10. Pavlenko V. D. Interpolation Method of Nonlinear Dynamical Systems Identification Based on Volterra Model in Frequency Domain / V. D. Pavlenko, S. V. Pavlenko, V. O. Speranskyy // Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2013), 15-17 September 2013, Berlin, Germany. — 2013. — P. 173–178.

Представлено програмно-апаратні засоби, що використовуються для непараметричної ідентифікації нелінійних динамічних систем на основі моделей Вольтерра в частотній області. В якості тестових впливів обрано полігармонічні сигнали. Запропонована методологія та інструментарій використовуються для побудови моделі каналу зв'язку.

Ключові слова: *нелінійні динамічні системи, моделі Вольтерра, частотна область, непараметрична ідентифікація, полігармонічні сигнали, багатовимірні частотні характеристики, інструментальні засоби ідентифікації.*

Отримано: 29.07.2014

УДК 621.396.982.2

В. В. Палагін, д-р техн. наук, професор,
О. В. Івченко, аспірант

Черкаський державний технологічний університет, м. Черкаси

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕГАУСОВИХ КОРЕЛЬОВАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

У роботі наведені результати оцінювання параметрів негаусових випадкових процесів на основі застосування адаптованого методу максимізації полінома та моментно-кумулянтного опису випадкових величин. Отримані результати моделювання і ефективності запропонованого методу в порівнянні з відомими підходами.

Ключові слова: *негаусові корельовані випадкові процеси, оцінювання параметрів, метод максимізації полінома, дисперсія оцінки.*

Вступ. Проблемі статистичного аналізу багатомірних випадкових величин присвячено багато робіт [1–3], де в основному робиться припущення про їх нормальний розподіл. На практиці не завжди виконується умова нормалізації багатомірних випадкових величин [4], тому виникає необхідність розширення математичного апарату з обробки даних при негаусових завадах. Одним з підходів для вирішення даної проблеми є застосування методу максимізації поліному [5–6], де використання моментно-кумулянтного опису випадкових величин та врахування параметрів негаусових випадкових величин дозволяє отримати більш прості і точні оцінки в порівнянні з відомими результатами. Для оцінювання параметрів негаусових випадкових величин, які є статистично залежними, проведена адаптація даного методу [7]. Для моделювання процесів оцінювання параметрів негаусових завад, заснованих на розробці моментно-кумулянтних моделей випадкових величин, поліноміальних методах обробки сигналів, що дозволяють підвищити точність оцінювання, застосована система на платформі проблемно-орієнтованого пакету MATLAB з використанням широкого спектру пакетів розширення, на основі якої створено програмні засоби комп'ютерного моделювання оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів в системах обробки даних.

Метою роботи є збільшення точності процесів оцінювання параметрів статистично залежних негаусових випадкових процесів на основі моментно-кумулянтного представлення випадкових величин та адаптованого методу максимізації поліному.

Основна частина. У роботі розглядається задача комп’ютерного моделювання оцінювання параметра дисперсії $\theta = \chi_2$ асиметричного корельованого випадкового процесу при його моментно-кумулянтному описі та застосуванні адаптованого методу максимізації поліному [7], де досліджувані статистичні дані (вибіркові значення процесу, що залежать від шуканого параметра θ) $x_1 = \xi(t_1, \theta)$, $x_2 = \xi(t_2, \theta), ..., x_n = \xi(t_n, \theta)$ представляються у вигляді стохастичного поліному степеня s:

$$l_{snz}\left(\overline{x}/\theta; Z\right) = k_0\left(\theta; R_{vk}\right) + \sum_{i=1}^{s} k_i\left(\theta; R_{vk}\right) \sum_{v=1}^{n} \varphi_i(x_v). \qquad (1)$$

При цьому коефіцієнти полінома $k_0\left(\theta; R_{vk}\right)$, $k_i\left(\theta; R_{vk}\right)$ знаходяться по критерію мінімума дисперсії шуканої оцінки [7], де $\varphi_i(x_v)$ — заданий вид функціонального перетворення вибіркових значень (наприклад, степеневе функціональне перетворення).

Оцінка невідомого параметра θ при моментному описі випадкового процесу і степені полінома s знаходиться з розв’язку рівняння [7]:

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{v=1}^{n} h_{iv}\left(\theta, R_{vk}\right)\left[x_v^i - \alpha_i\left(\theta\right)\right]\Big|_{\theta=\chi_2} = 0\,, \qquad (2)$$

де $\alpha_i\left(\theta\right)$ — початкові моменти i-го порядку асиметричного корельованого випадкового процесу; $h_{iv}\left(\theta, R_{vk}\right)$ — коефіцієнти полінома, які залежать від оцінюваного параметра і від коефіцієнтів кореляції R_{vk} між вибірковими значеннями. Невідомі коефіцієнти (2) знаходяться з розв'язку системи рівнянь:

$$\sum_{j=1}^{s} h_{jv}\left(\theta, R_{vk}\right) K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v, t_k; \theta\right) = \frac{d}{d\theta}\alpha_i\left(\theta\right),\ v,k = 0...n,\ i = 1...n\,. \quad (3)$$

Показано, що функції $K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v, t_k; \theta\right)$ знаходяться з розв'язку рівняння:

$$\begin{aligned} K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v, t_k; \theta\right) &= M(\xi^i(t_v) - m_i(\theta))(\xi^j(t_k) - m_j(\theta)) = \\ &= m_{ij}^{(v,k)}\left(t_v, t_k; \theta\right) - \alpha_i\left(\theta\right)\alpha_j\left(\theta\right), \end{aligned} \quad (4)$$

де $m_{ij}^{(v,k)}(t_v, t_k; \theta)$ — моментні функції порядку $\left(i+j\right)$, $(i, j = \overline{0,s}$, $v,k = \overline{0,n}$), які визначаються через значення статистичних зв'язків між вибірковими значеннями (кумулянтні функції) [7].

Оцінювання параметрів негаусових випадкових процесів здійснюється при степенях стохастичного полінома $s \geq 2$.

Для другого степеня полінома (1) асиметричного корельованого випадкового процесу асимптотична дисперсія оцінки параметра χ_2 визначається як обернена величина до функції:

$$J_{2nz}\left(\chi_2; Z\right) = h_2\left(\chi_2; Z\right)\frac{d}{d\chi_2}\alpha_2\left(\chi_2\right) = \frac{\sum_{v=1}^{n} A_{v(22)}}{\Delta^2(2-\gamma_3^2)},$$

де Δ — об'єм тіла, який дорівнює визначнику від матриці, елементами якої є функції $K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v, t_k; \theta\right)$; $A_{v(22)}$ — визначник , що отримується з визначника Δ шляхом заміни v-го стовбця в матриці елементами $\frac{\partial}{\partial \vartheta}\alpha_2$ (початковий момент другого порядку $\alpha_2 = \chi_2$), при $v \to \overline{1...n}$. Нижній індекс $A_{v(22)}$ вказує на приналежність даного визначника 2-му коефіцієнту рівняння максимізації полінома 2-го степеня;

При розробці математичних моделей негаусових корельованих сигналів і методів їх оцінювання головним показником, який характеризує якість розроблених алгоритмів, виступає коефіцієнт зменшення дисперсії $g_{(\bar{\theta})}$. Такий коефіцієнт дорівнює відношенню дисперсій оцінок, знайдених адаптованим методом максимізації полінома при степені полінома s $\sigma_{(\bar{\theta})s}$ [7] до величини дисперсії оцінки аналогічного параметра, знайденого за допомогою методу моментів $\sigma_{(\bar{\theta})1}$:

$$g_{(\bar{\theta})s1} = \frac{\sigma_{(\bar{\theta})s}}{\sigma_{(\bar{\theta})1}}. \qquad (5)$$

Важливою умовою визначення дисперсії отримуваних оцінок є багаторазове проведення експерименту для різних вибірок з однаковими вихідними статистичними характеристиками.

На основі розроблених математичних моделей та методів створено програмні засоби комп'ютерного моделювання оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів (рис. 1).

Програмний комплекс представляє собою набір окремих модулів (Мод.), призначених для:

- оцінювання параметрів негаусової завади (М.3.1), з використанням методу моментів (ММ), для отримання оцінки параметра

$$\theta:\ \theta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_3\}; \qquad (\text{М.3.1.1})$$

$$\theta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_4\}; \qquad (\text{М.3.1.2})$$

$$\theta = \{\chi_2, \gamma_3, \gamma_4\}. \qquad (\text{М.3.1.3})$$

- оцінювання параметрів негаусової завади (М.3.2), з використанням адаптованого методу максимізації полінома (ММП), для отримання оцінки параметра

$$\theta:\ \theta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_3\}; \qquad (\text{М.3.2.1})$$

$$\theta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_4\}; \qquad (\text{М.3.2.2})$$

$$\theta = \{\chi_2, \gamma_3, \gamma_4\}. \qquad (\text{М.3.2.3})$$

- генерування корельованих і не корельованих послідовностей з різними розподілами (М.2.1–М.2.4).

Комплекс програм, представлених на рис. 1, реалізується в системі MATLAB і є інтерактивною системою для виконання інженерних і наукових досліджень.

Побудова генератора реалізації стаціонарних негаусових стохастичних процесів з кореляцією вхідних даних із заданими кумулянтами базується на принципах, що запропоновані в роботі [8]. Такий підхід щодо побудови генератора негаусових випадкових послідовностей дозволяє отримувати статистичні вибіркові значення, в основі яких лежить негаусовий закон розподілу. При цьому отриману вибірку можна розглядати як корельовану з кореляційною функцією наперед заданого виду. Можливості задаватися параметрами негаусових корельованих випадкових процесів при їх генеруванні розкриває широкі можливості щодо моделювання негаусових випадкових процесів.

Згідно машинного експерименту було проведено імітаційне моделювання роботи алгоритмів оцінювання параметра корельованого негаусового випадкового сигналу, синтезованих із методу максимізації полінома [5–6], що був вдосконалений на випадок корельованої вибірки при степені $s = 2$ та $s = 3$ (блок М.4) і порівняння отриманих результатів з результатами дослідження.

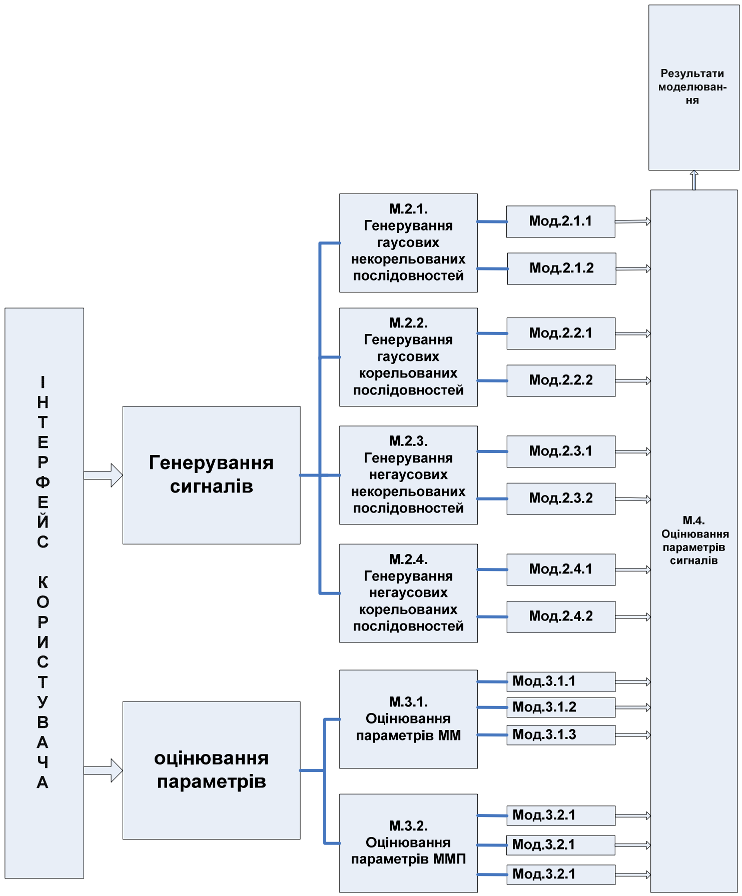

Рис. 1. *Структурна схема програмного комплексу комп'ютерного моделювання оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів*

Моделювання проводилося за умови апріорно відомого виду кореляційної функції, що описує статистичний зв'язок між значеннями досліджуваної вибірки і за умови апріорно не відомого виду кореляційної функції, що вимагає попереднього оцінювання коефіцієнта кореляції між значеннями вибірки в блоці оцінювання параметрів і формування масиву його значень:

$$\begin{pmatrix} 1 & R_{12} & \dots & R_{1n} \\ R_{21} & 1 & \dots & R_{2n} \\ . & . & . & . \\ R_{n1} & R_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

де R_{ij} — оцінене значення коефіцієнта кореляції між i -им і j -им вибірковими значеннями $i, j = \overline{1, n}$.

На рис. 2 представлена залежність експериментальних значень коефіцієнтів ефективності оцінки параметра θ при $s = 2$ в залежності від коефіцієнта асиметрії в порівнянні з теоретичними, де суцільною лінією відображається теоретичні значення коефіцієнтів зменшення дисперсії. Поряд представлені дискретні значення коефіцієнтів зменшення дисперсії, отримані в результаті комп'ютерного моделювання, тобто практичні значення при степені полінома $s = 2$ і значеннях кумулянтів $\chi_2 = 8$ та $\gamma_4 = 0$ за умови експоненціального статистичного зв'язку між вибірковими значеннями негаусового процесу (коефіцієнт кореляції дорівнює $R(\tau) = e^{-A|\tau|}$, де, $A > 0$ — коефіцієнт, τ — інтервал кореляції). В ході моделювання досліджувались вибірки різного обсягу і проводилась різноманітна кількість експериментів, тому практичні значення коефіцієнтів зменшення дисперсії зображені за допомогою різних позначок. Причому позначки «□» на рис. 2 відповідають тому випадку, коли обсяг вибірки n та кількість експериментів υ приймають значення 300, позначки «×» — 600, а позначки «○» — 1000.

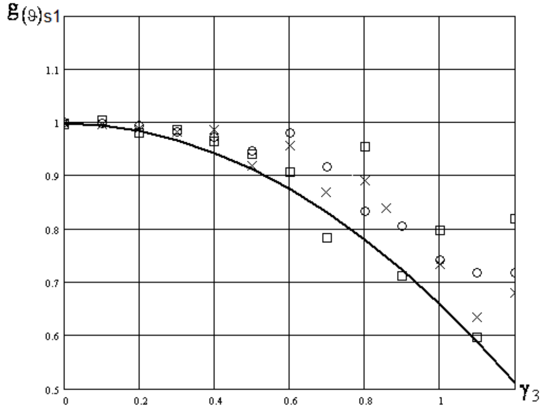

***Рис. 2**. Залежність експериментальних значень коефіцієнтів ефективності оцінки параметра θ при $s = 2$ в залежності від коефіцієнта асиметрії в порівнянні з теоретичними*

На рис. 3 наведена залежність дисперсії оцінки $\chi_2 \cdot$ від параметра кореляції A при фіксованих значеннях об'єму вибірки n та параметра асиметрії γ_3 .

З графіка видно, що при великих значеннях коефіцієнта кореляції, що еквівалентно малим значенням маштабуючого коефіцієнта *A*, дисперсія оцінки збільшується, і відповідно, точність оцінювання погіршується. Дослідження показали, що при врахуванні параметрів негаусовості (коефіцієнта асиметрії) можливе зменшення дисперсії оцінки і, відповідно, збільшення точності процесу оцінювання.

Отримані результати підтверджують достовірність теоретичних висновків про ефективність застосування синтезованих алгоритмів оцінювання параметрів негаусових корельованих сигналів.

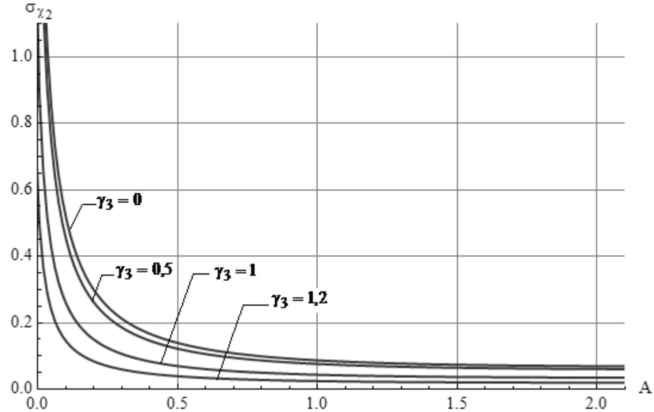

Рис.3. *Графік залежності дисперсії оцінки χ_2 від параметра кореляції A при об'ємі вибірки n =1000 і різних значення параметра асиметрії γ_3*

Висновки. На основі розробки нових математичних моделей статистично залежних негаусових випадкових величин, проведення адаптації методу максимізації поліному, розроблено програмний комплекс, який дозволяє проводити комп'ютерне моделювання оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів. Показано, що врахування параметрів негаусових досліджуваних процесів в алгоритмах адаптованого методу максимізації поліному дозволяє отримувати оцінки з кращими ймовірнісними характеристиками в порівнянні з відомими результатами.

Список використаних джерел:

1. Кендалл М. Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. Стюарт ; пер. с англ. под ред. А. Н. Колмогорова. — М. : Наука, 1973. — 900 с.

2. Van Trees H. L. Detection, Estimation, and Modulation Theory. — Part IV: Optimum Array Processing / H. L. Van Trees // John Wiley. — 2002. — 1470 p.
3. Tuzlukov V. P. Signal Processing Noise / V. P. Tuzlukov // CRC Press. — 2002. — 676 p.
4. Соленов, В. И. Нелинейная обработка и адаптация в негауссовских помехах / В. И. Соленов, О. И. Шелухин. — Киев : КМУГА, 1997. — 180 с.
5. Кунченко Ю. П. Оценка параметров случайных величин методом максимизации полинома / Ю. П. Кунченко, Ю. Г. Лега. — К. : Наук. думка, 1992. —180 с.
6. Kunchenko Y. P. Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random variables / Y. P. Kunchenko. — Aachen : Shaker Verlag, 2002. — 396 p.
7. Палагін В. В. Адаптація методу максимізації полінома для оцінки параметрів випадкових величин за статистично-залежною вибіркою / В. В. Палагін, О. В. Івченко // Системи обробки інформації. — Харків, 2009. — Вип. 2 (76). — С. 118–123.
8. Пат. на корисну модель 64971 Україна, МПК G06F7/58 (2006.01). Спосіб генерації корельованих випадкових величин / Ю. Г. Лега, В. В. Палагін, А. В. Чепинога, О. В. Івченко ; заявл. 18.04.2011 ; Опубл. 25.11.2011, Бюл. № 22.

The paper presents the results of parameters estimation of non-Gaussian random processes through the use of an adapted method of maximization polynomial and moment-cumulant description of random variables. Were obtained simulation results and effectiveness of the new method in comparison with the known approaches.

Key words: n*on-Gaussian correlated random processes, parameter estimation, method of maximization of polynomial, variance estimation.*

Отримано: 12.09.2014