

10. Методы и алгоритмы восстановления сигналов и изображений : монография / А. Ф. Верлань, И. О. Горошко, Е. Ю. Карпенко, В. Ю. Королев, Л. В. Мосенцова. — К. : НАН Украины, ИПМЭ им. Г. Е. Пухова, 2011. — 368 с.
11. Кутин Г. И. Методы ранжировки комплексов признаков. Зарубежная радиоэлектроника / Г. И. Кутин. — М. : Радио и связь, 1981. — № 9. — С. 54–70.
12. Мастецкий Л. М. Математические методы распознавания образов. Курс лекций / Л. М. Мастецкий. — М. : Изд-во МГУ, 2002. — 86 с.

Consider the task of structural and functional organization of algorithms and programs processing of acoustic emission signals when diagnosing defects technical constructions. Analyzed the signs of signals defining diagnostic parameters defects.

Key words: *acoustic emission, signals, diagnostics, defects, classification.*

Отримано: 26.03.2014

УДК 621.34-501.72

В. С. Коновал, канд. техн. наук,
В. І. Мороз, д-р техн. наук, професор

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

РЕАЛІЗАЦІЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО МЕТОДУ ДЛЯ АНАЛІЗУ СТІЙКОСТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ

У статті запропоновано спосіб реалізації рекурентних формул на основі інтегральних методів для розв'язування задач аналізу стійкості електроенергетичних систем.

Ключові слова: *електроенергетичні системи, інтегральні рівняння, комп'ютерне моделювання, з-перетворення.*

Постановка проблеми. Моделювання перехідних процесів у складних електроенергетичних системах, які описують тисячами диференціальних рівнянь, є достатньо проблемною задачею навіть для сучасного рівня обчислювальної техніки і класичних методів розв'язування звичайних диференціальних рівнянь [1]. Складність полягає в тому, що у випадку застосування числових методів на поведінку досліджуваної системи накладається ще й поведінка використаного числового методу. Як показано в роботах [2–4], внаслідок дискретизації числовими інтеграторами неперервної моделі динамічної системи в отриманій цифровій моделі з'являються додаткові нулі та полюси результуючої дискретної передатної функції та відповідні зміни в амплітудних і фазних частотних характеристиках порівняно з аналоговим прототипом, який описано вихідною системою звичайних диференціальних рівнянь. У результаті складність цифрової моделі досліджуваної електроенергетичної системи зростає у кілька разів порівняно з математичною моделлю, що подана диференціальними рів-

няннями. Певною мірою це узгоджується з гіпотезою фон Ноймана (von Neumann), за якою найпростішим описом об'єкта, що досяг деякого порогу складності, є власне сам об'єкт, а будь-яка спроба його строгого формального опису (у даному випадку — цифрової моделі) призводить до чогось складнішого і заплутанішого.

Іншою проблемою, що вимагає вирішення, є реалізація обчислень перехідних процесів в електроенергетичних системах у реальному часі або й у десятки, сотні разів швидше для оперативного керування системами [1].

Традиційний у моделюванні електроенергетичних систем підхід до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь з використанням відомих числових методів і записом диференціальних рівнянь у формі Коші доволі часто зустрічається з проблемами зростання часу розрахунку і накопичення похибок, що й спостерігається у випадку складних електроенергетичних систем. Використання класичних числових методів у таких випадках виявляється часто неефективним, навіть на задачах низького порядку [5; 6]. Прикладом практичного використання традиційних методів моделювання є програмний комплекс «Дакар», призначений для аналізу динамічних і квазістатичних режимів електроенергетичних систем [7; 8]. Виходом з цієї ситуації може бути перехід до інтегральних перетворень, які дають змогу отримати ефективніші рекурентні формули для розв'язування задач аналізу динаміки електроенергетичних систем.

Задачею досліджень є отримання на основі інтегральних методів ефективних рекурентних рівнянь, які дають змогу описувати динамічні процеси в лінійних (або лінеаризованих на поточному кроці) електроенергетичних системах для використання в системі моделювання «Дакар», та їхній аналіз.

Аналіз досліджень і публікацій. Використання сучасних методів розв'язування звичайних диференціальних рівнянь є основним способом розв'язування задач динаміки складних електроенергетичних систем [1; 9]. Це пояснюється доволі просто — ця технологія добре відпрацьована, через що дослідник має змогу звичними методами описати досліджуваний об'єкт системою диференціальних рівнянь, а потім її розв'язати з використанням стандартних процедур. При цьому нема потреби шукати і реалізувати необхідний числовий метод, формувати моделювальні рекурентні формули — це все вже давно зроблено іншими [1; 5; 9].

Перевагою такого способу комп'ютерного моделювання є відчутна економія часу на етапі створення власне комп'ютерної моделі внаслідок виключення багатьох рутинних операцій.

Як показано в класичній роботі [10], застосування інтегральних підходів дає суттєві переваги у розв'язанні задач аналізу динаміки електричних систем. Використання інтегральних перетворень (перетворення Лапласа, z -перетворення) дає змогу мінімізувати числові похибки та усунути проблеми числової стійкості для будь-якого кроку

розв'язування [2; 4; 11]. Використання z-перетворення також є способом отримання найшвидкодійніших стійких рекурентних формул для розрахунку динаміки не лише лінійних, але й для досить широкого класу нелінійних технічних систем [2; 11].

Потрібно відзначити, що приклади розрахунків динаміки електроенергетичних систем з використанням рекурентних формул на підставі інтегральних перетворень у літературних джерелах практично не зустрічаються.

Теоретичні відомості. Досягти адекватності цифрових моделей електроенергетичних систем відповідно до їх опису системами звичайних диференціальних рівнянь та їх вищої швидкодії можна шляхом прямого відображення нулів/поліусів передатних функцій неперервних систем у відповідні нулі/поліуси дискретних систем використанням відомих залежностей [2; 4; 11] з наступним формуванням моделювальних рекурентних рівнянь. Для реалізації такого способу пропонується декомпозиція системи на дійсні та комплексно-спряжені нулі та поліуси еквівалентних передатних функцій, які відповідають елементам досліджуваної електроенергетичної системи (рис. 1, де показано розміщення елементарних поліусів і позначено відповідні їм імпульсні перехідні функції $w(t)$) [12].

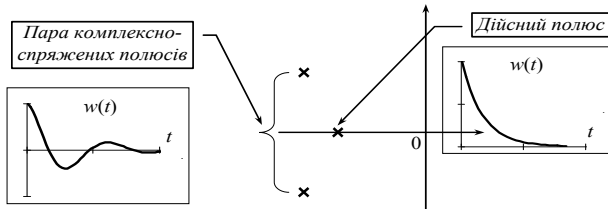


Рис. 1. Випадки розміщення поліусів елементарних динамічних ланок і відповідні їм імпульсні перехідні функції

Для прикладу, розглянемо одержані різними способами три дискретні моделі з кроком дискретизації τ елементарної динамічної

ланки з одним дійсним поліусом $-\frac{1}{T}$, що відповідає сталій часу T :

1. З використанням відображення нулів/поліусів за відомою методикою [2, 4], за якою одному дійсному поліусу відповідатиме дискретна передатна функція $\frac{1 - e^{-\frac{\tau}{T}}}{z - e^{-\frac{\tau}{T}}}$ і, відповідно, рекурентне моделювальне рівняння [2]

$$y_{i+1} = y_i e^{-\frac{\tau}{T}} + (1 - e^{-\frac{\tau}{T}}) x_i,$$

де y_i, x_i — відліки вихідної та вхідної координат.

2. З використанням класичного числового методу інтегрування, для ілюстрації застосовано неявний метод Адамса третього порядку

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\tau}{12} (5y'_{i+1} + 8y'_i - y'_{i-1}), \text{ на основі якого сформовано ре-}$$

курентне рівняння цифрової моделі

$$y_{i+1} = \frac{(12T - 8\tau)y_i + \tau \cdot y_{i-1} + \tau \cdot (5x_{i+1} + 8x_i - x_{i-1})}{12T + 5\tau}$$

та, відповідно, її дискретну передатну функцію

$$\frac{5z^2 + 8z - 1}{(5 + 12\tau/T)z^2 + (8 - 12\tau/T)z - 1}.$$

Зрозуміло, що в даному випадку замість одного дійсного полюса, який є в неперервній системі, у цій дискретній моделі з'явилося два нулі та два полюси.

3. З використанням формули Рунге-Кутта четвертого порядку, яку дотепер широко застосовують для аналізу перехідних процесів електроенергетичних систем [1] і для якої отримано дискретну передатну функцію з чотирма (!) комплексно-спряженими нулями і одним полюсом:

$$\frac{\frac{\tau}{6T} \left(z + 4 \left(1 - \frac{\tau}{2T} \left(1 - \frac{\tau}{4T} \right) \right) z^{-\frac{1}{2}} + \left(1 - \frac{\tau}{T} \left(1 - \frac{\tau}{2T} \left(1 - \frac{\tau}{2T} \right) \right) \right) \right)}{z - \left(1 - \frac{\tau}{T} \left(1 - \frac{\tau}{2T} \left(1 - \frac{\tau}{3T} \left(1 - \frac{\tau}{4T} \right) \right) \right) \right)}.$$

Додаткову інформацію про поведінку цифрових моделей можна отримати для випадку ненульових початкових умов, наприклад, одиничних: $y(0) = 1$, та відсутності сигналу збурення: $x(t) = 0$. У цьому випадку аналітичним розв'язком такого рівняння буде згасаюча експонен-

та $y(0) \cdot e^{-\frac{t}{T}}$, якій для кроку дискретизації τ відповідатиме рекурент-

не рівняння $y_{i+1} = y_i e^{-\frac{\tau}{T}}$. Кожен зі згаданих методів апроксимуватиме його належним чином відповідною рекурентною формулою:

1. Відображення нулів/полюсів: $y_{i+1} = y_i e^{-\frac{\tau}{T}}$.
2. Неявний метод Адамса третього порядку:

$$y_{i+1} = \frac{(12T - 8\tau)y_i + \tau \cdot y_{i-1}}{12T + 5\tau}.$$

3. Метод Рунге-Кутта: $y_{i+1} = \left(1 - \frac{\tau}{T} \left(1 - \frac{\tau}{2T} \left(1 - \frac{\tau}{3T} \left(1 - \frac{\tau}{4T} \right) \right) \right) \right) y_i$.

Відповідність згасаючій експоненті $\exp(-x)$ для кожного зі згаданих методів для різних співвідношень кроку моделювання до сталої часу τ/T показано на графіку рис. 2. Аналіз наведеного графіка свідчить як про обмежену точність, так і про невелику область стійкості традиційних популярних класичних методів розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.

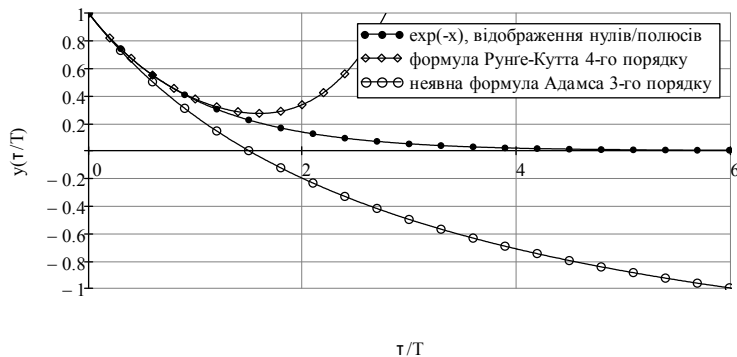


Рис. 2. Апроксимація експоненти різними числовими методами

Експериментальні дослідження. Дослідження особливостей використання в комплексі «Дакар» способу дискретизації шляхом відображення нулів/полосів зручно здійснити на двох елементарних моделях — аперіодичній ланці першого порядку (один дійсний полюс) і ланці другого порядку з парою комплексно-спряжених полюсів, що є базовими складовими моделей електроенергетичних систем і для яких просто знаходять аналітичні вирази для вихідних координат з метою перевірки.

Ланці першого порядку (аперіодичній ланці) відповідає передатна функція $\frac{1}{T \cdot s + 1}$ і диференціальне рівняння $T \cdot y' + y = x$, де y — вихідна координата, T — стала часу, x — вхідний сигнал. Застосовуючи для дискретизації аналітичний метод відображення нулів і полюсів [2; 4; 11] дискретна передатна функція ланки першого порядку, і, відповідно, моделююче рекурентне рівняння, як вже згадувалося вище, для кроку дискретизації τ матимуть вигляд:

$$\frac{1}{T \cdot s + 1} \Rightarrow \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{T}}}{z - e^{-\frac{\tau}{T}}} \Rightarrow y_{i+1} = y_i \cdot e^{-\frac{\tau}{T}} + \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T}}\right) \cdot x_i.$$

Аналогічно, для неявного методу Адамса третього порядку, моделююче рекурентне рівняння виглядатиме (див. вище):

$$y_{i+1} = \frac{(12T - 8\tau)y_i + \tau \cdot y_{i-1} + \tau \cdot (5x_{i+1} + 8x_i - x_{i-1})}{12T + 5\tau}.$$

Для порівняння методів розрахунку також побудовано перехідну характеристику ланки першого порядку методом Рунге-Кутта четвертого порядку для різних співвідношень кроку моделювання і сталої часу τ/T , що показано на рис. 3. Для методу Рунге-Кутта межа стійкості складає $\tau/T \approx 2.9$, для неявного методу Адамса третього порядку — $\tau/T \approx 6$, у той же час використання відображення нулів/полосів забезпечує стійкий розв'язок для будь-якого кроку.

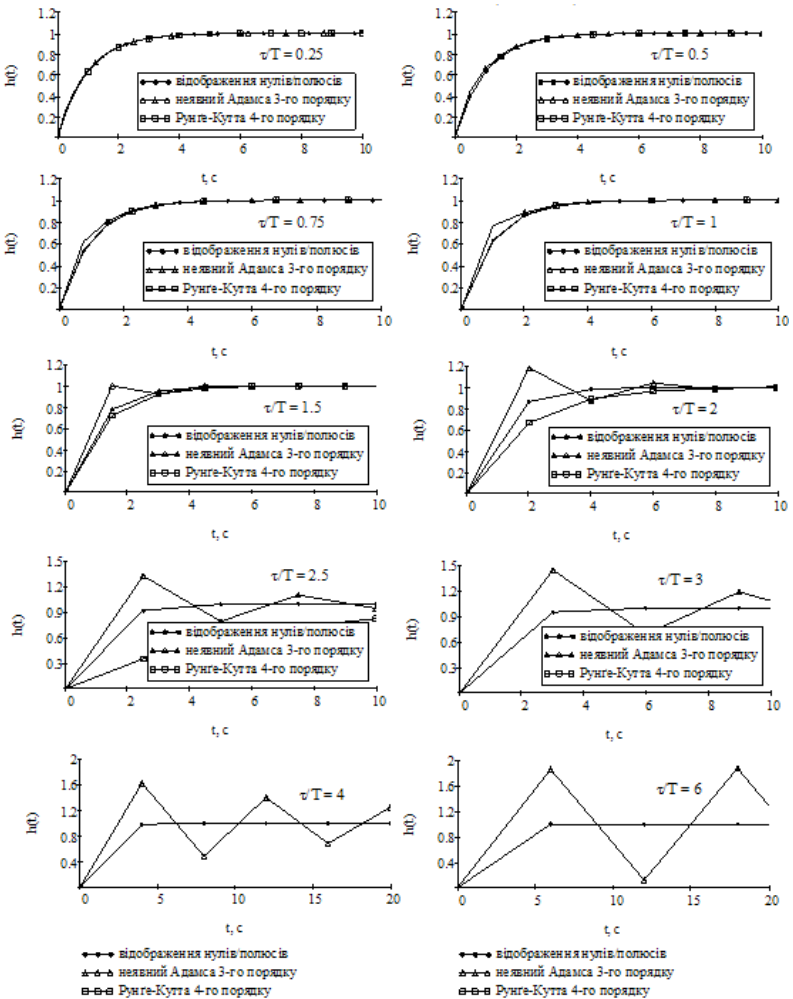


Рис. 3. Перехідні характеристики для трьох цифрових моделей ланки першого порядку при різних значеннях співвідношення τ/T (від 0.25 до 6)

Аналогічні розрахунки перехідної характеристики здійснено з використанням згаданих трьох різних способів дискретизації для отримання цифрової моделі коливної ланки другого порядку.

Використання відображення нулів та полюсів неперервної ланки в одичине коло дає змогу отримати пару дискретних полюсів:

$e^{\frac{\tau}{T}(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})}$. Після алгебричних перетворень отримано відповідну дискретну передатну функцію ланки другого порядку [2] та на її основі рекурентну моделюючу формулу:

$$\frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \Rightarrow \frac{1 - A + B}{z - A + B \cdot z^{-1}} \Rightarrow y_{i+1} = y_i \cdot A - y_{i-1} \cdot B + x_i \cdot (1 - A + B),$$

де $A = 2e^{-\xi \frac{\tau}{T}} \cos\left(\frac{\tau}{T} \sqrt{1 - \xi^2}\right)$, $B = e^{-2\xi \frac{\tau}{T}}$.

Використання класичних числових методів передбачає подання диференціального рівняння другого порядку системою диференціальних рівнянь першого порядку, яка записана у формі Коші:

$$T^2 y'' + 2\xi T y' + y = x \Leftrightarrow \begin{cases} y' = u; \\ \frac{T}{2\xi} u' + u = \frac{x - y}{2T\xi}, \end{cases}$$

і підстановкою цієї системи у відповідний числовий метод.

Для порівняння методів розрахунку аналогічно побудовано перехідну характеристику коливної ланки другого порядку згаданими методами для різних співвідношень кроку і сталої часу τ/T , що й показано на рис. 4.

Показані на графіках рис. 3 і рис. 4 перехідні характеристики для різних цифрових моделей як з використанням класичних числових методів розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, так і реалізації інтегрального методу на основі відображення нулів/полюсів еквівалентної передатної функції свідчать про безумовну перевагу реалізації інтегрального підходу на основі методу відображення нулів і полюсів.

Висновки. Використання відображення нулів/полюсів для реалізації інтегрального методу дає можливість отримати прості моделюючі рекурентні рівняння, що легко реалізуються і є стійкими для будь-якого кроку розв'язування.

Застосування даного способу для розрахунку перехідних процесів для аналізу стійкості складних електроенергетичних систем у програмному комплексі «Дакар» дає змогу позбутися проблем числової стійкості у випадку збільшення кроку розв'язування та накопичення похибок, а також дає змогу збільшити швидкість розрахунку завдяки простішим виразам для рекурентних моделювальних формул.

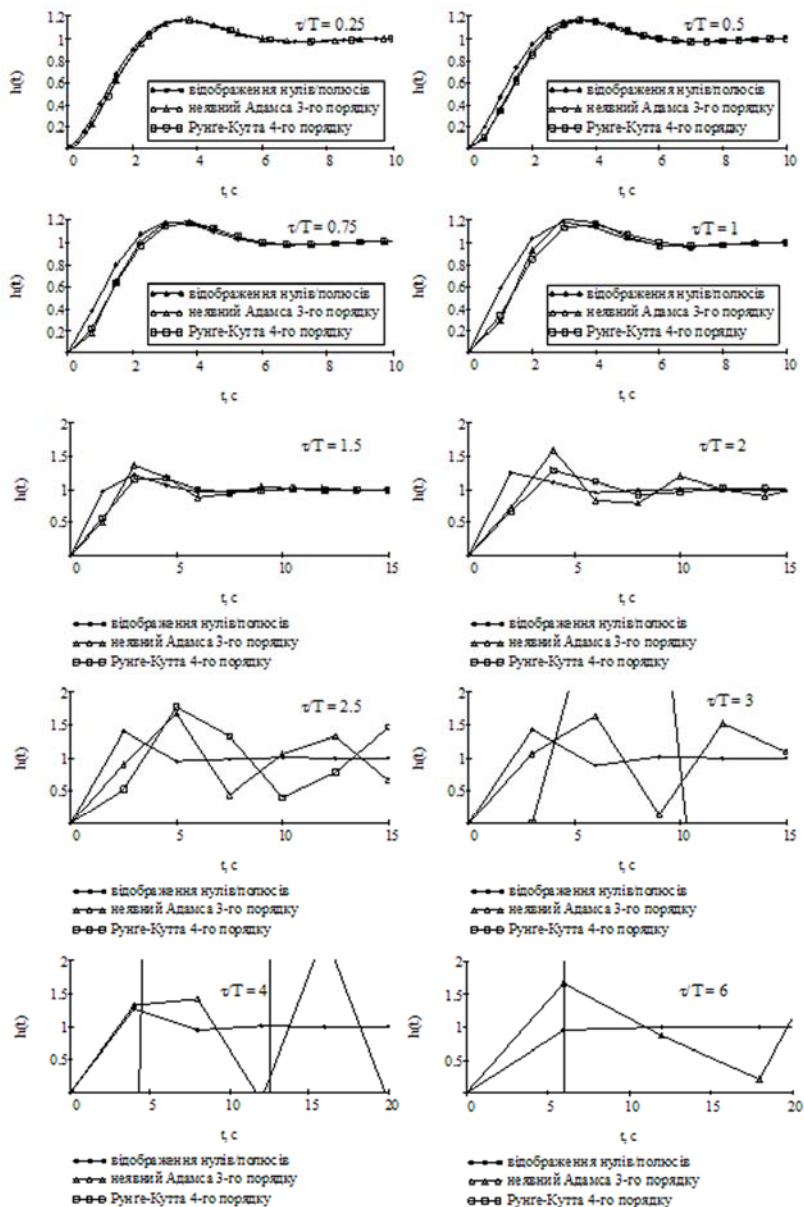


Рис. 4. Перехідні характеристики для трьох цифрових моделей ланки другого порядку при різних значеннях співвідношення τ / T (від 0,25 до 6)

Список використаних джерел:

1. High Performance Computing in Power and Energy Systems / Siddhartha Kumar Haitian and Anshan Gupta (Ends.) // Power Systems Series. — Springer-Verilog Berlin Heidelberg, 2013. — 384 p.
2. Смит Дж. М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей : [монография] / Дж. М. Смит ; [пер. с англ. Н. П. Ильиной ; под ред. О. А. Чембровского]. — М. : Машиностроение, 1980. — 271 с.
3. Мороз В. Погляд інженера-електрика на числові методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь / В. Мороз // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» «Електроенергетичні та електромеханічні системи». — 2003. — № 485. — С. 208–213.
4. Коновал В. Застосування z -перетворення для моделювання електроенергетичних систем / В. Коновал, В. Мороз // Сборник трудов Международной конференции «Моделирование-2012» (Simulation-2012), 16-18 травня 2012 р. — К., 2012. — С. 293–296.
5. Shampine L. The MATLAB ODE Suite. [Електронний ресурс] / L. Shampine, M. Reichelt. — 1997. — Режим доступу: http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/otherdocs/ode_suite.pdf.
6. Мороз В. Особливості застосування числових методів у моделюванні сучасних електроприводів / В. Мороз // Теоретична електротехніка. — 2005. — Вип. 58. — С. 130–137.
7. Skrupnyk O. Interactive Automated Complex for Load Flow Analysis / O. Skrupnyk, V. Konoval // Proc. of XVI Scientific Conference «Computer applications in electrical engineering». — Poznan, 2011. — P. 75–76.
8. Діалоговий Автоматизований Комплекс Аналізу Режимів (ДАКАР). [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://dakar.eleks.com>
9. SimPowerSystems: MATLAB®, the language of technical computing [MathWorks Documentation Center] [Електронний ресурс]. — Режим доступу до ресурсу : <http://www.mathworks.com/help/physmod/sps/index.html>.
10. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К. : Наукова думка, 1986. — 544 с.
11. Jury E. I. Theory and Application of the Z-Transform Method / E. I. Jury. — New York: John Wiley & Sons, Inc. — 1964. — 327 p.
12. Лозинський О. Розрахунки перехідних процесів в електромеханічних системах з використанням інтегралу згортки з ненульовими початковими умовами / О. Лозинський, В. Мороз // Теоретична електротехніка. — 2007. — Вип. 59. — С. 119–130.

The article presents an overview of methods for solving ordinary differential equations that describe the stability of power energy systems using recurrent formulas based on integral methods.

Key words: *computer simulation, integral equations, power energy systems, z-transform.*

Отримано: 18.02.2014