

*Описаны некоторые возможности информационной технологии, предназначенной для решения задач моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) многокомпонентных грунтовых массивов на примере моделирования изменения НДС слоистого грунтового массива, ослабленного туннелем.*

© В.С. Дейнека, М.В. Белоус,  
2010

УДК 004.925.8

В.С. ДЕЙНЕКА, М.В. БЕЛОУС

## **АНАЛИЗ С ПОМОЩЬЮ СУПЕРКОМПЬЮТЕРОВ СКИТ УПРУГОГО ИЗМЕНЕНИЯ НДС СЛОИСТОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА, ОСЛАБЛЕННОГО ПОДЗЕМНЫМ ТУННЕЛЕМ**

**Введение.** Грунты Украины богаты на различные полезные ископаемые. Их добыча приводит к существенным деформациям сплошной среды активной зоны, к разрушению естественных водоупоров, к провалам поверхностей грунтовых массивов, что часто сопровождается разрушениями объектов (трубопроводов, промышленных зданий), ухудшением экологического состояния окружающей среды и требует существенных материальных затрат для ликвидации последствий аварий.

В силу того, что естественные грунтовые массивы, как правило, имеют сложную структуру, а их составляющие, характеризующиеся различным минералогическим составом, содержат тонкие прослои слабопрочных грунтов, тектонические трещины, то деформирование грунтового массива в зоне добычи полезных ископаемых носит чисто пространственный характер и существенно зависит от наличия прослоек слабопрочных грунтов, трещин.

В работах Н.А. Цитовича, например [1], отмечается, что существенное углубление знаний в области механики грунтов достигнуто на основе использования теории механики деформирования сплошных сред.

Также, например, в работах А.А. Панжина, и др. (Организация и проведение мониторинга НДС массива горных пород в области техногенного воздействия горных разработок,

Институт горного дела УрО РАН, г. Екатеринбург, 2005 г., сайт [http://igd.uran.ru/geomech/articles/paa\\_015/index.htm](http://igd.uran.ru/geomech/articles/paa_015/index.htm)) отмечается, что при проведении укрупненных расчетов справедливо представить реальный массив изотропной упругой средой, для выявления основных закономерностей его деформирования под воздействием техногенных нагрузок.

В работе отмечается, что в районе залегания пластов каменного угля в вышележащих породах часто встречаются очень тонкие прослой грунтов, содержащие элементы каменного угля, и такие прослой не выполняют функции сцепления нижележащих пород с вышележащими. При создании пустот под такими прослоями они служат поверхностями провисания нижележащих пород, а в этих местах расслоения образуются пустоты, служащие местами накопления метана и др.

С целью укрупненного анализа пространственной динамики напряженно-деформированного состояния грунтового массива подработанной территории в Институте кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины создана информационная технология анализа с помощью суперкомпьютеров СКИТ изменения напряженного состояния многокомпонентных грунтовых массивов подработанных территорий.

В данной работе представлена теоретическая база программного обеспечения созданной ИТ, приведено ее краткое описание и некоторые сведения о решении тестовой задачи.

**Постановка задачи.** Исследуемая область представляет собой пространственный грунтовой массив слоистой структуры, содержащий разрабатываемый угольный пласт. Требуется исследовать влияние горной выработки на напряженно-деформированное состояние этого грунтового массива. Исходные данные для создания трехмерной геометрической модели исследуемого региона и вычисления параметров математической модели представлены в виде чертежей и таблиц.

**Схема решения.** Для решения поставленной задачи создана ИТ, являющаяся составной частью ИТ Надра-3D. Решение задачи в рамках этой ИТ требует выполнения следующих этапов.

1. Выбор математической модели.
  2. Построение геометрической модели исследуемой области.
  3. Привязка параметров математической модели к геометрической модели.
  4. Построение конечно-элементного разбиения.
  5. Формирование и решение систем линейных алгебраических уравнений метода конечных элементов с помощью СКИТ.
  6. Представление результатов в удобной для анализа форме.
- Рассмотрим эти этапы более подробно.

**Математическая модель.** Под действием гравитационной силы грунтовой массив находится в напряженном состоянии, т.е. влияние подземной выработки происходит на фоне предварительно напряженно-деформированного состояния. В данном случае влияние выработки учтем как результат суперпозиции решения следующих задач теории упругости:

- определение напряженно-деформированного состояния (НДС) сложного многокомпонентного тела (рис. 1) при условно "мгновенном" воздействии гравитационной силы;
- определение напряженно-деформированного состояния того же многокомпонентного тела с созданной выработкой (рис. 2) при условно "мгновенном" воздействии гравитационной силы;
- результат вычитания из второго решения первого будем рассматривать как изменение напряженно-деформированного состояния активной зоны грунтового массива, ослабленного выемкой грунта.

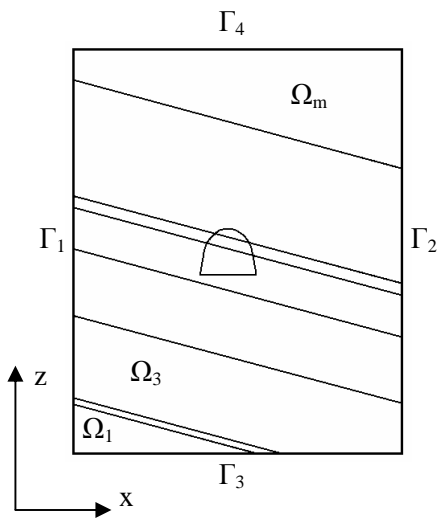


РИС. 1

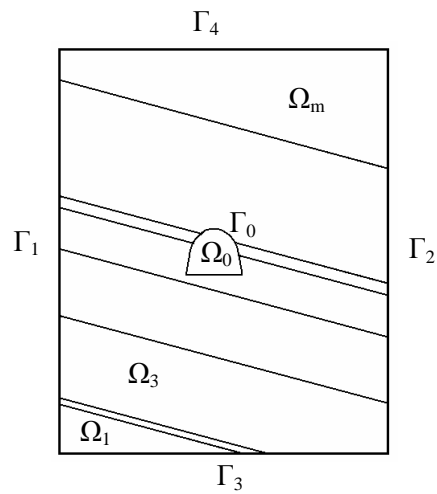


РИС. 2

В каждом из первых двух случаев считаем НДС условно установившимся, т. е. перемещения не зависят от времени. Если в первом случае обозначим смещения  $u^1(x)$ , а во втором –  $u^2(x)$ , то искомое решение определим как  $u = u^2 - u^1$ , где  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $u = (u_1, u_2, u_3)^T$ ,  $u_i$  – проекция вектора смещений  $u$  на  $i$ -ю,  $i = \overline{1, 3}$ , ось декартовой системы координат.

В областях  $\Omega^1 = \bigcup_{i=1}^m \Omega_i$ ,  $\Omega^2 = \bigcup_{i=1}^m \Omega_i \setminus \bar{\Omega}_0$  система уравнений равновесия имеет вид

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + f_i = 0, \quad x \in \Omega^j, \quad j=1,2 \quad (1)$$

где  $\sigma_{ik}$  – компоненты тензора напряжений;  $f = \{f_i(x)\}_{i=1}^3 = \{0, 0, -\gamma_i\}$  – вектор массовых сил ( $\gamma_i = \rho_i g$ ,  $\rho_i$  – плотность грунта в области  $\Omega_i$ ).

На поверхностях  $S_{ij}^k = \partial\Omega_i^k \cap \partial\Omega_j^k$  ( $j = i-1, i+1; k = 1, 2$ ) предполагается выполнение условий сопряжения идеального контакта

$$[u^k] = 0, \quad [\sigma_n^k] = 0, \quad [\tau_s^k] = 0, \quad (2)$$

выражающих непрерывность смещений и напряжений на участках  $S_{ij}^k$ .

На поверхностях  $\bar{S}_{ij}^k$ , где предполагается смещение с трением некоторой области  $\bar{\Omega}_j$  относительно  $\bar{\Omega}_i$ , заданы условия

$$[u_n^k] = 0, \quad (3)$$

$$[\sigma_n^k] = 0, \quad [\tau_s^k] = 0, \quad \tau_s^{k\pm} = r_{ij}[u_s^k], \quad (4)$$

выражающие непрерывность нормальных составляющих векторов смещений и напряжений, непрерывность касательных составляющих вектора напряжений и их пропорциональность скачку касательных смещений, где  $r_{ij}$  – коэффициент жесткости на сдвиг слабopочного прослоя  $\bar{S}_{ij}^k$ .

На участках  $\tilde{S}_{ij}^k$ , где образовалось отслоение области  $\Omega_j^k$  от области  $\Omega_i^k$ , зададим атмосферное давление, т. е. примем

$$\sigma_n^k = 0, \quad \tau_s^k = 0. \quad (5)$$

На боковых поверхностях области  $\Gamma_1, \Gamma_2$  заданы краевые условия

$$u_x^k = 0, \quad \tau_s^k = 0. \quad (6)$$

На нижней поверхности  $\Gamma_3$  заданы краевые условия

$$u_x^k = 0, \quad u_y^k = 0, \quad u_z^k = 0. \quad (7)$$

На верхней поверхности  $\Gamma_4$  заданы краевые условия

$$\sigma_n^k = -p, \quad \tau_s^k = 0, \quad (8)$$

где  $p$  – давление на поверхность вышележащих слоев грунта.

На торцевых поверхностях  $\Gamma_{T1}, \Gamma_{T2}$  заданы краевые условия

$$u_y^k = 0, \quad \tau_s^k = 0. \quad (9)$$

Область  $\Omega_0$  (см. рис. 2) не заполнена грунтом и на ее границе  $\Gamma_0$  предполагается отсутствие напряжений

$$\sigma_n^2 = 0, \quad \tau_s^2 = 0. \quad (10)$$

Обобщенное решение задачи (1)–(9) (для  $k = 1$ ) ищем как функцию  $u(x) \in H^1$ , минимизирующую функционал энергии

$$\Phi_i(v) = \int_{\Omega} \sum_{i,k,l,m=1}^3 c_{iklm} \varepsilon_{ik}(v) \varepsilon_{lm}(v) d\Omega + \sum_{\bar{S}_{ij}^k} \int r_{ij} [v_s]^2 d\bar{S}_{ij}^k - 2 \int_{\Omega} \sum_{i=1}^3 f_i v_i d\Omega \quad (11)$$

на  $H^1$ , где  $H^1$  – множество функций  $v(x) \in W_2^1(\Omega^1)$ , удовлетворяющих главным краевым условиям на участках границы  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_{T1}, \Gamma_{T2}$ , главным условиям сопряжения (2) на поверхностях  $S_{ij}^1$  и главным условиям сопряжения (3) на поверхностях  $\bar{S}_{ij}^1$ .

Обобщенное решение задачи (1)–(10) (для  $k=2$ ) ищем как функцию  $u(x) \in H^2$ , минимизирующую функционал энергии (11) на  $H^2$ , где  $H^2$  – множество функций  $v(x) \in W_2^1(\Omega^2)$ , удовлетворяющих главным краевым условиям на участках границы  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_{T1}, \Gamma_{T2}$ , главным условиям сопряжения (2) на поверхностях  $S_{ij}^2$  и главным условиям сопряжения (3) на поверхностях  $\bar{S}_{ij}^2$ .

$W_2^1(\Omega)$  – пространство функций Соболева, определенных на области  $\Omega_i$ , где  $\Omega = \bigcup_{i=1}^m \Omega_i$ .

Математическая постановка указанных задач, соответствующие обобщенные задачи и численные схемы их решения с помощью метода конечных элементов, построенные и использованные при разработке проблемно-ориентированной компоненты программного комплекса Надра-3D, подробно описаны в [7, 8].

**Построение геометрической модели исследуемой области.** На сегодняшнем этапе реализации препроцессор программного комплекса Надра-3D (рис. 3) позволяет создавать специализированные геометрические модели трехмерных областей [6].

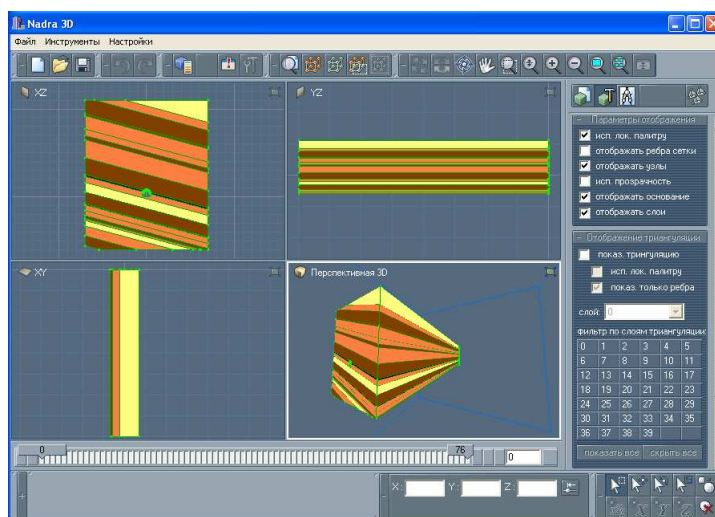


РИС. 3

Отметим также, что геометрия рассматриваемой задачи (а именно – слоистая область, состоящая из значительного количества слоев, залегающих под некоторым углом относительно дневной поверхности) представляет собой часто встречаемый случай при моделировании грунтовых массивов, где исходные данные представляют собой набор мощностей слоев и их физических характеристик. Исходя из этого, в программном комплексе предусмотрен инструмент, позволяющий пользователю генерировать каркасную модель сечения моделируемой области путем указания набора мощностей слоев и угла залегания породы. После отработки этого инструментария пользователь получает двумерную модель, доступную для модификации инструментами редактирования и создания кривых, с помощью которых задается положение выработки и в случае необходимости осуществляется правка сгенерированной каркасной модели. На основании созданной таким образом каркасной модели сечения с помощью инструментов программного комплекса строится трехмерная твердотельная модель исследуемой грунтовой среды.

На рис. 4, а, б показана модель геометрии слоистого грунтового массива, содержащего выработку, построенная с помощью программного комплекса Надра-3D.

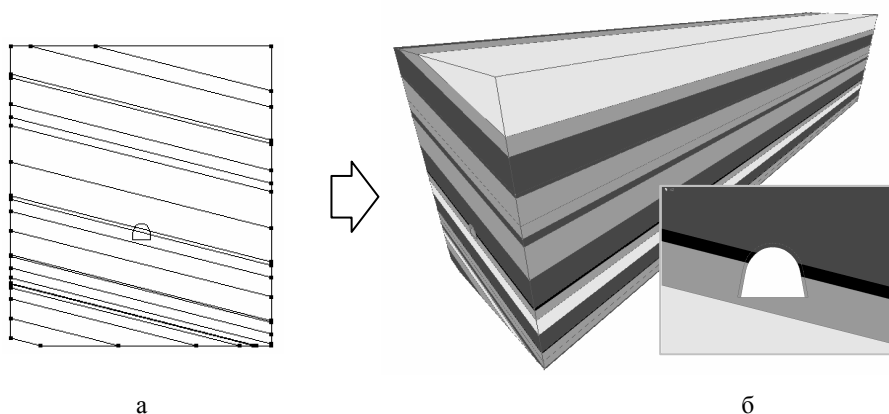


РИС. 4

**Привязка параметров математической модели к геометрической модели.**

Для моделирования изменения напряженно-деформированного состояния необходимо указать следующие параметры:

- коэффициенты Ляме для каждой макрзоны;
- значения плотности грунта для каждой макрзоны;
- типы и параметры краевых условий для каждого участка поверхности;
- типы и параметры слабopрочных прослоек или трещин.

Создание и редактирование характеристик объекта осуществляется пользователем с помощью инструментария комплекса Надра-3D для работы с информационной моделью проекта и библиотеками характеристик (параметров математической модели).

**Построение конечно-элементного разбиения.** Построение трехмерной сетки конечно-элементного разбиения геометрической модели слоистого многокомпонентного тела осуществляется по алгоритму, описанному в [6]. На рис. 5 показан фрагмент сгенерированной сетки (а); конечно-элементное представление в окрестности выработки и схема формирования тетраэдральных элементов – (б).

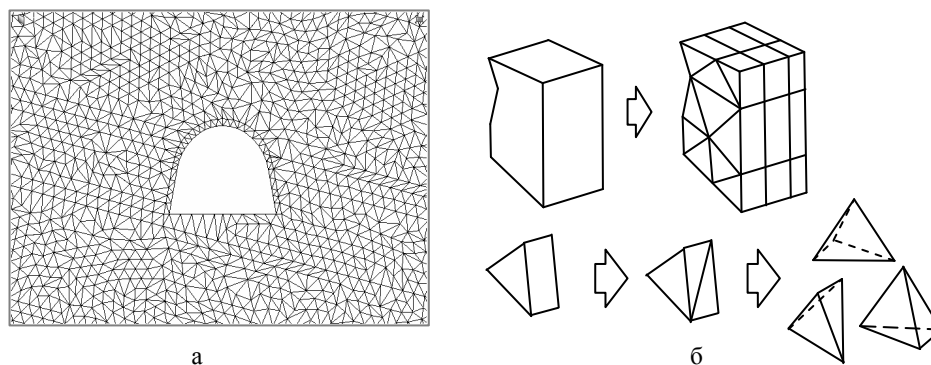


РИС. 5

**Формирование и решение систем линейных алгебраических уравнений метода конечных элементов.** Формирование и решение СЛАУ МКЭ осуществляется проблемно-ориентированной компонентой программного комплекса Надра-3D (решатель), функционирующей на многопроцессорном комплексе СКИТ Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины [3].

Передача данных препроцессор – решатель осуществляется через генерируемые препроцессором файлы, содержащие результаты конечно-элементного разбиения моделируемой области, библиотеку материалов, значения внешних нагрузок, краевых условий, начальных условий. Файл данных задачи пересылается пользователем на многопроцессорный вычислительный комплекс посредством сети интернет.

Параметры, управляющие функционированием решателя, выбором вычислительной схемы, настройками сохранения результатов расчетов, задаются пользователем в файле настроек, расположенном в папке с исполняемым файлом решателя.

Передача результатов расчетов решатель – постпроцессор осуществляется через файлы результатов, которые после завершения работы решателя пересылаются пользователем на персональный компьютер. Постпроцессор оснащен инструментарием, позволяющим пользователю просматривать информационную область файла результатов (содержит информацию о решенной задаче, количестве узлов в сетке конечно-элементного представления модели, некоторых параметрах счета), осуществлять некоторые операции над векторами решения (например, выборка из вектора решения значений для некоторого подмножества узлов сетки триангуляции, сравнение векторов решения, вычисление вектора невязок и т. п.), импортировать решение для его дальнейшей визуализации и анализа.

Запуск решателя на выполнение осуществляется через веб-интерфейс системы управления многопроцессорным вычислительным комплексом СКИТ.

**Представление результатов в удобной для анализа форме.** На сегодняшнем этапе реализации программный комплекс Надра-3D позволяет строить для задач теории упругости графические изображения изолиний проекций перемещений на координатные оси декартовой системы координат для выбранной пользователем подсети конечно-элементного разбиения моделируемого объекта (в произвольном сечении моделируемого объекта) и сохранять отрисованные изображения в графические файлы форматов \*.bmp или \*.jpeg. Вид и количество изолиний настраивается пользователем с помощью соответствующего инструментария программного комплекса. Также программный комплекс поддерживает использование цветового кодирования (т. е. заполнение выбранной подсети конечно-элементного разбиения цветом в зависимости от значения отображаемых результатов расчетов). На рис. 6 показан вид изолиний проекций на ось  $X$  перемещений, вызванных созданием выработки, в одном из сечений области, представленной на рис. 4. На рис. 7 – вид изолиний проекций этих перемещений на ось  $Z$  в том же сечении.

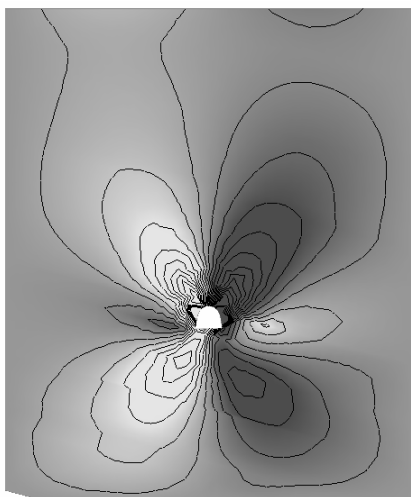


РИС. 6

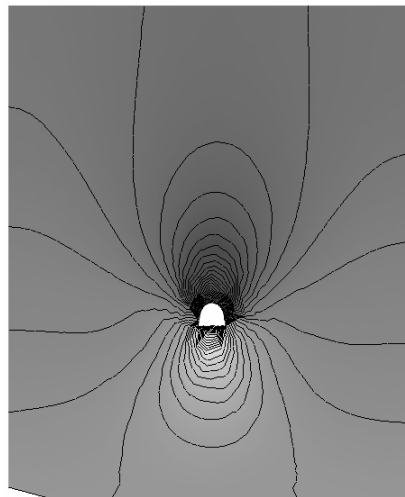


РИС. 7

**Заключение.** Результаты проведенных расчетов, в рамках предположения отсутствия слабopрочных прослоек  $\bar{S}_{ij}^k$  смещений с трением областей  $\Omega_j$  относительно  $\Omega_i$  и поверхностей  $\tilde{S}_{ij}^k$  отслоения составляющих  $\Omega_i, \Omega_j$ , свидетельствуют о том, что вертикальные проседания грунта на верхней части выемки существенно больше оседаний поверхности исследуемого массива над выемкой. Это свидетельствует о дополнительных проседаниях поверхности выемки в реальных условиях за счет наличия поверхностей ослабления  $\bar{S}_{ij}^k$  и поверхностей отслаивания  $\tilde{S}_{ij}^k$ .



*В.С. Дейнека, М.В. Белоус*

АНАЛІЗ ЗА ДОПОМОГОЮ СУПЕРКОМП'ЮТЕРІВ СКІТ  
ПРУЖНОЇ ЗМІНИ НДС ШАРУВАТОГО ГРУНТОВОГО МАСИВУ,  
ПОСЛАБЛЕНОГО ПІДЗЕМНИМ ТУНЕЛЕМ

Розглядаються деякі можливості інформаційної технології, призначеної для розв'язання просторових задач моделювання напружено-деформованого стану багатоконпонентних ґрунтових середовищ, на прикладі моделювання зміни напружено-деформованого стану шаруватого ґрунтового масиву, ослабленого тунелем.

*V.S. Deineka, M.V. Bilous*

SIMULATION OF STRESS-STRAINED STATE CHANGES OF LAYERED SOIL REGION  
WEAKENED BY UNDERGROUND TUNNEL ON SKIT SUPERCOMPUTER

Some features of information technology intended for spatial multicomponent soils stress-strained state simulation on the example of simulation of stress-strained state changes of layered soil region weakened by underground tunnel are considered.

1. *Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г.* Основы прикладной геомеханики в строительстве. – М.: Высш.шк., 1981. – 318 с.
2. *Сергиенко И.В., Дейнека В.С., Вещунов В.В.* Информационная технология NADRA 3D исследования процессов многокомпонентных грунтовых сред // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – № 6. – С. 157–174.
3. *Дейнека В.С., Вещунов В.В., Белоус М.В.* Информационная технология FVOLD-3D исследования трехмерного неустановившегося движения жидкости с помощью суперкомпьютера СКИТ // Компьютерная математика. – 2007. – № 1. – С. 13–23.
4. *Белоус М.В., Дейнека В.С.* Подсистема ввода и редактирования геометрической информации пространственных слоистых тел информационной технологии Надра-3D // Там же. – 2009. – № 1. – С. 76–85.
5. *Белоус М.В., Дейнека В.С.* Интерфейс пользователя подсистемы ввода и редактирования геометрической информации пространственных слоистых тел информационной технологии Надра-3D // Там же. – 2009. – № 2. – С. 36–43.
6. *Белоус М.В., Дейнека В.С.* Использование программного комплекса Надра-3D для моделирования регионального режима фильтрации воды // Там же. – 2010. – № 1. – С. 35–42.
7. *Дейнека В.С., Сергиенко И.В.* Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наук. думка, 2001. – 606 с.
8. *Дейнека В.С., Сергиенко И.В.* Анализ многокомпонентных распределенных систем и оптимальное управление. – Киев: Наук. думка, 2007. – 703 с.

Получено 28.04.2010

**Об авторах :**

*Дейнека Василий Степанович,*

доктор физико-математических наук, профессор, академик НАН Украины,  
заведующий отделом Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины,  
e-mail [vdineka@ukr.net](mailto:vdineka@ukr.net)

*Белоус Максим Владимирович,*

младший научный сотрудник Института кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины.  
e-mail [maksbilous@ukr.net](mailto:maksbilous@ukr.net)