КИБЕРНЕТИКА

А.Н. ЧЕБОТАРЕВ

УДК 519.713.1

АНАЛИЗ ФИКТИВНОСТИ СОСТОЯНИЙ АВТОМАТА, СИНТЕЗИРОВАННОГО ПО СПЕЦИФИКАЦИИ, ПРЕОБРАЗОВАННОЙ ИЗ ЯЗЫКА L* В ЯЗЫК L

Ключевые слова: *язык спецификации* L*, ∃*-формула, обратное сверхслово, элиминация кванторов, синтез автомата, фиктивное состояние.*

ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемый подход к доказательному проектированию реактивных алгоритмов основан на спецификации функциональных свойств алгоритма в языке логики первого порядка с одноместными предикатами и формальном переходе от спецификации к процедурному представлению алгоритма. Одна из проблем, связанных со спецификацией свойств алгоритма, состоит в разработке подходящего языка спецификации. Поскольку с увеличением выразительности языка растет сложность алгоритмов проектирования, необходимо найти компромисс между выразительностью языка и сложностью проектирования. Для этого используются два уровня языка: язык исходной спецификации L* [1], обладающий достаточными для практических нужд выразительными возможностями и обеспечивающий удобство записи функциональных требований к алгоритму, и язык L [2], со сравнительно ограниченными выразительными возможностями, но эффективно обрабатываемый процедурами синтеза.

Автоматный подход к проектированию реактивного алгоритма характеризуется тем, что в качестве модели алгоритма рассматривается сеть взаимодействующих автоматов. Таким образом, основные задачи проектирования связаны со спецификацией и синтезом конечных автоматов. Возможности спецификации в языке L ограничены автоматами с конечной памятью [3], что позволило разработать для него эффективные алгоритмы синтеза, проверки непротиворечивости спецификации и верификации темпоральных свойств, а также методы проектирования открытых систем, к которым относятся реактивные алгоритмы. Поэтому язык L* используется (при необходимости) для начальной спецификации автоматов.

Рассматриваемый метод синтеза автомата по спецификации в языке L* основан на переходе от нее к спецификации в языке L [4]. В результате получается спецификация, не эквивалентная исходной, однако, как показано в [4], синтезированный по ней автомат содержит подавтомат, совпадающий с автоматом, специфицированным в языке L*. Состояния, не принадлежащие этому подавтомату, называются фиктивными. Задача состоит в удалении из синтезированного автомата всех фиктивных состояний. В [5] рассмотрен метод определения фиктивности состояния путем проверки выполнимости в нем формул языка L*. В настоящей работе на основе результатов, полученных в [6], предлагается фиктивность состояния определять с помощью проверки выполнимости в состоянии достаточно простой формулы языка L, что существенно уменьшает сложность процедуры определения фиктивности состояния.

ЯЗЫКИ СПЕЦИФИКАЦИИ L И L*

Языки L и L* построены на основе соответствующих фрагментов логики предикатов первого порядка с одноместными предикатами, определенными на множестве моментов дискретного времени, в качестве которого выступает множество **Z** целых чисел. Спецификация в обоих языках имеет вид формулы $\forall t F(t)$, где $F(t)$ — формула с одной свободной переменной t. В языке L формула $F(t)$ строится с помощью логических связок из атомов вида $p(t+k)$, где p — одноместный предикатный символ, t — переменная, принимающая значения из множества $\mathbf{Z}$, а k — целочисленная константа (сдвиг во времени). Язык L* отличается от языка L тем, что при построении формулы $F(t)$ наряду с атомарными формулами используются формулы вида

$$\exists t_i (t_i \le t+k_1) \& F_1(t_i) \& \forall t_j ((t_i+k_2 \le t_j \le t+k_3) \to F_2(t_j)),$$

где $k_1, k_2, k_3 \in \mathbf{Z}$, $F_2(t_j)$ — формула языка L, а $F_1(t_i)$ — формула языка L*. Такие формулы будем называть $\exists$-формулами. Для их эквивалентного преобразования часто используется равносильность [4]

$$F(t) \Leftrightarrow (F(t-1) \& h(t) \vee g(t)), \tag{1}$$

где $F(t-1)$ обозначает формулу, полученную из $F(t)$ заменой t на $t-1$, $h(t) = F_2(t+k_3)$, а $g(t) = (F_1(t+k_1) \vee \cdots \vee F_1(t-k_2+k_3+1)$, если $k_3 < k_1+k_2$, или $F_1(t+k_1) \& F_2(t+k_3) \& \cdots \& F_2(t+k_1+k_2)$, если $k_3 \ge k_1+k_2$). Правую часть равносильности (1) назовем 1-разверткой $\exists$-формулы $F(t)$.

Для формулы $F(t)$ языка L* определим понятие ранга (обозначается $\#(F(t))$) следующим образом:

1) $\#(p(t+k)) = k$ (ранг атома);

2) если $F(t) = \exists t_1 (t_1 \le t+k_1) \& F_1(t_1) \& \forall t_2 ((t_1+k_2 \le t_2 \le t+k_3) \to F_2(t_2))$, то $\#(F(t)) = \max(r_1+k_1, r_2+k_3)$, где $r_1 = \#(F_1(t_1))$, $r_2 = \#(F_2(t_2))$;

3) если $F(t)$ построена из $F_i(t)$, $i=1, \ldots, m$, с помощью логических связок, то $\#(F(t)) = \max(\#(F_1(t)), \ldots, \#(F_m(t)))$.

Для формулы языка L разность между максимальным и минимальным значением рангов входящих в нее атомов называется глубиной формулы.

Формулы, ранг которых не превышает 0, называются 0-ограниченными. Поскольку каждая формула вида $\forall t F(t)$ может быть эквивалентно преобразована в 0-ограниченную формулу, в дальнейшем будут рассматриваться только такие формулы.

Объектом спецификации и синтеза является частичный, неинициальный, детерминированный автомат без выходов $A = \langle \Sigma, Q, \delta_A \rangle$, где Σ — конечный входной алфавит, Q — конечное множество состояний, $\delta_A : Q \times \Sigma \to Q$ — частичная функция переходов. Такой автомат назовем Σ-автоматом. Автоматная семантика языков описывается в терминах циклических Σ-автоматов [4].

Σ-автомат $A = \langle \Sigma, Q, \delta_A \rangle$ называется циклическим, если для каждого $q \in Q$ существуют такие $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma$ и $q_1, q_2 \in Q$, что $q_1 \in \delta_A(q, \sigma_1)$ и $q \in \delta_A(q_2, \sigma_2)$.

Поведение циклического Σ-автомата удобно описывать в терминах множеств сверхслов (ω-слов) в алфавите Σ, поэтому приведем связанные с ними определения.

Пусть Σ — конечный алфавит, $\mathbf{Z}$ — множество целых чисел, $\mathbf{N}^+ = \{z \in \mathbf{Z} | z > 0\}$ и $\mathbf{N}^- = \{z \in \mathbf{Z} | z \le 0\}$. Отображения $u: \mathbf{Z} \to \Sigma$, $l: \mathbf{N}^+ \to \Sigma$ и $g: \mathbf{N}^- \to \Sigma$ называются соответственно двусторонним сверхсловом (обозначается $\ldots u(-2)u(-1)u(0)u(1)u(2)\ldots$), сверхсловом (обозначается $l(1)l(2)\ldots$) и обратным сверхсловом (обозначается $\ldots g(-2)g(-1)g(0)$) в алфавите Σ. Отрезок $u(\tau)u(\tau+1)\ldots u(\tau+k)$ двустороннего сверхслова u обозначается $u(\tau, \tau+k)$. Бесконечные отрезки $u(-\infty, k)$ и $u(k+1, \infty)$ назовем соответственно k-префиксом и k-суффиксом двустороннего сверхслова u. Если значение k несущественно, то будем говорить об ω-префиксе и ω-суффиксе. Для $k \in \mathbf{N}^+$ слово $l(1)\ldots l(k)$ назовем k-префиксом сверхслова $l = l(1)l(2)\ldots$, а обратное слово $g(-k+1)\ldots g(0)$ — k-суффиксом обратного сверхслова $g = \ldots g(-2)g(-1)g(0)$. Обратное сверхслово $\ldots rrr$, образованное повторением слова r, обозначим $r^{-\omega}$.

Сверхслово $l = \sigma_1\sigma_2\ldots$ в алфавите Σ допустимо в состоянии q Σ-автомата A, если существует такое сверхслово состояний $q_0q_1q_2\ldots$, где $q_0 = q$, что для любого $i = 1, 2, \ldots$ $\delta_A(q_i, \sigma_{i+1}) = q_{i+1}$. Множество всех сверхслов, допустимых в состоянии q, обозначим $W(q)$.

Обратное сверхслово $\ldots\sigma_{-1}\sigma_0$ в алфавите Σ представимо состоянием q Σ-автомата A, если существует такое обратное сверхслово состояний $\ldots q_{-2}q_{-1}q_0$, где $q_0 = q$, что для любого $i = -1, -2, \ldots$ выполняется $\delta_A(q_i, \sigma_{i+1}) = q_{i+1}$. Таким образом, с каждым состоянием q циклического Σ-автомата ассоциируются два множества сверхслов: множество $W(q)$ всех сверхслов, допустимых в состоянии q, и множество $P(q)$ всех обратных сверхслов, представимых состоянием q. Понятие представимости обратных сверхслов состоянием q естественным образом распространяется на их k-суффиксы (обратные слова длины k).

Поведение автомата A с множеством состояний $Q_A = \{q_1, \ldots, q_n\}$ представляет собой семейство множеств сверхслов $S(A) = (W_1, \ldots, W_n)$, где $W_i = W(q_i)$ $(i = 1, \ldots, n)$.

Два неинициальных Σ-автомата, A_1 и A_2, с поведениями соответственно $(W_1', \ldots, W_n')$ и $(W_1'', \ldots, W_m'')$ называются строго эквивалентными, если каждое W_i' $(i = 1, \ldots, n)$ содержится среди $W_1'', \ldots, W_m''$ и каждое W_i'' $(i = 1, \ldots, m)$ содержится среди $W_1', \ldots, W_n'$.

Пусть $\Omega = \{p_1, \ldots, p_m\}$ — множество всех предикатных символов, встречающихся в формуле F (сигнатура формулы). Интерпретация формулы F — это упорядоченный набор определенных на $\mathbf{Z}$ одноместных предикатов $\pi_1, \ldots, \pi_m$, соответствующих предикатным символам из Ω. Интерпретацию $I = <\pi_1, \ldots, \pi_m>$ можно представить в виде двустороннего сверхслова в алфавите $\Sigma(\Omega)$, являющемся множеством всех двоичных векторов размерности m. Каждый такой вектор определяет значения предикатов $\pi_1, \ldots, \pi_m$ в некоторый момент времени. Символы алфавита $\Sigma(\Omega)$ иногда удобно рассматривать как отображения вида $\sigma: \Omega \to \{0, 1\}$. Пусть $\Omega_1 \subseteq \Omega$. Проекцией символа $\sigma \in \Sigma(\Omega)$ на Ω_1 назовем ограничение отображения σ на Ω_1. Понятие проекции символа на Ω_1 естественным образом распространяется на слова и сверхслова, так что проекция сверхслова в алфавите $\Sigma(\Omega)$ на Ω_1 есть сверхслово в алфавите $\Sigma(\Omega_1)$. В дальнейшем не будем различать интерпретации и соответствующие им двусторонние сверхслова, поэтому можно говорить об истинностном значении замкнутой формулы F на двустороннем сверхслове u и значении формулы $F(t)$ в некоторой позиции τ двустороннего сверхслова u.

Каждой замкнутой формуле F ставится в соответствие множество $M(F)$ моделей для этой формулы, т.е. множество таких интерпретаций, на которых F истинна.

Обозначим $W(F)$ множество 0-суффиксов всех моделей из $M(F)$, а $P(F)$ — множество 0-префиксов этих моделей.

Двустороннее сверхслово u' называется k-сдвигом ($k \in \mathbf{Z}$) двустороннего сверхслова u, если для всех $t \in \mathbf{Z}$ выполняется равенство $u'(t) = u(t+k)$. Если u — модель для F, то и любой ее k-сдвиг принадлежит $M(F)$. Отсюда следует, что любой ω-суффикс модели для F принадлежит $W(F)$ и любой ее ω-префикс принадлежит $P(F)$.

Пусть $g \in P(F)$. Обозначим $S(g)$ множество всех таких сверхслов, конкатенация каждого из которых с 0-префиксом g соответствует модели для F. Такие сверхслова назовем допустимыми продолжениями 0-префикса g, а k-префиксы сверхслов из $S(g)$ — допустимыми k-продолжениями g.

Формула F однозначно определяет конечную совокупность множеств сверхслов $S(F) = \{S_1, S_2, \ldots, S_m\}$ [4] такую, что для каждого $g \in P(F)$ имеет место $S(g) \in S(F)$ и, наоборот, для каждого $S_i \in S(F)$ существует $g \in P(F)$, для которого $S(g) = S_i$.

Два ω-префикса, g_1 и g_2, моделей для F эквивалентны, если $S(g_1) = S(g_2)$. Пусть $P_1, P_2, \ldots, P_m$ — классы эквивалентности ω-префиксов из $P(F)$, соответствующие $S_1, S_2, \ldots, S_m$, тогда $\bigcup_{i=1}^{m} P_i S_i = M(F)$.

Формуле F поставим в соответствие приведенный автомат $A(F)$, состояния $q_1, \ldots, q_m$ которого соответствуют классам $P_1, P_2, \ldots, P_m$, а функция переходов определяется следующим образом. Пусть g — произвольный 0-префикс из P_i и $\sigma_{i_1}, \ldots, \sigma_{i_k}$ — все допустимые 1-продолжения g, тогда $\delta(q_i, \sigma_{i_j}) = q_{i_j}$ ($j = 1, \ldots, k$), где q_{i_j} таково, что ω-префикс $g\sigma_{i_j}$ принадлежит P_{i_j}. Для всех символов алфавита $\Sigma(\Omega)$, отличных от $\sigma_{i_1}, \ldots, \sigma_{i_k}$, переход из q_i не определен. Очевидно, что для каждого q_i ($i = 1, \ldots, m$) существует по крайней мере один символ, для которого значение функции переходов определено, а также состояние q_j, из которого имеется переход в q_i. Следовательно, автомат $A(F)$ циклический.

Утверждение 1. Формула F специфицирует автомат A с поведением $S(A) = (W_1, W_2, \ldots, W_n)$, если существует такое разбиение $\{P_1', P_2', \ldots, P_n'\}$ множества $P(F)$, что $\bigcup_{i=1}^{n} P_i' W_i = M(F)$ и все ω-префиксы, принадлежащие одному и тому же классу разбиения, эквивалентны. Специфицируемый автомат определяется таким же способом, как и $A(F)$.

Отсюда следует, что каждое W_i ($i = 1, \ldots, n$) принадлежит $S(F)$. Поэтому все автоматы, специфицируемые формулой F, строго эквивалентны автомату $A(F)$.

Пусть замкнутые формулы F_1 и F_2 имеют соответственно сигнатуры Ω_1 и Ω_2, а Ω — непустое подмножество множества $\Omega_1 \cap \Omega_2$. Формулы F_1 и F_2 назовем эквивалентными относительно сигнатуры Ω, если множества проекций всех моделей (двусторонних сверхслов) из $M(F_1)$ и $M(F_2)$ на Ω совпадают.

ПЕРЕХОД ОТ ЯЗЫКА L* К ЯЗЫКУ L

Преобразование исходной спецификации в спецификацию в языке L осуществляется в два этапа. На первом этапе спецификация $F = \forall t F(t)$ в языке L* преобразуется в такую эквивалентную относительно ее сигнатуры формулу $F_1 = \forall t F_1(t)$ языка L*, которая специфицирует автомат с конечной памятью. Преобразование $F(t)$ в $F_1(t)$ основано на введении дополнительных предикатных символов для предикатов, удовлетворяющих $\exists$-подформулам исходной спецификации.

Пусть $\varphi_i(t)$ — максимальная $\exists$-подформула формулы $F(t)$, т.е. подформула, не содержащаяся ни в какой другой $\exists$-подформуле. Каждая такая $\exists$-подформула заменяется атомом вида $z_i(t+r_i)$, где r_i — ранг заменяемой $\exists$-подформулы, а z_i — предикатный символ, отсутствующий в формуле $F(t)$, кроме того, в спецификацию добавляется эквивалентность $z_i(t) \leftrightarrow \varphi_i(t-r_i)$. Если $\exists$-формулы в правых частях добавленных эквивалентностей содержат отличные от них $\exists$-подформулы, то выполняются те же действия, что и для $\exists$-подформул исходной формулы. Максимальные такие подформулы заменяются соответствующими обозначениями новых предикатов, и добавляются эквивалентности вида $z_j(t) \leftrightarrow \varphi_j(t)$. Такие действия выполняются до тех пор, пока ни одна $\exists$-формула $\varphi_j(t)$ не будет содержать вхождений $\exists$-подформул, отличных от нее. В результате получаем спецификацию $F_1 = \forall t F_1(t)$. Как показано в [7], эта спецификация эквивалентна исходной спецификации относительно ее сигнатуры и специфицирует автомат с конечной памятью. На втором этапе в каждой эквивалентности $z_i(t) \leftrightarrow \varphi_i(t-r_i)$ $\exists$-формула $\varphi_i(t-r_i)$ заменяется правой частью равносильности (1), где выражение $\varphi_i(t-r_i-1)$ заменяется выражением $z_i(t-1)$. Таким образом, рассматриваемые эквивалентности приобретают вид $z_i(t) \leftrightarrow (z_i(t-1) \& h_i(t) \vee g_i(t))$, где $h_i(t)$ и $g_i(t)$ определяются 1-разверткой формулы $\varphi_i(t)$. В результате получим спецификацию $F_2 = \forall t f_z(t)$ в языке L. Эта спецификация не эквивалентна спецификации F_1, поскольку формула F_2 языка L имеет дополнительные по сравнению с F_1 модели, а синтезированный по ней автомат может иметь дополнительные состояния.

ФИКТИВНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Для формулы $F(t)$ языка L с сигнатурой Ω, построенной из атомов вида $p(t), \ldots, p(t-r)$, определим ее истинностное значение на обратном слове $\sigma_{-r} \ldots \sigma_0$ $(\sigma_i \in \Sigma(\Omega))$, полагая, что атомы вида $p(t-k)$ $(k = 0, 1, \ldots, r)$ принимают значения из вектора σ_{-k}. Такая формула истинна в позиции τ $(\tau \in \mathbf{N}^-)$ обратного сверхслова g, если она истинна на его отрезке $g(\tau - r, \tau)$.

С каждой формулой вида $z_i(t) \leftrightarrow (z_i(t-1) \& h_i(t) \vee g_i(t))$ в спецификации F_2 ассоциируется условие $C_i(t) = \neg g_i(t) h_i(t) z_i(t)$. Пусть в спецификации F_2 имеется k таких эквивалентностей. Как показано в [6], $M(F_1) \subseteq M(F_2)$ и модель из $M(F_2)$ не принадлежит $M(F_1)$ только в том случае, если она имеет ω-префикс, во всех позициях которого истинна одна и та же формула $C_i(t)$. Таким образом, $P(F_1) \subseteq P(F_2)$ и для любого 0-префикса из $P(F_1)$ не существует условия $C_i(t)$ $(i \in \{1, \ldots, k\})$, истинного во всех его позициях. Отсюда также следует, что $S(F_1) \subseteq S(F_2)$, т.е. автомат, специфицируемый формулой F_2, имеет подавтомат, строго эквивалентный автомату $A(F_1)$. Все состояния, не принадлежащие этому подавтомату, должны быть удалены. Назовем такие состояния фиктивными.

Пусть автомату A_2, синтезированному по формуле F_2, соответствует разбиение $\{P_1', P_2', \ldots, P_n'\}$ множества $P(F_2)$ на классы эквивалентных 0-префиксов.

Если P_i' содержит 0-префикс из $P(F_1)$, то соответствующее множество сверхслов W_i принадлежит $S(F_1)$ и, следовательно, состояние q_i автомата A_2 эквивалентно одному из состояний автомата $A(F_1)$, специфицируемого формулой F_1. Таким образом, состояние автомата A_2, не принадлежащее подавтомату, строго эквивалентному автомату $A(F_1)$, соответствует классу из $\{P_1', P_2', \ldots, P_n'\}$, не содержащему 0-префиксов из $P(F_1)$.

Пусть формула F специфицирует автомат A.

Утверждение 2. Каждый 0-префикс из $P(F)$ представим состоянием автомата A.

Доказательство. Пусть состояния автомата A соответствуют классам разбиения $\{P_1', P_2', \ldots, P_n'\}$ множества $P(F)$. Рассмотрим 0-префикс произвольной модели u для формулы F. Для каждого $k \le 0$ k-префикс $u(-\infty, k)$ принадлежит некоторому классу из $\{P_1', P_2', \ldots, P_n'\}$. Таким образом, 0-префикс модели u определяет последовательность $P_0, P_{-1}, P_{-2} \ldots$ классов из $\{P_1', P_2', \ldots, P_n'\}$, а значит, и соответствующее обратное сверхслово состояний $\ldots q_{-2} q_{-1} q_0$. Пусть для произвольного $k < 0$ $u(-\infty, k+1) = u(-\infty, k)\sigma_{k+1}$. Тогда согласно определению автомата, специфицируемого формулой F, $\delta(q_k, \sigma_{k+1}) = q_{k+1}$. Отсюда следует, что 0-префикс $u(-\infty, 0)$ представим состоянием q_0.

Так как F_2 — формула языка L, то для всякого состояния q_i автомата A_2 множество представимых им обратных сверхслов совпадает с P_i'. Приведенные рассуждения показывают, что состояние автомата A_2 фиктивно тогда и только тогда, когда все представимые им обратные сверхслова не принадлежат $P(F_1)$.

Несложно убедиться в справедливости следующих утверждений.

Утверждение 3. Если 0-префикс g модели для F_2 принадлежит $P(F_1)$, то и любое обратное сверхслово gr, где r — допустимое k-продолжение g $(k \in \mathbf{N}^+)$, также принадлежит $P(F_1)$.

Утверждение 4. Если 0-префикс g модели для F_2 не принадлежит $P(F_1)$, то и все его ω-префиксы не принадлежат $P(F_1)$.

Из этих утверждений следует:

1) если состояние не фиктивно, то все достижимые из него состояния также не фиктивны;

2) если состояние фиктивно, то и все состояния, из которых оно достижимо, также фиктивны.

Это позволяет при анализе фиктивности состояний ограничиться только состояниями начальных сильно связных подавтоматов (НССП), т.е. таких сильно связных подавтоматов, состояния которых не достижимы из остальных состояний автомата. Очевидно, что либо все состояния НССП фиктивны, либо все они не фиктивны. Если автомат имеет фиктивные состояния, то имеется НССП, все состояния которого фиктивны. Все фиктивные состояния достижимы из состояний таких НССП.

Если состояния НССП автомата A_2 фиктивны, то их удаление сохраняет наличие в полученном автомате подавтомата, строго эквивалентного автомату $A(F_1)$.

Рассмотрим способ нахождения фиктивных состояний в автомате A_2.

Утверждение 5. Состояние q НССП фиктивно тогда и только тогда, когда все представимые им обратные сверхслова удовлетворяют одной и той же формуле $\forall t_1((t_1 \le t) \to C_i(t_1))$, т.е. во всех позициях этих обратных сверхслов истинна формула $C_i(t)$.

Достаточность непосредственно следует из определения фиктивности состояния. Для доказательства необходимости покажем, что, если все обратные сверхслова, представимые состоянием q, не принадлежат $P(F_1)$, то существует формула $C_i(t)$, $i \in 1, 2, \ldots, k$, истинная во всех позициях всех таких сверхслов. Допустим противное, т.е. для каждой формулы $C_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, k$, $P(q)$ содержит обратное сверхслово, в некоторой позиции которого эта формула ложна. Поскольку q принадлежит сильно связному подавтомату, то существуют такие слова r_i ($i = 1, \ldots, k$), переводящие состояние q в себя, что в некоторой позиции слова r_i ложна формула $C_i(t)$. Обратное сверхслово $(r_1 \ldots r_k)^{-\omega}$, принадлежащее $P(q)$, не имеет ω-префикса, в каждой позиции которого истинна одна из формул $C_i(t)$, и, следовательно, оно принадлежит $P(F_1)$. Таким образом, состояние q не фиктивно. Полученное противоречие доказывает необходимость.

Заметим, что каждое обратное сверхслово, представимое состоянием НССП, является ω-префиксом обратного сверхслова, представимого любым другим состоянием этого НССП. Поэтому, если во всех позициях всех сверхслов, представимых состоянием НССП, истинна формула $C_i(t)$, то это справедливо и для всех остальных его состояний.

Будем говорить, что НССП фиктивен, если во всех позициях всех обратных сверхслов, представимых его состояниями, истинна одна из формул $C_i(t)$ ($i \in 1, \ldots, k$). Чтобы выяснить, фиктивен НССП или нет, данное условие необходимо проверять для каждого $C_i(t)$ ($i = 1, \ldots, k$). Для наиболее общего вида формулы $C_i(t)$ проверка осуществляется следующим образом. Пусть формула $C_i(t)$ имеет глубину r. В таком случае для каждого состояния НССП строится множество всех представимых им обратных слов длины $r+1$. Нетрудно видеть, что $C_i(t)$ истинна во всех позициях всех обратных сверхслов, представимых состояниями НССП, тогда и только тогда, когда она истинна на всех обратных словах, представимых этими состояниями.

В некоторых довольно часто встречающихся случаях проверка может быть упрощена.

Если формула $C_i(t)$ ($i = 1, \ldots, k$) содержит атомы только ранга 0, то она истинна во всех позициях обратных сверхслов, представимых всеми состояниями НССП, только в том случае, если отметки всех переходов этого НССП, рассматриваемые как формулы языка L, имплицируют $C_i(t)$.

Если $C_i(t)$ имеет вид $c_{i_s}(t-s) \& \cdots \& c_{i_0}(t)$, где формула $c_{i_j}(t-j)$ построена из атомов ранга $-j$, то она преобразуется в формулу $C'_i(t) = c_{i_s}(t) \& \cdots \& c_{i_0}(t)$ глубины 0. Такая формула $C_i(t)$ истинна во всех позициях обратных сверхслов, представимых всеми состояниями НССП, только в том случае, если $C'_i(t)$ истинна во всех позициях этих сверхслов, что сводит проверку к предыдущему случаю.

Если НССП состоит из одного состояния q (петля в состоянии q с отметкой σ), а формула $C_i(t)$ имеет вид $c_1(t) \vee \ldots \vee c_k(t)$, где каждая формула $c_i(t)$ представляет собой конъюнкцию рассмотренного выше вида, то $C_i(t)$ преобразуется в формулу $C'_i(t) = c'_1(t) \vee \ldots \vee c'_k(t)$ глубины 0. Формула $C_i(t)$ истинна во всех позициях обратных сверхслов, представимых состоянием q, если отметка σ имплицирует $C'_i(t)$.

Во всех рассмотренных частных случаях проверяется истинность формулы глубины 0, поэтому проверка осуществляется на словах длины 1, представимых всеми состояниями НССП, т.е. на отметках всех переходов в НССП.

Формулу $F(t)$ языка L, имеющую глубину r, и сигнатуру $\Omega = \{p_1, \ldots, p_m\}$ можно рассматривать как пропозициональную формулу с переменными $p_1(t), \ldots, p_m(t)$, $p_1(t-1), \ldots, p_m(t-1), \ldots, p_1(t-r), \ldots, p_m(t-r)$. Таким образом, проверка фиктивности состояний НССП состоит в проверке истинности каждой из пропозициональных формул, соответствующих формулам $C_i(t)$ $(i=1, \ldots, k)$ на наборах значений их аргументов, определяемых отметками переходов в НССП.

Фиктивные состояния удаляются из автомата. При удалении состояний какого-либо из НССП и всех состояний, не принадлежащих циклическому подавтомату автомата, полученного после удаления НССП, могут появиться новые НССП, для которых выполняется аналогичная проверка. В результате удаления всех фиктивных состояний получается автомат, специфицируемый формулой F_1. Если будут удалены все состояния автомата A_2, то исходная спецификация F противоречива.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный в настоящей работе подход к синтезу автомата, специфицированного в языке L*, состоит в следующем.

Спецификация F в языке L* преобразуется в спецификацию F_1 в этом же языке, которая эквивалентна исходной спецификации относительно ее сигнатуры Ω и специфицирует автомат A_1 с конечной памятью. Проекция автомата A_1 на сигнатуру Ω [8] совпадает с автоматом A, специфицируемым формулой F, который, вообще говоря, не обладает конечной памятью. При реализации автомата A_1 его проекция на Ω получается тривиально, поэтому он синтезируется вместо автомата A. Поскольку автомат A_1 обладает конечной памятью, он может быть специфицирован в языке L. Таким образом, задачу построения автомата A_1 можно решать, используя один из двух подходов.

1. По спецификации F_1 строится спецификация в языке L, специфицирующая автомат A_1, который затем синтезируется процедурой синтеза. Заметим, что спецификация автомата A_1 в языке L логически не эквивалентна спецификации F_1 в языке L*, хотя они специфицируют один и тот же автомат.

2. По спецификации F строится спецификация в языке L, специфицирующая автомат A_2, содержащий A_1 в качестве подавтомата. Затем на уровне процедурного представления автоматов из синтезированного автомата выделяется автомат A_1 путем удаления всех не принадлежащих ему состояний.

Первый подход рассмотрен в [6]; в настоящей работе, как и в [4, 5], рассмотрен второй подход. Однако предложенный здесь метод анализа фиктивности состояний существенно проще метода, описанного в [5], поскольку проверка фиктивности состояний основана на простых операциях пропозициональной логики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чеботарев А.Н. Расширение логического языка спецификации и проблема синтеза // Кибернетика и системный анализ. — 1996. — № 6. — С. 11–27.
2. Чеботарев А.Н. Об одном подходе к функциональной спецификации автоматных систем // Там же. — 1993. — № 3. — С. 31–42.
3. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. — М.: Наука, 1966. — 227 с.
4. Чеботарев А.Н. Синтез процедурного представления автомата, специфицированного в логическом языке L*. I // Кибернетика и системный анализ. — 1997. — № 4. — С. 60–74.
5. Чеботарев А.Н. Синтез процедурного представления автомата, специфицированного в логическом языке L*. II // Там же. — 1997. — № 6. — С. 115–127.
6. Чеботарев А.Н. Преобразование спецификации автомата в языке L* в автоматно эквивалентную спецификацию в языке L // Там же. — 2010. — № 4. — С. 60–69.
7. Чеботарев А.Н. О классе формул языка L*, специфицирующих автоматы с конечной памятью // Там же. — 2010. — № 1. — С. 3–9.
8. Чеботарев А.Н., Куривчак О.И. Допустимые преобразования автомата, взаимодействующего со средой // Управляющие системы и машины. — 2010. — № 1. — С. 38–44.

Поступила 16.08.2011