УДК 531.38

О. С. Волкова

Аналог решения Стеклова в задаче о движении тяжелого гиростата с переменным гиростатическим моментом

(Представлено академиком НАН Украины А. М. Ковалевым)

Рассмотрена задача о вращении вокруг неподвижной точки тяжелого гиростата с переменным гиростатическим моментом. Получено точное решение уравнений движения с квадратичным по компонентам угловой скорости инвариантным соотношением. В случае постоянства гиростатического момента найденное решение соответствует четвертому решению Харламова, а при отсутствии гиростатического момента вырождается в решение Стеклова. Указаны условия, при которых сохраняется характерное для решения Стеклова свойство изоконичности движения.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из тела-носителя S, имеющего неподвижную точку, и закрепленных на нем тел S^i, $i = 1, 2, \ldots, n$. Пусть система $\{S, S^1, \ldots, S^n\}$ удовлетворяет определению гиростата [2–4]. В этом случае динамические характеристики носителя не зависят от вращения присоединенных тел, а уравнения движения во вращающемся вместе с телом S базисе имеют вид

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\boldsymbol{\lambda}} = (\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \times \boldsymbol{\omega} + \Gamma(\boldsymbol{e} \times \boldsymbol{\nu}), \qquad \dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\omega}$ — угловая скорость гиростата; $\boldsymbol{\nu}$ — орт нисходящей вертикали; $\boldsymbol{\lambda}$ — гиростатический момент; $\boldsymbol{J}$ — обобщенный тензор инерции; Γ — вес гиростата; $\boldsymbol{e}$ — радиус-вектор центра масс. При постоянном $\boldsymbol{\lambda}$ известны три первых интеграла уравнений движения, но при $\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}(t)$ система (1) допускает только два из них:

$$(\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\nu}) = g, \qquad |\boldsymbol{\nu}|^2 = 1. \tag{2}$$

Предположим, что направление переменного гиростатического момента фиксировано во вращающемся базисе: $\boldsymbol{\lambda} = \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$, $|\boldsymbol{\alpha}| = 1$, где $\lambda(t)$ — непрерывно дифференцируемая ограниченная функция времени. Примером такого гиростата будет твердое тело с маховиком, ось собственного вращения которого жестко закреплена в корпусе носителя, а его скоростью собственного вращения можно управлять [5].

При $\boldsymbol{\lambda} = \lambda(t)\boldsymbol{\alpha}$ изучены основные классы движений тяжелого гиростата, получены аналоги интегрируемых случаев Лагранжа, Гесса, Бобылева–Стеклова, Гриоли, Харламовой (см. [5–10]). В настоящей работе представлено новое решение, обобщающее решение Харламова [11], [3, с. 169]. Положив в нем $\lambda(t) = 0$, получим классический интегрируемый случай Стеклова.

Исходные предположения. Решение Стеклова [1] уравнений движения твердого тела получено при условии, что центр масс принадлежит главной оси. В решении Харламова, обобщающем этот результат на задачу о движении гиростата [11], вдоль той же главной оси направлен и постоянный вектор $\boldsymbol{\lambda}$. В случае $\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}(t)$ примем аналогичные предположения: $\boldsymbol{\lambda}(t) \parallel \boldsymbol{\alpha} \parallel \boldsymbol{e} \parallel \boldsymbol{i_1} \parallel \boldsymbol{J}\boldsymbol{i_1}$. Будем также считать, что $|\boldsymbol{e}| = 1$, $\Gamma = 1$, поскольку при $\Gamma|\boldsymbol{e}| \neq 0$ этого всегда можно добиться введением безразмерных величин.

В работе [1] В. А. Стеклов нашел такие значения параметров n и m, при которых существует решение уравнений движения с соотношениями

$$\nu_2 = n\omega_1\omega_2, \qquad \nu_3 = m\omega_1\omega_3. \tag{3}$$

Он показал, что из (3) следует дополнительное, квадратичное по компонентам угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$, инвариантное соотношение. П. В. Харламов усложнил структуру исходных инвариантных соотношений: в [11] получено решение, для которого выполяется

$$\nu_2 = (n\omega_1 + n_*\lambda)\omega_2, \qquad \nu_3 = (m\omega_1 + m_*\lambda)\omega_3, \tag{4}$$

где λ — произвольная постоянная, а m, n, m_*, n_* выражены через главные моменты инерции.

Для уравнений (1) движения *неавтономного* гиростата инвариантные соотношения также зададим в виде (4). Зависимость величины λ от $\boldsymbol{\omega}$ положим линейной:

$$\lambda = \varkappa(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\alpha}) + \text{const} = \varkappa\omega_1 + \lambda_0; \tag{5}$$

теперь соотношения (4) можно записать в виде

$$\nu_2 = (\widetilde{n}\omega_1 + n_*\lambda_0)\omega_2, \qquad \nu_3 = (\widetilde{m}\omega_1 + m_*\lambda_0)\omega_3. \tag{6}$$

Аналог решения Харламова. Выпишем решение с инвариантными соотношениями (6) для системы (1), дополненной условием (5). Дважды продифференцируем (6) в силу системы и в полученных выражениях снова учтем равенства (6). В результате будем иметь условия вида $\omega_2\omega_3(a_i\omega_1 + b_i) = 0$, $i = 1, 2$. Поскольку решения с линейными по $\boldsymbol{\omega}$ инвариантными соотношениями здесь не рассматриваются, потребуем выполнения $a_i = b_i = 0$, $i = 1, 2$. Эти условия позволяют выразить $\widetilde{m}$, $\widetilde{n}$, m_*, n_* через J_1, J_2, J_3 и величину $\varkappa + J_1 = L$:

$$\widetilde{n} = \frac{(L - J_2)(L - J_3)}{(2J_3 - L)}, \qquad \widetilde{m} = \frac{(L - J_2)(L - J_3)}{(2J_2 - L)}, \tag{7}$$

$$\begin{gathered} n_* = \frac{L^3 - 2(J_2 + 2J_3)L^2 + (8J_2 + 3J_3)J_3L - J_2J_3(J_2 + 5J_3)}{(2J_2 - L)(2J_3 - L)^2}, \\ m_* = \frac{L^3 - 2(2J_2 + J_3)L^2 + (3J_2 + 8J_3)J_2L - J_2J_3(5J_2 + J_3)}{(2J_2 - L)^2(2J_3 - L)}. \end{gathered} \tag{8}$$

Очевидно, что условия (7) при $L = J_1$ ($\varkappa = 0$) совпадают с условиями Стеклова [1]. То есть $\lambda(t) \neq \text{const}$, только когда условия Стеклова *не выполняются.* С учетом соотношений (6) и выражений (7), (8) динамические уравнения упрощаются и принимают форму, аналогичную [11]:

$$\begin{gathered} L\dot{\omega}_1 = (J_2 - J_3)\omega_2\omega_3, \\ \dot{\omega}_2 = \omega_3\left[\frac{(J_3 - L)}{(2J_2 - L)}\omega_1 + \lambda_0\frac{J_2(L - 3J_3) + J_3^2}{(2J_2 - L)^2(2J_3 - L)}\right], \\ \dot{\omega}_3 = \omega_2\left[\frac{(L - J_2)}{(2J_3 - L)}\omega_1 - \lambda_0\frac{J_3(L - 3J_2) + J_2^2}{(2J_2 - L)(2J_3 - L)^2}\right]. \end{gathered} \tag{9}$$

Дополнительное условие $J_2 = J_3$ приводит к случаю Лагранжа, который тривиальным образом обобщается на задачу о движении неавтономного гиростата. Далее считаем, что $J_2 \neq J_3$ и, следовательно, $L \neq 0$. Уравнения (9) позволяют выразить $\omega_2(\omega_1)$ и $\omega_3(\omega_1)$:

$$(J_2 - J_3)\omega_2^2 = \frac{L(J_3 - L)}{(2J_2 - L)}\omega_1^2 + \frac{2\lambda_0 L[J_2(L - 3J_3) + J_3^2]}{(2J_2 - L)^2(2J_3 - L)}\omega_1 + h_2, \tag{10}$$

$$(J_2 - J_3)\omega_3^2 = \frac{L(L - J_2)}{(2J_3 - L)}\omega_1^2 - \frac{2\lambda_0 L[J_3(L - 3J_2) + J_2^2]}{(2J_2 - L)(2J_3 - L)^2}\omega_1 + h_3. \tag{11}$$

Константы h_2, h_3 связаны равенством

$$\begin{gathered}[(L - 2J_2)h_2 + (L - 2J_3)h_3] = \frac{G\lambda_0^2 L(J_2 - J_3)}{(2J_2 - L)^2(2J_3 - L)^2}, \\ G = L^4 - 3(J_2 + J_3)L^3 + [4(J_2^2 + J_3^2) + 5J_2J_3]L^2 - 3(J_2 + J_3)(J_2^2 + J_3^2)L + \\ + J_2J_3[5(J_2^2 + J_3^2) - 6J_2J_3],\end{gathered} \tag{12}$$

которое было получено исключением ν_1 из первых производных соотношений (6) в силу системы (1). В первую очередь рассмотрим возможность $L = J_2$: принятые допущения приводят к $G(J_2) = J_2(2J_3 - J_2)(J_2 - J_3)^2 \neq 0$, поэтому правая часть (12) может обращаться в нуль только при $\lambda_0 = 0$. Но тогда из (6) получаем $\nu_2 = \nu_3 = 0$, т. е. $\boldsymbol{\nu}$ — постоянный вектор и $\boldsymbol{\nu} \parallel \boldsymbol{\omega}$. Вращения вокруг неподвижной оси мы здесь не рассматриваем, поэтому везде далее полагаем $(J_2 - L)(J_3 - L) \neq 0$.

Из кинематических уравнений системы (1) с учетом (6), (10), (11) получим $\nu_1(\omega_1)$:

$$\begin{aligned}\nu_1 = {} & \frac{(J_2 - L)(J_3 - L)L}{(2J_2 - L)(2J_3 - L)}\omega_1^2 - \lambda_0 L\frac{(J_2 + J_3)(L^2 + 2J_2J_3) - 6J_2J_3L}{(2J_2 - L)^2(2J_3 - L)^2}\omega_1 + \\ & + \frac{(J_2 - L)(J_3 - L)}{(2J_2 - L)L}h_3 + \\ & + \frac{[L^3 - 2(2J_2 + J_3)L^2 + J_2(3J_2 + 8J_3)L - J_2J_3(5J_2 + J_3)][J_2(3J_3 - J_2) - J_3L]}{(2J_2 - L)^3(2J_3 - L)^3}\lambda_0^2.\end{aligned} \tag{13}$$

Теперь, приравняв единице постоянную в левой части интеграла $|\boldsymbol{\nu}|^2 = 1$, определим зависимость h_2 от L, λ_0 и главных моментов инерции:

$$\begin{aligned}& [h_2(J_2 - L)^2(J_3 - L)^2(2J_2 - L)^3(2J_3 - L)^2 + \lambda_0^2 L P_7(L)]^2 = \frac{1}{4}\lambda_0^4 L^3(2J_3 - L)^2 \times \\ & \quad \times (2J_2 - L)^2(J_2 - J_3)^2(J_2 + J_3 - 2L)[2(L^2 + 2J_2J_3) - 3L(J_2 + J_3)]^3 + \\ & \quad + L^2(J_2 - L)^2(J_3 - L)^2(2J_2 - L)^6(2J_3 - L)^6,\end{aligned} \tag{14}$$

где

$$\begin{aligned}P_7(L) = {} & -L^7 + (6J_2 + 5J_3)L^6 - (11J_2^2 + 7J_3^2 + 32J_2J_3)L^5 + \\ & + \frac{1}{2}[13J_2^3 - J_3^3 + J_2J_3(121J_2 + 111J_3)]L^4 - J_3[37J_2^3 - 7J_3^3 + (114J_2 + 29J_3)J_2J_3]L^3 +\end{aligned}$$

$$+ J_3[J_2^4 - 3J_3^4 + J_2J_3(73J_2^2 - 11J_3^2 + 83J_2J_3)]L^2 -$$
$$- J_2J_3^2[3J_2^3 - 8J_3^3 + 3J_2J_3(20J_2 + 3J_3)]L + J_2^2J_3^3(J_2 + 5J_3)(3J_2 - J_3).$$

Таким образом, формулы (10), (11), (13) и соотношения (6) задают зависимости ω_2, ω_3, ν_1, ν_2, ν_3 от ω_1. Первое уравнение редуцированной системы (9) позволяет определить $\omega_1(t)$. Если параметры удовлетворяют соотношениям (7), (8), (12), (14), то полученное решение удовлетворит исходной системе дифференциальных уравнений (1).

Изоконичность движения гиростата. Движение твердого тела, соответствующее классическому интегрируемому случаю Стеклова, детально исследовано в [12]. Известно, что оно обладает свойством *изоконичности*

$$\exists\,\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\gamma}\colon (\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\xi}) = (\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\gamma}), \qquad \dot{\boldsymbol{\xi}} = 0, \qquad \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{\gamma}\times\boldsymbol{\omega}, \qquad |\boldsymbol{\xi}| = |\boldsymbol{\gamma}| = 1, \tag{15}$$

которое впервые было отмечено в работе П. Филда [13]. Условие (15) означает, что подвижный и неподвижный аксоиды симметричны относительно касательной к ним плоскости. В случае Стеклова вектор $\boldsymbol{\xi}$ коллинеарен барицентрической оси, а $\boldsymbol{\gamma}$ направлен вдоль вертикали $\boldsymbol{\nu}$. Проверим, сохраняется ли свойство изоконичности, если $\lambda(t)$ имеет вид (5). Скалярное произведение $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\xi})$ при $\boldsymbol{\xi} = \pm\boldsymbol{e}$ представляет собой квадратичное по ω_1 выражение, старший коэффициент которого равен

$$L^2(2J_2 - L)^2(2J_3 - L)^2(J_2 - L)^2(J_3 - L)^2(J_2 + J_3 - L)\lambda_0. \tag{16}$$

Выражение (16) может принимать нулевое значение только в случаях *а*) $J_2 + J_3 = L$; *б*) $\lambda_0 = 0$.

а) $J_2 + J_3 = L$: коэффициент при ω_1 и свободный член в $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\xi})$ исчезают только при одновременном выполнении условий

$$J_2(J_3 - J_2)h_2 = (J_2 + J_3)\lambda_0^2, \qquad J_2(J_3 - J_2)h_2 + J_3^{-1}(J_2 - J_3)^2(J_2 + J_3)\xi_1 = (J_2 + J_3)\lambda_0^2,$$

которые приводят к невозможному при $J_3 \neq J_2$, $\xi_1 = \pm 1$ равенству $(J_2 - J_3)^2(J_2 + J_3)\xi_1 = 0$. Следовательно, движение гиростата с такими параметрами изоконическим не является;

б) $\lambda_0 = 0$: в этом случае равенство нулю коэффициента при ω_1 в $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\xi})$ равносильно условию $(J_2 - L)(J_3 - L)h_2 + \xi_1 L(L - 2J_3) = 0$, которое обращает (15) в тождество. Свободного члена по ω_1 выражение $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{\xi})$ не содержит. Следовательно, соответствующее найденному решению движение гиростата с $\boldsymbol{\lambda} = \varkappa\omega_1(t)\boldsymbol{\alpha}$ будет *изоконическим*.

Зависимость от времени компонент $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\nu}$ при $\boldsymbol{\lambda_0 = 0}$. В случае $\lambda = \mathrm{const}$ зависимость основных переменных от времени для решения Стеклова — Харламова получена Г. В. Мозалевской [14]. При $\lambda = \varkappa\omega_1(t) + \lambda_0$ ограничимся случаем $\lambda_0 = 0$, соответствующим классическому решению Стеклова: выпишем в явном виде $\boldsymbol{\omega}(t)$. Поскольку возможность $J_2 = J_3$ исключена из рассмотрения, положим $J_2 > J_3$.

Эллиптическая функция $\omega_1(t)$ определяется интегрированием уравнения

$$L\dot{\omega}_1 = \pm\sqrt{\frac{L(J_3 - L)}{(2J_2 - L)}\omega_1^2 + h_2}\sqrt{\frac{L(L - J_2)}{(2J_3 - L)}\omega_1^2 + h_3}. \tag{17}$$

При $\lambda_0 = 0$ из (12), (14) получаем $h_3 = \dfrac{h_2(L - 2J_2)}{(2J_3 - L)}$, $|h_2| = \left|\dfrac{L(2J_3 - L)}{(J_2 - L)(J_3 - L)}\right|$, причем знак h_2 выбираем так, чтобы правые части равенств (10), (11) одновременно были положительными.

В классическом интегрируемом случае Стеклова возможны два различных типа решения уравнения (17). Первый выписан самим В. А. Стекловым; условия существования второго указаны Р. Фаббри в работе [15]. Но при $\lambda \neq 0$ вариантов решения уже четыре:

1) $L \in (2J_3; J_2)$, $J_2 > 2J_3$: $\omega_1 = p\,\mathrm{cn}(u,k)$, $\omega_2 = q\,\mathrm{sn}(u,k)$, $\omega_3 = r\,\mathrm{dn}(u,k)$, где

$$p^2 = \frac{(L-2J_3)(2J_2-L)}{(L-J_3)^2(J_2-L)}, \quad q^2 = \frac{L(L-2J_3)}{(J_2-J_3)(L-J_3)(J_2-L)}, \quad r^2 = \frac{L(2J_2-L)}{(L-J_3)^2(J_2-L)},$$

$$u^2 = \frac{(J_2-J_3)(t-t_0)^2}{(L-J_3)(J_2-L)}, \qquad k = \sqrt{\frac{J_2-L}{J_2-J_3}} < \sqrt{1-\frac{J_3}{J_2-J_3}} < 1;$$

2) $L \in (\max\{J_2, 2J_3\}; 2J_2)$: $\omega_1 = p\,\mathrm{sn}(u,k)$, $\omega_2 = q\,\mathrm{cn}(u,k)$, $\omega_3 = r\,\mathrm{dn}(u,k)$,

$$p^2 = \frac{(L-2J_3)(2J_2-L)}{(L-J_3)^2(L-J_2)}, \quad q^2 = \frac{L(L-2J_3)}{(J_2-J_3)(L-J_3)(L-J_2)}, \quad r^2 = \frac{L(2J_2-L)}{(J_2-J_3)(L-J_3)(L-J_2)},$$

$$u^2 = \frac{(t-t_0)^2}{L-J_2}, \qquad k = \sqrt{\frac{L-J_2}{L-J_3}} < \sqrt{1-\frac{J_2-J_3}{2J_2-J_3}} < 1;$$

3) $L \in (-\infty; 0)$: $\omega_1 = p\,\mathrm{dn}(u,k)$, $\omega_2 = q\,\mathrm{sn}(u,k)$, $\omega_3 = r\,\mathrm{cn}(u,k)$,

$$p^2 = \frac{(2J_3-L)(2J_2-L)}{(L-J_3)^2(J_2-L)}, \qquad q^2 = \frac{L(L-2J_3)}{(L-J_2)^2(J_3-L)}, \qquad r^2 = \frac{L(L-2J_2)}{(L-J_3)^2(J_2-L)},$$

$$u^2 = \frac{(t-t_0)^2}{J_3-L}, \qquad k = \sqrt{\frac{J_2-J_3}{J_2-L}} < \sqrt{1-\frac{J_3}{J_2}} < 1;$$

4) $L \in (2J_2; +\infty)$: $\omega_1 = p\,\mathrm{dn}(u,k)$, $\omega_2 = q\,\mathrm{cn}(u,k)$, $\omega_3 = r\,\mathrm{sn}(u,k)$,

$$p^2 = \frac{(2J_3-L)(2J_2-L)}{(L-J_2)^2(L-J_3)}, \qquad q^2 = \frac{L(L-2J_3)}{(L-J_2)^2(L-J_3)}, \qquad r^2 = \frac{L(L-2J_2)}{(L-J_3)^2(L-J_2)},$$

$$u^2 = \frac{(t-t_0)^2}{L-J_2}, \qquad k = \sqrt{\frac{J_2-J_3}{L-J_3}} < \sqrt{1-\frac{J_2}{2J_2-J_3}} < 1.$$

В отличие от случая Стеклова, в котором действительные решения уравнения (17) существуют только при $2J_3 < J_1 < 2J_2$, условия *2–4* существования обобщенного решения вообще не накладывают ограничений на распределение масс гиростата. Отметим, что последние два условия при $\lambda = \mathrm{const}$ не выполнимы: в *3* получаем $J_1 < 0$, а в *4* моменты инерции не удовлетворяют неравенствам треугольника. Таким образом, решения *3*, *4* системы уравнений (1) являются новыми и не имеют аналогов в классической задаче о движении твердого тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке НАН Украины и РФФИ (рег. № 0112U003346).

1. *Стеклов В. А.* Новое частное решение дифференциальных уравнений движения тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку // Тр. Отд. физ. наук Об-ва любителей естествознания. – 1899. – **10**, вып. 1. – С. 1–3.
2. *Харламов П. В.* Гиростаты // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1988. – № 9. – С. 38–41.
3. *Горр Г. В., Кудряшова Л. В., Степанова Л. А.* Классические задачи динамики твердого тела. Развитие и современное состояние. – Киев: Наук. думка, 1978. – 296 с.
4. *Гашененко И. Н., Горр Г. В., Ковалев А. М.* Классические задачи динамики твердого тела. – Киев: Наук. думка, 2012. – 402 с.

5. *Kovaleva L. M.* Investigation of permanent rotations of the rigid body with fixed point, carrying one- and two-degree gyros // XXII Yugoslav congress of theoret. and appl. mechanics. – Vrnjaska Banja, 1997. – P. 61–64.
6. *Волкова О. С.* Деякі класи рухів важкого гіростата зі змінним гіростатичним моментом: Автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.02.01. ИПММ НАН України. – Донецьк, 2010. – 19 с.
7. *Волкова О. С., Гашененко И. Н.* Точные решения уравнений движения гиростата вокруг неподвижной точки // Соврем. проблемы математики, механики, информатики / Под ред. Н. Н. Кизиловой, Г. Н. Жолткевича. – Харьков: Апостроф, 2011. – С. 74–84.
8. *Волкова О. С.* Инвариантное соотношение уравнений движения тяжелого гиростата в случае, когда центр масс принадлежит главной плоскости // Механика тв. тела. – 2012. – **42**. – С. 76–83.
9. *Волкова О. С., Гашененко И. Н.* Аналог решения Гесса в обобщенной задаче о движении гиростата // Тез. докл. междунар. конф. "Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики". – Воронеж, 2012. – Ч. 2. – С. 68–72.
10. *Горр Г. В., Мазнев А. В.* О некоторых классах регулярной прецессии гиростата с переменным гиростатическим моментом относительно наклонной оси в обобщенной задаче динамики // Тр. ИПММ НАН Украины. – 2010. – **21**. – С. 64–75.
11. *Харламов П. В.* Лекции по динамике твердого тела. – Новосибирск: Изд-во Новосибир. ун-та, 1965. – 221 с.
12. *Харламова Е. И., Мозалевская Г. В.* Исследование решения В. А. Стеклова уравнений движения тела, имеющего неподвижную точку // Мат. физика. – 1968. – Вып. 5. – С. 194–202.
13. *Field P.* On the unsymmetrical top // Acta Math. – 1931. – **56**. – P. 355–362; – 1934. – **62**. – P. 313–316.
14. *Мозалевская Г. В.* Зависимость от времени основных переменных задачи о движении тела, имеющего неподвижную точку // Механика тв. тела. – 1972. – Вып. 4. – С. 25–35.
15. *Fabbri R.* Sopra un particolare movimento di un solido pesante intorno a un punto fisso // Rend. Acc. Naz. dei Lincei. – 1934. – Ser. 6, **19**. – P. 38–41.

Институт прикладной математики и механики НАН Украины, Донецк

Поступило в редакцию 22.02.2013

О. С. Волкова

Аналог розв'язку Стєклова в задачі про рух важкого гіростата зі змінним гіростатичним моментом

Розглянуто задачу про обертання навколо нерухомої точки важкого гіростата зі змінним гіростатичним моментом. Одержано точний розв'язок рівнянь руху, який допускає квадратичне за кутовою швидкістю інваріантне співвідношення. У випадку сталості гіростатичного момента цей розв'язок відповідає четвертому розв'язку Харламова, а при відсутності гіростатичного моменту збігається з розв'язком Стєклова. Вказано умови, при яких зберігається характерна для розв'язку Стєклова властивість ізоконічності руху.

O. S. Volkova

An analog for Steklov's solution to the problem of motion of a heavy gyrostat with variable gyrostatic momentum

Rotations about a fixed point are studied for a heavy gyrostat with variable gyrostatic momentum. The exact particular solution that admits the invariant relation quadratic in the angular velocity is obtained for the motion equations. If the gyrostatic momentum is a constant vector, the solution corresponds to the fourth Kharlamov solution. In the case of zero gyrostatic momentum, it becomes the known Steklov solution. The conditions for the isoconic property of a gyrostat motion to hold are studied.