УДК 550.8

Н. Л. Миронцов

Численный метод решения прямой задачи импульсного индукционного каротажа

(Представлено академиком НАН Украины В. И. Старостенко)

Предложен эффективный метод численного решения прямой задачи импульсного индукционного каротажа. Такой метод основан на использовании неизвестных полных токов, что позволяет рассматривать реальную геометрию зонда (сечение витков в обмотке, количество витков, величину удельного электрического сопротивления обмотки и т. д.). Метод применим как для двухкатушечных зондов, так и зондов более сложной конструкции.

Идея импульсного индукционного каротажа (ИК) была предложена и проанализирована еще в 1972 г. [1]. Однако такой каротаж технически стал возможен лишь сравнительно недавно, так как требует измерения амплитуды ЭДС в приемном контуре с интервалами порядка наносекунд [2]. Указанная идея очень проста с точки зрения физики процесса. Действительно, представим, что вся окружающая зонд проводящая среда представляет собой всего одно элементарное кольцо (рис. 1).

Рассмотрим взаимодействие зонда импульсного ИК, состоящего из двух катушек (генераторной и измерительной), оси которых совпадают с осью такого элементарного кольца породы сопротивления R в режиме импульсного питания. Если в момент времени t_0 к генераторной катушке приложить ЭДС величины ε_0 (сила тока в генераторной катушке $I_{\text{г}} \sim t$),

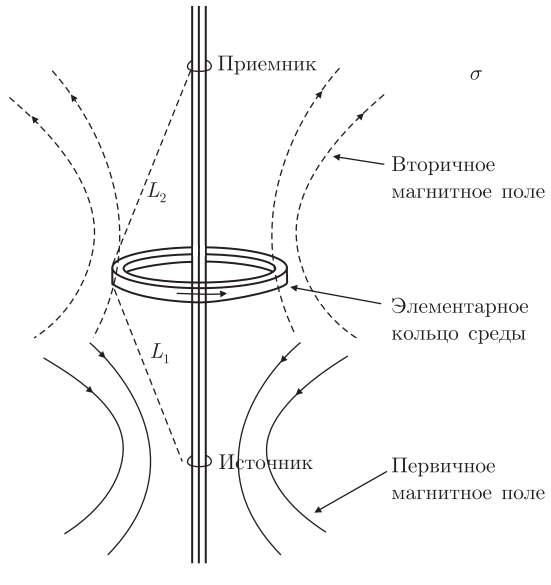

Рис. 1. Модель среды, состоящей из одного элементарного кольца

то относительно тока элементарного кольца I_1 и тока в приемной катушке $I_п$ можем записать [2, 3]:

$$M_г \frac{dI_г}{dt} = \varepsilon_0, \tag{1}$$

$$M_{г1} \frac{dI_г}{dt} + M_1 \frac{dI_1}{dt} + I_1 R = 0, \tag{2}$$

$$M_{гп} \frac{dI_г}{dt} + M_{1п} \frac{dI_1}{dt} + M_п \frac{dI_п}{dt} = 0, \tag{3}$$

где $M_г$, $M_п$, M_1 — индуктивности генераторной, приемной катушек и в элементарном кольце соответственно; $M_{гп}$, $M_{1п}$, $M_{г1}$ — коэффициенты взаимной индукции между этими катушками. Решив систему (1)–(3), найдем значение силы тока в приемном контуре:

$$I_п = \frac{\varepsilon_0}{M_п M_г} \left(\frac{M_{1п} M_{г1}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{M_1} t} \right) - M_{гп} t \right). \tag{4}$$

Измеряемая же величина, аналогично классическому ИК (не сила тока, а ЭДС измерительного контура), будет равна:

$$\varepsilon_п = -\frac{\varepsilon_0}{M_п M_г} \left(R \frac{M_{1п} M_{г1}}{M_1^2} e^{-\frac{R}{M_1} t} + M_{гп} \right). \tag{5}$$

Таким образом, измеряемой величиной для каждого положения зонда в скважине будет зависимость $\varepsilon_п(t)$.

Теперь проанализируем возможность эффективного решения прямой задачи, но не для одного элементарного кольца среды, а для неоднородной бесконечной проводящей среды.

Будем использовать метод полных токов, где неизвестными являются интегральные токи [4, 5]. Для этого рассмотрим зонд ИК, состоящий из заданного количества генераторных и измерительных катушек, оси которых совпадают с осью аксиальной симметрии проводящей среды заданного УЭС: $\rho = \rho(z, r)$. Гальванический контакт обмоток катушек со средой отсутствует. Бесконечную проводящую среду вокруг зонда представим пространством D, которое, аналогично методу Доля [6], поделим системой концентрических цилиндров (с шагом dr) и плоскостей, нормальных к оси симметрии (с шагом dz). Представим D в виде объединения элементарных колец, которые получились вследствие такого деления: $D = \bigcup K$.

Воспользуемся принципом взаимной индукции: при изменении тока I^j в элементарном кольце j в элементарном кольце i возникает ЭДС величины ε^{ij}:

$$\varepsilon^{ij} = -M_{ij} \frac{dI^j}{dt},$$

где M_{ij} — коэффициент взаимной индукции (КВИ):

$$M_{ij} = \frac{1}{c} \oint\limits_{C_i} \oint\limits_{C_j} \frac{(d\vec{l_i} \cdot d\vec{l_j})}{|r_i - r_j|}, \tag{6}$$

где c — скорость света; C_i, C_j — контуры элементарных колец; $d\vec{l_i}$, $d\vec{l_j}$ — их направленные элементы, а $|\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ — соответственно расстояние между ними [3]. Полная ЭДС величины ε^i, возникающая в i-м элементарном кольце, будет суммой ЭДС, индуцированных отдельными токами в других кольцах:

$$\varepsilon^i = \sum_j \varepsilon^{ij} = -\sum_j M_{ij} \frac{dI^j}{dt}.$$

Для того чтобы получить окончательную систему уравнений, воспользуемся:

1) законом Ома в интегральной форме:

$$\varepsilon^i = I^i R_i$$

(здесь R_i — сопротивление элементарного кольца). В силу аксиальной симметрии: $R_i = \oint\limits_{C_i} \langle\rho\rangle \frac{dl_i}{dS_i}$ ($\langle\rho\rangle$ — усредненное УЭС по сечению dS_i элементарного кольца);

2) выражением для коэффициента самоиндукции (КСИ):

$$M_{ii} = \frac{1}{c} \oint\limits_{C_i} \oint\limits_{C_i'} \frac{(d\vec{l_i} \cdot d\vec{l}_i')}{|r_i - r_i'|}. \tag{7}$$

Отметим также, что, во-первых,

$$M_{ij} = M_{ji},$$

а, во-вторых, катушки, из которых состоит зонд, можно добавить в систему элементарных колец с учетом их реальных параметров: УЭС обмотки, количества витков в обмотке, внутреннего и внешнего радиуса обмотки, сечения провода обмотки и т. д.

Следует отметить одну тонкость: КВИ и КСИ для контуров конечного (не нулевого) сечения необходимо использовать не уравнения (6), (7), а формулы, учитывающие реальную геометрию. Вопрос такого расчета КВИ и КСИ подробно рассмотрен в работе [7].

В итоге можем получить:

$$M_{\text{г}} \frac{dI_{\text{г}}}{dt} = \varepsilon_0(t), \tag{8}$$

$$M_{\text{г}i} \frac{dI_{\text{г}}}{dt} + M_{\text{п}i} \frac{dI_{\text{п}}}{dt} + \sum_j M_{ij} \frac{dI_j}{dt} + I_i R_i = 0, \qquad i = \overline{1, n}, \tag{9}$$

$$M_{\text{гп}} \frac{dI_{\text{г}}}{dt} + \sum_j M_{\text{п}j} \frac{dI_j}{dt} + I_{\text{п}} R_{\text{п}} = 0. \tag{10}$$

Система уравнений (8)–(10) решается просто [8, 9] и, таким образом, мы получаем значения токов в катушках и поле токов в среде.

Необходимо также указать на отличие описанного подхода от подхода, развитого в рамках линейной теории Доля, в которой генераторные катушки считаются точечными моментами, а изменение ЭДС в измерительных катушках вычисляется как изменение магнитного потока в точках их положений. При этом поток от каждого элементарного кольца не зависит от УЭС остальных колец системы, т. е. взаимодействие токов в различных кольцах считалось пренебрежимо малым. Следовательно, отличие описанного метода от метода Доля состоит:

в введении катушек зонда с учетом их реальных характеристик в систему элементарных колец;

в учете взаимодействия токов в среде (взаимная индукция между всеми кольцами системы);

в учете индуктивности среды (самоиндукция каждого кольца системы).

Использование же импульсного питания позволяет применять двухкатушечные зонды, избежать возникновения неустранимой погрешности, связанной с необходимостью калибровки прямого поля и температурной калибровки.

Таким образом, можно сделать вывод: метод полных токов позволяет эффективно решать прямую задачу импульсного ИК.

1. *Кауфман А. А., Соколов В. П.* Теория индукционного каротажа методом переходных процессов. – Новосибирск: СНИИГГИМС, 1972. – 108 с.
2. *Миронцов Н. Л.* О методе импульсного индукционного каротажа // Доп. НАН України. – 2010. – № 7. – С. 110–112.
3. *Тамм И. Е.* Основы электричества. – Москва: Наука, 1976. – 616 с.
4. *Миронцов М. Л.* Метод розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Геофиз. журн. – 2007. – **29**, № 5. – С. 212–214.
5. *Миронцов М. Л.* Метод розв'язання прямої та оберненої задачі індукційного каротажу // Доп. НАН України. – 2004. – № 9. – С. 130–133.
6. *Доль Г. Г.* Теория индукционного метода исследования разрезов скважин и его применение в скважинах, пробуренных с глинистым раствором на нефти // Вопросы промысловой геофизики. – Москва: Гостоптехиздат, 1957. – С. 252–274.
7. *Немцов М. В., Шамаев Ю. М.* Справочник по расчету индуктивносетй. – Москва: Энергоиздат, 1981. – 136 с.
8. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. Т. 2. – Москва: Наука, 1951. – 448 с.
9. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы: Учеб. пособие. – Москва: Наука, 1987. – 600 с.

Институт геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, Киев

Поступило в редакцию 21.08.2012

М. Л. Миронцов

Числовий метод розв'язання прямої задачі імпульсного індукційного каротажу

Запропоновано ефективний метод числового розв'язання прямої задачі імпульсного індукційного каротажу. Такий метод засновано на використанні невідомих повних струмів, що дозволяє розглядати реальну геометрію зонду (перетин витків в обмотці, кількість витків, величину питомого електричного опору обмотки тощо). Метод застосовний як для двокотушкових зондів, так і для зондів більш складної конструкції.

M. L. Myrontsov

A numerical method for solution of the direct problem of pulse induction logging

An efficient method for the numerical solution of the direct problem of pulse induction logging is proposed. Such method is based on the use of total currents as unknown quantities, which allows us to consider the real geometry of a probe (cross section of winding turns, number of turns, resistivity of winding, and so on). The method is applicable for both two-coil probes and probes with more complicated design.