакового розміру 0,378 см, розташованих хаотично у прямокутній області з пружними стінками. Він деформувався поршнем, на який діяла сила, що змінювалася за часом:

$$f = f_0 \sin^2 \frac{\pi t}{t_{\max}}. \quad (7)$$

Нами проведено розрахунки деформування масиву для середовища з чисто пружною взаємодією та в'язкопружною взаємодією елементів при трьох різних значеннях  $\tau$ : 0,9, 4,4, 8,8 мкс. При цьому амплітуда навантаження для всіх чотирьох випадків становила  $f_0 = 10^5$  Н, а тривалість навантаження  $t_{\max} = 2,2$  мс.

На рис. 1 наведено діаграми деформування  $P(\varepsilon)$  дискретного середовища з нерелаксуючою взаємодією елементів та в'язкопружною взаємодією при трьох різних значеннях  $\tau$ : 0,9, 4,4, 8,8 мкс. Видно, що при збільшенні  $\tau$  збільшується залишкова деформація та зміщується максимум у бік збільшення деформації. При збільшенні часу релаксації дисипація енергії також збільшується. Це добре видно з рис. 2, де наведено дві енергії дисипації:  $E_d$  — енергія тертя, що обчислюється як робота сили тертя  $F_s$ ;  $E_e$  — енергія релаксації, що обчислюється як робота, виконана нормальною в'язкопружною силою  $F_n$ . Якщо дисипація енергії  $E_d$  практично не залежить від часу релаксації, то дисипація енергії  $E_e$ , зв'язаної з в'язкопружною взаємодією, збільшується істотно зі збільшенням часу релаксації. З рис. 2 випливає, що при збільшенні часу релаксації збільшується загальна енергія

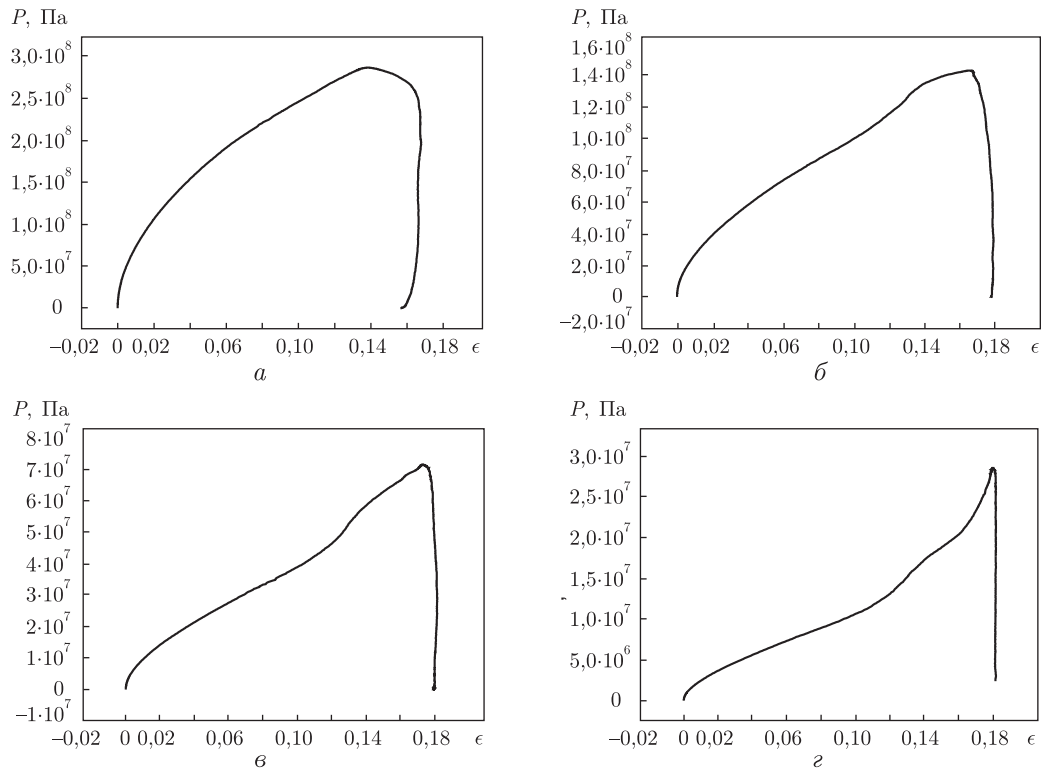


Рис. 3. Діаграми деформування  $P(\epsilon)$ . Тривалість імпульсного навантаження, мс: 2,2 (а); 4,4 (б); 8,8 (в); 22,1 (г).  $\tau = 4,4$  мкс

системи, однак вона більше витрачає її на дисипацію, тобто система стає більш нерівноважною.

Отже, щоб з'ясувати, як впливає швидкість деформування на деформаційні характеристики системи із в'язкопружною взаємодією між елементами, було проведено ряд розрахунків при різних тривалості навантаження, а саме, для чотирьох значень  $t_{\max}$ , мс: 2,2, 4,4, 8,8, 22,1. Амплітуди  $f_0$  відповідно вибирались:  $10^5$ ,  $5,0 \cdot 10^4$ ,  $2,5 \cdot 10^4$ ,  $10^4$  Н, щоб сумарний імпульс, який отримало середовище, був однаковим для всіх чотирьох розрахунків. У всіх розрахунках  $\tau$  однаковий — 4,4 мкс. Діаграми деформування  $P(\epsilon)$  для даних тривалостей навантаження ілюструє рис. 3, звідки випливає, що діаграма деформування у фазі навантаження має дві ділянки з різними кутами нахилу. На першій — до деформації  $\epsilon = 0,11$  середовище проявляє себе як більш піддатливе, що пов'язано з заповненням блоками вільного міжблокового простору, а при подальшому деформуванні деформація масиву частково пов'язана з деформацією самих блоків. Характерним є також те, що при збільшенні тривалості дії імпульсного навантаження, тобто при зменшенні швидкостей деформування (амплітуда імпульсного навантаження при збільшенні тривалості навантаження зменшувалася, а отже, швидкість навантаження і разом з нею швидкість деформування — зменшувалися) змінюється кривина діаграми деформування, а залишкова деформація залишається практично незмінною. Подібні зміни кривини при збільшенні тривалості навантаження мали місце і у випадку пружної взаємодії. Як видно з рис. 4, співвідношення між видами енергії при зміні швидкості деформування залишається приблизно однаковим. Різке зменшення кінетичної енергії та збільшення дисипативної енергії пов'язане з процесом гальмування хвилі на задній стінці.

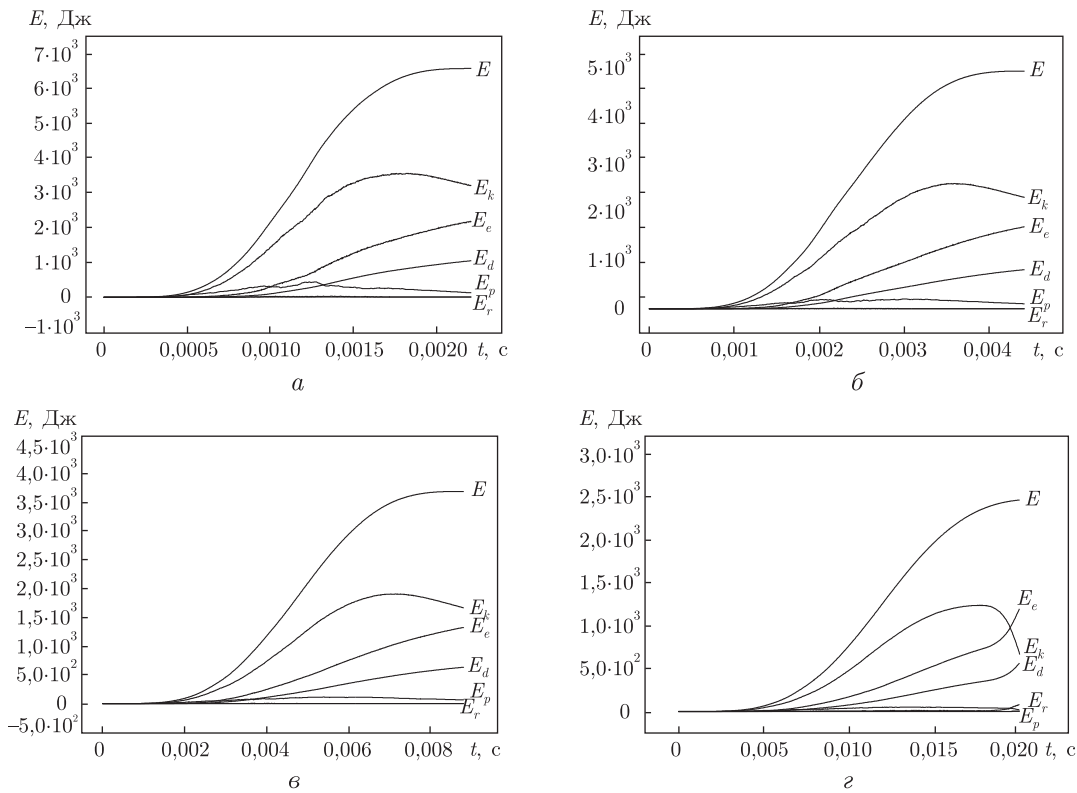


Рис. 4. Залежності видів енергії дискретної системи (див. рис. 2) від часу. Тривалість імпульсного навантаження, мс: 2,2 (а); 4,4 (б); 8,8 (в); 22,1 (г).  $\tau = 4,4$  мкс

Отже, в результаті проведеного комп'ютерного моделювання процесу деформування структурованого середовища із в'язкопружною взаємодією елементів структури доведено, що збільшення часу релаксації призводить до збільшення нерівноважності середовища, а також до зростання його дисипативних властивостей. Зміна швидкості деформування масиву має наслідком зміну кривини діаграми, як у випадку пружної взаємодії між елементами структури, а співвідношення між видами енергії при зміні швидкості деформування залишається однаковими.

1. Даниленко В. А., Микуляк С. В. Особливості утворення та поширення солітонів в пружнопластичному структурованому середовищі // Доп. НАН України. – 2006. – № 12. – С. 102–105.
2. Даниленко В. А., Микуляк С. В. Комп'ютерне моделювання процесів динамічного деформування структурованого геофізичного середовища // Там само. – 2008. – № 2. – С. 123–129.
3. Микуляк С. В. Моделирование процессов динамического деформирования дискретной среды под воздействием импульсной нагрузки // Физ. мезомеханика. – 2007. – **10**, № 6. – С. 69–74.
4. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – Москва: Изд-во лит. по стр-ву, 1965. – 456 с.

Відділення геодинаміки вибуху  
 Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна  
 НАН України, Київ

Надійшло до редакції 03.11.2008

**Computer modeling of processes of dynamic deformation of a structured geophysical medium with the viscoelastic interaction between structure elements**

*We have carried out the computer simulation of a 2D dynamic deformation of a discrete medium with the viscoelastic interaction between structure elements. We have got the deformation diagrams for massifs at different relaxation times, speeds of loading, and amplitudes. We have demonstrated that the nonequilibrium of structure elements of the medium brings about an increase of the nonequilibrium of the massif and its dissipative properties. When the time of the impulse action increases, that is, the rate of deformation slows down, the curvature of the deformation diagram increases, but the residual strain remains sensibly constant, as well as the relation between the types of energy.*