



УДК 620.172.224

В. Н. Бастун

Прогнозирование эффекта Баушингера в ортотропных материалах с трансляционным упрочнением при знакопеременном одноосном нагружении

(Представлено академиком НАН Украины Я. М. Григоренко)

Рассматривается методика прогнозирования меры эффекта Баушингера в ортотропных металлических материалах, упрочнение которых происходит в соответствии с гипотезой трансляционного типа. Исследована зависимость меры эффекта Баушингера при одноосном знакопеременном нагружении в направлении осей симметрии от величины пластической деформации. Приведен числовой пример определения меры эффекта Баушингера в толстой плите, изготовленной из стали мартенситного класса. Показано, что материал проявляет существенную анизотропию эффекта Баушингера в области малых пластических деформаций, которая при их увеличении практически исчезает.

Как установлено рядом исследований [1, 2], эффект Баушингера оказывает определенное влияние на характеристики малоциклового усталости при знакопеременном нагружении, обуславливающим накопление микроповреждений в материале, а также на коэффициенты концентрации и интенсивности напряжений.

Эффект Баушингера достаточно полно исследован в изотропных материалах. На необходимость его изучения в анизотропных материалах обращается внимание в работах [3–5]. Этот эффект ранее [6] был рассмотрен в трансверсально изотропных материалах с кинематическим упрочнением. Здесь его мера оценивалась расчетным путем применительно к одноосному знакопеременному нагружению в направлении двух ортогональных осей, одна из которых совпадает с осью симметрии, а вторая лежит в плоскости изотропии. Базовым экспериментом в этом случае явились опыты на одноосное растяжение образцов в указанных направлениях.

В настоящей работе рассматривается методика определения расчетным путем меры эффекта Баушингера в ортотропных материалах с трансляционным упрочнением при знакопеременном одноосном нагружении в направлении трех осей симметрии, когда первичное

© В. Н. Бастун, 2013

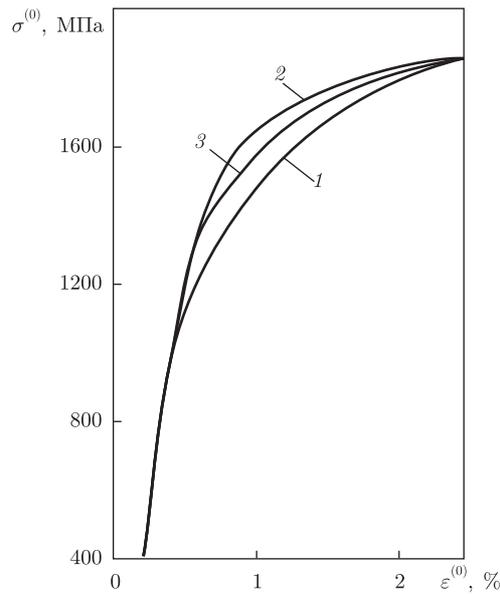


Рис. 1. Диаграммы растяжения стали 28X3CHMBA в состоянии поставки в направлении осей 1, 2, 3

нагружение осуществляется путем одноосного растяжения. Указанный вид анизотропии имеет место в металлических плитах, изготавливаемых путем прессования, в результате образования ориентированной текстуры [7], а также в волокнистых композитах с ортогональной укладкой волокон. Как показывают экспериментальные исследования [8], трансляционное упрочнение характерно для сталей мартенситного класса и титановых сплавов. Предлагаемая методика основана на использовании концепции поверхности нагружения, разделяющей в пространстве напряжений области упругого и неупругого деформирования, и графоаналитического метода [9]. Ранее концепция поверхности нагружения была использована в методике оценки эффекта Баушингера в тонколистовом материале [10].

Постановка задачи. Рассмотрим толстую металлическую плиту, полученную путем прессования, которое обусловило образование ортогонально ориентированной структуры. Введем ортогональную систему координат 1, 2, 3 (рис. 1), оси которой совпадают с осями симметрии материала. Состояние поставки обозначим индексом 0, а состояние после первичного растяжения до величины пластической деформации $\varepsilon^{(p)}$ — индексом k ($k = 1, 2, \dots, n$). При этом мера эффекта Баушингера λ_i ($i = 1, 2, 3$) в направлении осей 1, 2, 3 будет определяться следующими соотношениями:

$$\lambda_1^{(k)} = \frac{\sigma_{1T}^{(-)}(\varepsilon_{(1)}^{p(k)})}{\sigma_{1T}^{(+)}(\varepsilon_{(1)}^p)}, \quad \lambda_2^{(k)} = \frac{\sigma_{2T}^{(-)}(\varepsilon_{(2)}^{p(k)})}{\sigma_{2T}^{(+)}(\varepsilon_{(2)}^p)}, \quad \lambda_3^{(k)} = \frac{\sigma_{3T}^{(-)}(\varepsilon_{(3)}^{p(k)})}{\sigma_{3T}^{(+)}(\varepsilon_{(3)}^p)}, \quad (1)$$

где $\sigma_{1T}^{(+)}, \sigma_{2T}^{(+)}, \sigma_{3T}^{(+)}$ — пределы текучести при повторном растяжении в направлении осей 1, 2, 3 соответственно; $\sigma_{1T}^{(-)}, \sigma_{2T}^{(-)}, \sigma_{3T}^{(-)}$ — пределы текучести при сжатии (после первичного растяжения) в направлении осей 1, 2, 3 соответственно; $\varepsilon_{(1)}^p, \varepsilon_{(2)}^p, \varepsilon_{(3)}^p$ — пластические деформации при первичном растяжении в направлении осей 1, 2, 3 соответственно.

Для определения пределов текучести $\sigma_{iT}^{(+)}$ и $\sigma_{iT}^{(-)}$ входящих в соотношения (1), используем условие пластичности анизотропных тел [11], анизотропия которых вызвана дефор-

мационным упрочнением. Это условие в пространстве нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \frac{2}{3}(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{11} + \\ & + \sqrt{2}\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2\right)\sigma_{22} + \sqrt{2}\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} + a_2\right)\sigma_{33} + a_1^2 + a_2^2 - R^2 = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_1 , a_2 и R — параметры, характеризующие анизотропию материала. Заметим, что уравнение (2) описывает предельную поверхность, получившую название поверхности нагружения. Для удобства анализа процессы нагружения, происходящие в пространстве $\{\sigma_{ii}\}$ ($i = 1, 2, 3$), будем рассматривать в пятимерном векторном пространстве $\{S_m\}$ ($m = 1, 2, 3, 4, 5$) [12]. В этом случае процессы нагружения будут представлены в плоскости $S_1 - S_2$ пространства $\{S_m\}$, где поверхность (2) изобразится окружностью

$$(S_1 - a_1)^2 + (S_2 - a_2)^2 = R^2 \quad (3)$$

с координатами центра a_1 , a_2 и радиусом R . Компоненты S_1 и S_2 связаны с компонентами девиатора напряжений S_{ii} соотношениями [12]

$$S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}S_{11}, \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(S_{22} - S_{33}), \quad (4)$$

где $S_{ii} = \sigma_{ii} - \sigma$; $\sigma = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$ — среднее напряжение. Тогда получим:

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33}); \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sigma_{22} - \sigma_{33}). \quad (5)$$

Заметим, что в случае трансляционного упрочнения $R = R^{(0)} = \text{const}$, а центр окружности (3) материала в состоянии поставки будет находиться в точке с координатами $a_1^{(0)}$, $a_2^{(0)}$. Параметры $a_1^{(0)}$, $a_2^{(0)}$ и $R^{(0)}$ являются функциями пределов текучести $\sigma_{1T}^{(0)}$, $\sigma_{2T}^{(0)}$, $\sigma_{3T}^{(0)}$ и определяются следующим образом. Подставим последовательно в условие пластичности (2) граничные условия $\sigma_{11} = \sigma_{1T}$ при $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$, $\sigma_{22} = \sigma_{2T}$ при $\sigma_{11} = \sigma_{33} = 0$, $\sigma_{33} = \sigma_{3T}$ при $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$. При этом получим систему из трех уравнений, решая которую относительно искомых неизвестных, находим:

$$\begin{aligned} a_1^{(0)} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sigma_{2T}^{(0)}[(\sigma_{1T}^{(0)})^2 - (\sigma_{3T}^{(0)})^2] + \sqrt{2}\sigma_{3T}^{(0)}[(\sigma_{1T}^{(0)})^2 - (\sigma_{2T}^{(0)})^2]}{\sigma_{2T}^{(0)}(2\sigma_{1T}^{(0)} + \sigma_{3T}^{(0)}) + \sigma_{3T}^{(0)}(2\sigma_{1T}^{(0)} + \sigma_{2T}^{(0)})}, \\ a_2^{(0)} &= \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}[(\sigma_{1T}^{(0)})^2 - (\sigma_{3T}^{(0)})^2] - (2\sigma_{1T}^{(0)} + \sigma_{3T}^{(0)})a_1^{(0)}}{\sigma_{2T}^{(0)}}, \\ R^{(0)} &= \left[\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{1T}^{(0)} - a_1^{(0)} \right)^2 + (a_2^{(0)})^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Как видно, в случае изотропного материала, когда $\sigma_{1T}^{(0)} = \sigma_{2T}^{(0)} = \sigma_{3T}^{(0)}$, $a_1^{(0)} = a_2^{(0)} = 0$, $R^{(0)} = \sqrt{2/3}\sigma_T^{(0)}$ и условие (2) переходит в известное условие Генки–Мизеса.

Ниже изложена методика определения значений входящих в соотношения (1) пределов текучести $\sigma_{iT}^{(\pm)}$, которые являются функциями пластической деформации $\varepsilon_{(i)}^p$.

Мера эффекта Баушингера в направлении оси 1. В этом случае, согласно (5), траектория первичного растяжения изобразится в плоскости $S_1 - S_2$ прямой

$$S_2 = 0. \quad (7)$$

Полагая $\sigma_{11} = \sigma_{1T}$ и $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$, из условия пластичности (2) получим

$$\frac{2}{3}\sigma_{1T}^2 - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{1T} + a_1^2 + a_2^2 - R^2 = 0, \quad (8)$$

откуда находим

$$\sigma_{1T}^{(\pm)} = \sqrt{\frac{3}{2}}[a_1 \pm (R^2 - a_2^2)^{1/2}]. \quad (9)$$

Для определения входящих в уравнение (8) значений $a_1(\varepsilon_{11}^{p(k)})$; и $a_2^{(k)}(\varepsilon_{11}^{p(k)})$ воспользуемся графоаналитическим методом [9], основанном на гипотезе Циглера [13]. В соответствии с этой гипотезой центр окружности (3) при растяжении в направлении прямой $S_2 = 0$ будет смещаться в сторону оси 1. Зададимся на прямой (7) рядом точек $N_1^{(k)}(S_{1(1)}^{(k)}, S_{2(1)}^{(k)})$, которым соответствуют пластические деформации $\varepsilon_i^{p(k)}$. При этом на каждом из этапов нагружения центр окружности (3) будет смещаться в направлении вектора, соединяющего ее центр с изображающей точкой на траектории нагружения (7). На первом этапе при растяжении до точки $N_1^{(1)}$ с координатами $S_{1(1)}^{(1)}, S_{2(1)}^{(1)}$ (в данном случае $S_{2(1)}^{(1)} = 0$) этот вектор ориентирован в направлении прямой

$$\frac{S_1 - a_1^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} = \frac{S_2 - a_2^{(0)}}{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}, \quad (10)$$

которая проходит через точки с координатами $(a_1^{(0)}, a_2^{(0)})$ и $(S_{1(1)}^{(1)}, S_{2(1)}^{(1)})$. Решая совместно уравнения прямой (10) и окружности

$$(S_1 - S_{1(1)}^{(1)})^2 + (S_2 - S_{2(1)}^{(1)})^2 = (R^{(0)})^2 \quad (11)$$

с центром в точке $(S_{1(1)}^{(1)}, S_{2(1)}^{(1)})$, определим координаты $a_1^{(1)}$ и $a_2^{(1)}$ нового центра окружности (3), соответствующие точке $N^{(1)}$:

$$a_{1(1)}^{(1)} = x_2 - (x_2^2 - 4x_1x_3)^{1/2}, \quad a_{2(1)}^{(1)} = (S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}) \frac{a_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} + a_2^{(0)}, \quad (12)$$

где

$$x_1 = 1 + \left(\frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} \right)^2;$$

$$\begin{aligned}
x_2 &= 2 \left[S_{1(1)}^{(1)} + \left(\frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} \right)^2 a_1^{(0)} - \frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} a_2^{(0)} + S_{2(1)}^{(1)} \frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} \right]; \\
x_3 &= (S_{1(1)}^{(1)})^2 + \left(\frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} \right)^2 (a_1^{(0)})^2 + (a_2^{(0)})^2 + (S_{2(1)}^{(1)})^2 - 2a_2^{(0)} \frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} a_1^{(0)} + \\
&\quad + 2S_{2(1)}^{(1)} \frac{S_{2(1)}^{(1)} - a_2^{(0)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(0)}} a_1^{(0)} - 2a_2^{(0)} S_{2(1)}^{(1)} - (R^{(0)})^2.
\end{aligned}$$

Далее, проводя через точки $a(a_1^{(1)}, a_2^{(1)})$ и $N_{(1)}^{(2)}(S_{1(1)}^{(2)}, S_{2(1)}^{(2)})$ прямую

$$\frac{S_1 - a_1^{(1)}}{S_{1(1)}^{(1)} - a_1^{(1)}} = \frac{S_2 - a_1^{(1)}}{S_{2(1)}^{(2)} - a_2^{(1)}} \quad (13)$$

и решая это уравнение совместно с уравнением окружности

$$(S_1 - a_1^{(1)})^2 + (S_2 - a_2^{(1)})^2 = (R^{(0)})^2, \quad (14)$$

находим новое положение центра окружности (3) с координатами $a_1^{(2)}, a_2^{(2)}$, соответствующее точке $N^{(2)}$. Поступая и далее аналогичным образом, получаем ряд точек, которые определяют траекторию центра поверхности нагружения. Значения пластической деформации $\varepsilon_{(1)}^p$, соответствующие точкам k , находятся из кривой деформирования $\sigma_{(1)}^{(0)}(\varepsilon_{(1)}^{(0)})$, которая определяется экспериментально. Подставляя найденные значения $a_1^{(k)}$ и $a_2^{(k)}$ в (9), определяем величины пределов текучести $\sigma_{1T}^{(\pm)}(\varepsilon_{(1)}^p)$ и по первой из формул (1) находим меру эффекта Баушингера как функцию пластической деформации $\varepsilon_{(1)}^p$ при растяжении в направлении прямой (7).

Мера эффекта Баушингера в направлении оси 2. В этом случае $\sigma_{11} = \sigma_{33} = 0$. Поскольку, согласно (5), $S_1 = -\sigma_{22}/\sqrt{6}$, $S_2 = \sigma_{22}/\sqrt{2}$, траектория нагружения в плоскости $S_1 - S_2$ изобразится прямой

$$S_1 = -\frac{S_2}{\sqrt{3}}. \quad (15)$$

Полагая $\sigma_{22} = \sigma_{2T}$, из условия пластичности (2) находим

$$\frac{2}{3}\sigma_{2T}^2 + \sqrt{2} \left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2 \right) \sigma_{2T} + a_1^2 + a_2^2 - R^2 = 0, \quad (16)$$

откуда получаем

$$\sigma_{2T}^{(\pm)} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \left\{ - \left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2 \right) \pm \left[\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} - a_2 \right)^2 - \frac{4}{3}(a_1^2 + a_2^2 - R^2) \right]^{1/2} \right\}. \quad (17)$$

Для определения входящих в (17) значений $a_1(\varepsilon_{(2)}^{p(k)})$ и $a_2(\varepsilon_{(2)}^{p(k)})$ воспользуемся, как и выше, методом [9]. При этом, согласно [13], центр окружности (3) будет смещаться в сторону прямой (15). Зададимся на этой прямой рядом точек $N_2^{(k)}(S_{1(2)}^{(k)}, S_{2(2)}^{(k)})$, которым соответствуют пластические деформации $\varepsilon_{(k)}^{p(k)}$.

На первом этапе при нагружении до точки $N_2^{(1)}(S_{1(2)}^{(1)}, S_{2(2)}^{(1)})$ этот вектор будет ориентирован в направлении прямой

$$\frac{S_1 - a_1^{(0)}}{S_{1(2)}^{(1)} - a_1^{(0)}} = \frac{S_2 - a_2^{(0)}}{S_{2(2)}^{(1)} - a_2^{(0)}}, \quad (18)$$

которая проходит через точки с координатами $(a_1^{(0)}, a_2^{(0)})$ и $(S_{1(2)}^{(1)}, S_{2(2)}^{(1)})$. Решая совместно уравнения прямой (18) и окружности

$$(S_1 - S_{1(2)}^{(1)})^2 + (S_2 - S_{2(2)}^{(1)})^2 = (R^{(0)})^2 \quad (19)$$

с центром в точке $N_{(2)}^{(1)}$, определяем новое положение центра окружности (3):

$$\begin{aligned} a_{1(2)}^{(1)} &= x_2 - (x_2^2 - 4x_1x_3)^{1/2}, \\ a_{2(2)}^{(1)} &= (S_{2(2)}^{(1)} - a_2^{(0)}) \frac{a_{1(2)}^{(1)} - a_1^{(0)}}{S_{1(2)}^{(1)} - a_1^{(0)}} + a_2^{(0)}. \end{aligned} \quad (20)$$

При определении входящих в (20) значений x_1, x_2, x_3 воспользуемся формулами (12), куда будем подставлять вместо величин $S_{1(1)}^{(1)}$ и $S_{2(1)}^{(1)}$ значения соответственно $S_{1(2)}^{(1)}$ и $S_{2(2)}^{(1)}$.

Далее, проводя через точки $a^{(1)}, (a_{1(2)}^{(1)}, a_{2(2)}^{(1)})$ и $N^{(2)}(S_{1(2)}^{(2)}, S_{2(2)}^{(2)})$ прямую

$$\frac{S_1 - a_{1(2)}^{(1)}}{S_{1(2)}^{(2)} - a_{1(2)}^{(1)}} = \frac{S_2 - a_{2(2)}^{(1)}}{S_{2(2)}^{(2)} - a_{2(2)}^{(1)}} \quad (21)$$

и решая уравнение (21) совместно с уравнением окружности

$$(S_1 - S_{1(2)}^{(2)})^2 + (S_2 - S_{2(2)}^{(2)})^2 = (R^{(0)})^2, \quad (22)$$

находим новое положение центра окружности (3) $a^{(2)}(a_{1(2)}^{(2)}, a_{2(2)}^{(2)})$, а по формулам (17) и (1) — значения пределов текучести $\sigma_{2T}^{(\pm)}$ и меру эффекта Баушингера λ_2 . Поступая дальше аналогичным образом, определяем значения $\sigma_{2T}^{(\pm)}(\varepsilon_{(2)}^p)$ и $\lambda_2(\varepsilon_{(2)}^p)$, соответствующие пластическим деформациям $\varepsilon_{(2)}^{p(1)}, \varepsilon_{(2)}^{p(2)}, \dots, \varepsilon_{(2)}^{p(n)}$.

Мера эффекта Баушингера в направлении оси 3. В этом случае $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$ и, согласно (5), имеем: $S_1 = -\sigma_{33}/\sqrt{6}$ и $S_2 = -\sigma_{33}/\sqrt{3}$. Тогда траектория нагружения в плоскости $S_1 - S_2$ изобразится прямой

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}S_2. \quad (23)$$

Полагая в условии пластичности (2) $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$ и $\sigma_{33} = \sigma_{3T}$, находим

$$\frac{2}{3}\sigma_{33}^2 + \sqrt{2}\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} + a_2\right)\sigma_{33} + a_1^2 + a_2^2 - R^2 = 0, \quad (24)$$

откуда следует

$$\sigma_{3T}^{(\pm)} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \left\{ -\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} + a_2\right) \pm \left[\left(\frac{a_1}{\sqrt{3}} + a_2\right)^2 - \frac{4}{3}(a_1^2 + a_2^2 - R^2) \right]^{1/2} \right\}. \quad (25)$$

При одноосном растяжении в направлении оси \mathcal{Z} центр окружности (3), согласно [13], будет смещаться в сторону прямой (23). Зададимся на этой прямой рядом точек $N_{(3)}^{(k)}(S_{1(3)}^{(k)}, S_{2(3)}^{(k)})$, которым соответствуют пластические деформации $\varepsilon_{(3)}^{p(k)}$. При этом центр окружности (3) на каждом из этапов нагружения будет смещаться в направлении вектора, соединяющего ее центр с изображающей точкой на траектории нагружения (23). На первом этапе нагружения до точки $N_{(3)}^{(1)}$ с координатами $(S_{1(3)}^{(1)}, S_{2(3)}^{(1)})$ вектор будет ориентирован в направлении прямой

$$\frac{S_1 - a_1^{(0)}}{S_{1(3)}^{(1)} - a_1^{(0)}} = \frac{S_2 - a_2^{(0)}}{S_{2(3)}^{(1)} - a_2^{(0)}}, \quad (26)$$

которая проходит через точки $a^{(0)}$ и $N_{(3)}^{(1)}$. Решая совместно уравнения прямой (26) и окружности

$$(S_1 - S_{1(3)}^{(1)})^2 + (S_2 - S_{2(3)}^{(1)})^2 = (R^{(0)})^2 \quad (27)$$

с центром в точке $N_{(3)}^{(1)}$, определим новое положение центра окружности (3):

$$\begin{aligned} a_{1(3)}^{(1)} &= x_2 - (x^2 - 4x_1x_3)^{1/2}, \\ a_{2(3)}^{(1)} &= (S_{2(3)}^{(1)} - a_2^{(0)}) \frac{a_{1(3)}^{(1)} - a_1^{(0)}}{S_{1(3)}^{(1)} - a_1^{(0)}} + a_2^{(0)}. \end{aligned} \quad (28)$$

Для нахождения значений x_1, x_2, x_3 , входящих в (28), по формулам (12) будем подставлять вместо величин $S_{1(1)}^{(1)}$ и $S_{2(1)}^{(1)}$ значения соответственно $S_{1(3)}^{(1)}$ и $S_{2(3)}^{(1)}$. Проводя затем через точки $a^{(1)}(a_{1(3)}^{(1)}, a_{2(3)}^{(1)})$ и $N_{(3)}^{(2)}(S_{1(3)}^{(2)}, S_{2(3)}^{(2)})$ прямую

$$\frac{S_1 - a_{1(3)}^{(1)}}{S_{1(3)}^{(2)} - a_{1(3)}^{(1)}} = \frac{S_2 - a_{2(3)}^{(1)}}{S_{2(3)}^{(2)} - a_{2(3)}^{(1)}} \quad (29)$$

и решая это уравнение совместно с уравнением окружности

$$(S_1 - S_{1(3)}^{(2)})^2 + (S_2 - S_{2(3)}^{(2)})^2 = (R^{(0)})^2, \quad (30)$$

находим новое положение центра окружности (3) с координатами $(a_{1(3)}^{(2)}, a_{2(3)}^{(2)})$. Поступая дальше аналогичным образом, определим траекторию центра окружности (3), значения пределов текучести $\sigma_{3T}^{(\pm)}(\varepsilon_{(3)}^p)$ и меру эффекта Баушингера $\lambda_3(\varepsilon_{(3)}^p)$, соответствующие разным величинам пластической деформации $\varepsilon_{(3)}^p$. Эти значения найдем из кривой деформирования $\sigma_{(3)}^{(0)}(\varepsilon_{(3)}^{(0)})$.

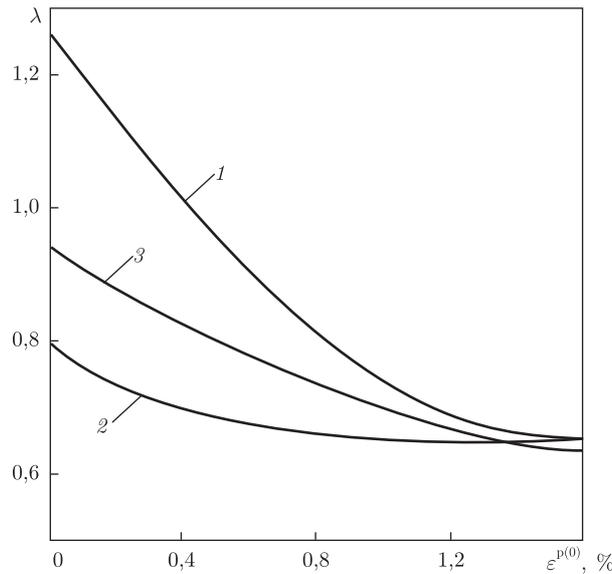


Рис. 2. Зависимости меры эффекта Баушингера в направлении осей 1, 2, 3

Числовой пример. В качестве примера определим меру эффекта Баушингера в толстой плите из ортотропного материала (сталь 28ХЗСНМВФА мартенситного класса), полученной путем прессования, в трех ортогональных направлениях, совпадающих с осями симметрии материала. Кривые одноосного растяжения $\sigma_{(1)}^0(\varepsilon_{(1)})$, $\sigma_{(2)}^0(\varepsilon_{(2)})$, $\sigma_{(3)}^0(\varepsilon_{(3)})$ материала в состоянии поставки в направлении осей 1, 2, 3 приведены на рис. 1. Пределы текучести $\sigma_{1T}^{(0)}$, $\sigma_{2T}^{(0)}$, $\sigma_{3T}^{(0)}$ равны соответственно 1350, 1610 и 1560 МПа. Значения пределов прочности σ_b и модуля упругости E в направлении осей симметрии практически одинаковы и равны соответственно 1860 и $2 \cdot 10^5$ МПа. Указанным значениям пределов текучести $\sigma_{(i)T}$, согласно формулам (6), соответствует окружность с координатами центра $a_1^{(0)} = -161$, $a_2^{(0)} = 115$ и радиусом $R^{(0)} = 1273$ МПа. При этом условие пластичности (2) примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - \frac{2}{3}(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{11}\sigma_{33}) + 264\sigma_{11} - 293\sigma_{22} + \\ & + 31\sigma_{33} - 168 \cdot 10^4 = 0, \end{aligned} \quad (31)$$

где значения напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} входят в МПа, а степень анизотропии материала оценивается коэффициентом анизотропии [14] $\alpha = a/R = 0,16$, где $a = (a_1^2 + a_2^2)^{1/2}$.

Задаваясь на диаграмме $\sigma_{(1)}^0(\varepsilon_{(1)}^{(0)})$ рядом значений напряжения $\sigma_{(1)}$ и полагая, что они совпадают с пределами текучести $\sigma_{1T}^{(+)}$, определяем соответствующие значения $a_{1(1)}^{(k)}(\varepsilon_1^{p(k)})$ и $a_{2(1)}^{(k)}(\varepsilon_1^{p(k)})$, а по формуле (9) находим значения пределов текучести $\sigma_{1T}^{(+)}$ и по формуле (1) — величину меры эффекта Баушингера $\lambda_1(\varepsilon_{(1)}^p)$. Эта зависимость в направлении оси 1 приведена на рис. 2 в виде кривой 1. Соответствующие значения пределов текучести $\sigma_{1T}^{(\pm)}$, параметров $a_1^{(k)}$ и $a_2^{(k)}$, а также величин λ_1 указаны в табл. 1. Пластические составляющие деформаций $\varepsilon_{(1)}^p$ находили, вычитая из полных деформаций упругие составляющие $\varepsilon_{(1)}^p = \sigma_{(1)}/E$.

Таблиця 1. Характеристики матеріала при растяженні в напрямленні осі 1

$\sigma_{1T}^{(+)}$, МПа	$\varepsilon_{(1)}^p$, %	$a_{1(1)}$, МПа	$a_{2(1)}$, МПа	$\sigma_{1T}^{(-)}$, МПа
1350	0	-160	115	1710
1500	0,45	-20	110	1560
1600	0,65	80	101	1435
1700	1,84	170	92	1320
1840	1,60	280	84	1210

Таблиця 2. Характеристики матеріала при растяженні в напрямленні осі 2

$\sigma_{1T}^{(+)}$, МПа	$\varepsilon_{(2)}^p$, %	$a_{1(1)}$, МПа	$a_{2(2)}$, МПа	$\sigma_{1T}^{(-)}$, МПа
610	0	-160	115	1290
1700	0,35	-170	135	1210
1750	0,46	-175	155	1205
1800	0,75	-185	180	1200
1840	1,20	-195	190	1185

Таблиця 3. Характеристики матеріала при растяженні в напрямленні осі 3

$\sigma_{1T}^{(+)}$, МПа	$\varepsilon_{(3)}^p$, %	$a_{1(3)}$, МПа	$a_{2(3)}$, МПа	$\sigma_{1T}^{(-)}$, МПа
1560	0	-160	115	1480
1635	0,40	-130	170	1425
1740	0,75	-75	240	1320
1830	1,30	-20	320	1185
1850	1,90	5	340	1155

Поступая аналогічним образом в случаях первичного растяжения в напрямленні осей 2 и 3, последовательно находим зависимости меры эффекта Баушингера $\lambda_2(\varepsilon_{(2)}^p)$ и $\lambda_3(\varepsilon_{(3)}^p)$, которые графически представлены на рис. 2 кривыми 2 и 3. Соответствующие численные данные приведены в табл. 2 и 3. Как видно из рис. 2, эффект Баушингера имеет наиболее выраженный характер в напрямленні осі с большей разницей между пределами прочности и текучести.

Заметим, что в случае изотропного упрочнения зависимости меры эффекта Баушингера от величины пластической деформации будут иметь вид прямых $\lambda_{(i)} = \text{const}$. При этом указанные зависимости у материалов с изотропно-трансляционным упрочнением изобразятся линиями, занимающими промежуточное положение между кривыми рис. 2 и прямыми $\lambda_{(i)} = \text{const}$.

Таким образом, в данной работе с применением концепции поверхности нагружения изложена методика определения меры эффекта Баушингера в ортотропных материалах с трансляционным упрочнением в напрямленні осей симметрии. На примере знакопеременного одноосного нагружения показано, что анизотропия предела текучести сопровождается анизотропией меры эффекта Баушингера, которая проявляется в большей степени в напрямленні осі симметрии с большей разницей между пределами прочности и текучести. С увеличением величины пластической деформации анизотропия эффекта Баушингера уменьшается и в области развитых пластических деформаций практически исчезает.

1. Гігіняк Ф. Ф., Лебедєв А. О., Шкодзинський О. К. Міцність конструктивних матеріалів при малоцикловому навантаженні за умов складного напруженого стану. – Київ: Наук. думка, 2003. – 270 с.

2. Ma Q., Levy C., Peri M. The impact of the Bauschinger effect on the stress concentrations and stress intensity factors for eroded autofrettaged thick cylindrical pressure vessels // J. Pressure Vessel Technol. – 2012. – **134**, No 2. – P. 142–49.
3. Chuna B. K., Jinna J. T., Lee J. K. Modeling the Bauschinger effect for sheet metals: theory. Part 1 // Int. J. of Plasticity. – 2002. – **18**, No 5–6. – P. 571–595.
4. Haddadia H., Bowviera S., Banub M. et al. Towards an accurate description of the anisotropic behavior of sheet metals under large plastic deformation // Int. J. of Plasticity. – 2006. – **22**, No 12. – P. 2226–2271.
5. Jordona J. B., Horstenmjera M. F., Solankia K., Xuea Y. Damage and stress state influence on the Bauschinger effect in aluminum alloys // Mech. of Materials. – 2007. – **39**, No 10. – P. 920–931.
6. Бастун В. Н. Об эффекте Баушингера в трансверсально-изотропных материалах с кинематическим упрочнением // Доп. НАН України. – 2010. – № 3. – С. 51–56.
7. Микляев П. Г., Фридман Я. Б. Анизотропия механических свойств металлов. – Москва: Металлургия, 1986. – 225 с.
8. Bastun V. N., Kaminsky A. A. Applied problems in the mechanics of strain hardening of structural metallic materials // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, No 10. – P. 1092–1129.
9. Бастун В. Н., Шкаранута Л. М. К определению связей между напряжениями и деформациями на основе учета деформационного упрочнения материала // Пробл. прочности. – 1987. – № 6. – С. 49–54.
10. Бастун В. Н. К оценке эффекта Баушингера в листовом материале // Завод. лаборатория. – 1976. – № 6. – С. 723–724.
11. Бастун В. Н. К условию пластичности ортотропных металлических материалов, получаемых путем обработки давлением // Прикл. мех. – 1993. – **29**, № 2. – С. 78–81.
12. Ильюшин А. А. Пластичность. Общая математическая теория. – Москва: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
13. Ziegler H. A modification of Prager's hardening rule // Quart. Appl. Math. – 1959. – No 17. – P. 55–65.
14. Каминский А. А., Бастун В. Н. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. – Киев: Наук. думка, 1985. – 167 с.

*Институт механики им. С. П. Тимошенко
НАН Украины, Киев*

Поступило в редакцию 21.02.2013

В. М. Бастун

Прогнозування ефекту Баушингера в ортотропних матеріалах з трансляційним зміцненням при знакозмінному одновісному навантаженні

Викладено методикку прогнозування міри ефекту Баушингера в ортотропних металевих матеріалах, зміцнення яких здійснюється за гіпотезою трансляційного типу. Досліджено залежність міри ефекту Баушингера при одновісному знакозмінному навантаженні в напрямку осей симетрії від величини пластичної деформації. Наведено числовий приклад визначення міри ефекту Баушингера в товстій плиті, виготовленій із ортотропної сталі мартенситного класу. Показано, що матеріал проявляє значну анізотропію ефекту Баушингера в області малих пластичних деформацій, яка в разі їх збільшення практично зникає.

V. N. Bastun

Prediction of the Bauschinger effect in orthotropic materials with translational hardening under alternating uniaxial loading

The paper addresses a technique of predicting the Bauschinger effect measure in orthotropic materials, whose strain hardening is described by the translational-type hypothesis. The dependence of the Bauschinger effect measure on the value of a plastic strain under uniaxial alternating loading in the direction of symmetry axes is studied. A numerical example of determining the Bauschinger effect in a thick plate made of martensitic steel is presented. It is shown that the material demonstrates a significant anisotropy of the Bauschinger effect in the range of small plastic strains, which practically vanishes, as the strains increase.