

МЕТОД ВЕРОЯТНОСТНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ СООБЩЕНИЯ

*Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, Гомель, Белоруссия

Анотація. *Дається опис основних положень методу ймовірнісно-алгебраїчного моделювання, складу і порядку роботи з програмою автоматизації моделювання PALS. Приводяться результати моделювання показників надійності та пропускну здатності ділянки транспортної системи засобами програми.*

Ключові слова: *метод ймовірнісно-алгебраїчного моделювання, шляхи сполучення, пропускна здатність, надійність, транспортна система.*

Аннотация. *Дается описание основных положений метода вероятностно-алгебраического моделирования, состава и порядка работы с программой автоматизации моделирования PALS. Приводятся результаты моделирования показателей надежности и пропускной способности участка транспортной системы средствами программы.*

Ключевые слова: *метод вероятностно-алгебраического моделирования, пути сообщения, пропускная способность, надежность, транспортная система.*

Abstract. *A description of basic provisions of a method of probabilistic and algebraic modeling, composition and operation the program of automation of modeling (the program PALS) is given. The results of reliability modeling and channel capacity of the system by means of the program are shown.*

Keywords: *method of probabilistic and algebraic modeling, communication ways, capacity, reliability, transport system.*

1. Введение

Понятие транспортной системы в общем смысле включает транспортную сеть (автомобильные и железные дороги, воздушные пути сообщения и пр.), транспортную инфраструктуру (систему специализированных предприятий, предприятия сервиса, управления, информационную сеть), транспортный поток. Транспортная система подразделяется по региональному (локальная, национальная, международная, мировая), функциональному (грузовые и пассажироперевозки) и пр. признакам [1]. В настоящей статье речь пойдет о транспортной системе сообщения – транспортной сети, путях сообщения.

Оценка и анализ работы, модернизация, обслуживание транспортных систем, логистический анализ неразрывно связаны с расчетом показателей надежности и пропускной способности транспортных систем сообщения.

Структура любой сети связи, пути сообщения как составные части понятия транспортная система, в общем виде может быть определена набором параметров: количеством и типом функциональных узлов (транспортных развязок), количеством, типом, мощностью (пропускной способностью) связей. Наиболее используемыми формами представления структуры сетей сообщения являются схема взаимосвязи функциональных узлов; граф $G(F, K)$, где F – узлы (функциональные вершины), K – ребра; матрица связности, матрица мощности (стоимости, пропускной способности).

Анализ структуры транспортных сетей, путей сообщения включает следующие параметры: расчет показателей пропускной способности, надежности, безотказности, поиск «узких» мест. Надежность системы определим как вероятность того, что система со всеми ее подсистемами и составными компонентами успешно завершит задачу, для исполнения которой она предназначена, при условиях, с которыми сталкиваются в течение установ-

ленного периода времени, определенного между входом и выходом (источником и приемником). Оценка надежности – количество эксплуатационной надежности системы. Отказоустойчивость – способность системы функционировать, имея отказы различных составных компонентов. Эффективность – свойство системы, характеризующее степень выполнения назначенных системе задач в процессе ее эксплуатации.

Для решения задач оценки надежности и пропускной способности транспортных систем используют методы математического и имитационного моделирования, теории графов [1, 2]. Применение тех или иных методов связано с параметрами исследуемой системы, возможностью формализации, точностью, уровнем детализации. Для оценки надежности системы особое значение имеют структура и состав элементов системы. На значение показателей пропускной способности существенное влияние оказывает выбор метода расчета (степень учета параметров потока).

Рассматриваемый в статье метод вероятностно-алгебраического моделирования (ВАЛМ) и средство его автоматизации – программа PALS (Probability Algebraic Simulation) позволяют проводить анализ структуры сложной системы, представимой в виде графа и характеризующейся наличием большого числа элементов и сложной топологией. Возможность вероятностного задания начального состояния и динамики развития элементов позволяет более тонко учесть параметры потока при исследовании пропускной способности системы.

Целью статьи является описание основных положений теории ВАЛМ, а также алгоритмов реализации метода в программе PALS. Приведены результаты работы программы при исследовании структуры транспортных путей сообщения с точки зрения оценки их надежности и пропускной способности.

2. Сущность метода вероятностно-алгебраического моделирования

Метод ВАЛМ позволяет оценить структуру систем, представленных в виде графов с двумя и более выделенными несовместными состояниями функциональных узлов (вершин или связей). При этом метод применим при исследовании как структурно простых (сводимых к последовательно-параллельным структурам), так и структурно сложных (мостиковая структура, «звезда», «четырёхполосник») систем.

Исходная идея метода ВАЛМ основана на двух положениях [3]:

Во-первых, всем элементам исследуемой системы ставится в соответствие множество состояний, каждое из которых характеризуется совокупностью значений параметров элементов исследуемой системы и изменяется вероятностным образом. Вектору состояний элемента соответствует вектор распределения вероятности нахождения элемента в каждом из выделенных состояний.

Во-вторых, между элементами системы устанавливаются связи, которые могут быть формализованы в виде алгебраических функций, описывающих взаимодействие элементов и определенным образом влияющих на успешность функционирования системы. Набор функций задается с учетом особенностей исследуемых систем и решаемых задач.

Метод ВАЛМ реализуется следующей последовательностью этапов:

1. Полная формализованная постановка задачи моделирования. Включает формирование схемы исследуемой системы (графа). На основе содержательного описания исследуемой системы определяется множество её элементов и функциональных отношений между ними. Разрабатывается графическая схема, определяющая начальную структуру вероятностно-алгебраической модели исследования. При этом структура графа определяется выбранным исследователем типом функциональных элементов системы. Ими могут быть вершины графа либо связи. Независимо от типа функциональных элементов для системы назначаются точки входа и выхода (источник/приемник при исследовании потоковых систем). Для выделенных функциональных элементов задаются следующие параметры: коли-

чество выделяемых несовместных состояний (два при трактовке работа/отказ, три и более при оценке эффективности выполнения назначенных элементу задач); вектор вероятностей пребывания элемента в выделенных состояниях в начальный момент времени; вектор вероятностей перехода из предыдущего состояния в последующее (для марковских моделей) либо закон изменения вероятности пребывания в выделенных состояниях в зависимости от времени и других факторов (например, интенсивности отказов, для экспоненциального закона).

Таким образом, в зависимости от задачи исследования разрабатывается первичная модель структуры системы, формируется совокупность управляющих правил, определяется критерий успешности функционирования системы.

2. Построение алгебраической модели, определяющей процесс функционирования системы. На основе графической схемы проектируемой системы с использованием определенного множества функций (функции определяют тип соединения элементов) строятся отдельные композиционные элементы подсистем модели. Определение композиции элементов $\{v_i\}$ (или композиционный элемент v_0) подсистемы модели задает отображение f , однозначно определяющее состояние подсистемы по состояниям её составных элементов.

Рассчитанные композиционные элементы замещают соответствующие подсистемы модели. По преобразованной таким образом системе строится общая алгебраическая модель, определяются состав и порядок алгебраических преобразований над векторами состояний функциональных элементов.

3. Определение расчетной вероятностной модели системы. Данный этап метода включает преобразование алгебраической модели в вероятностную форму (формулы вероятности). Преобразование алгебраических выражений в формулы для вероятностей происходит по заданным правилам метода вероятностно-алгебраического моделирования (теоретическое обоснование правомерности перехода дано в [4]).

Реализуется статическое моделирование с использованием коэффициентов ВАЛМ.

Динамическое моделирование, то есть расчет векторов вероятностей пребывания отдельных функциональных элементов в выделенных состояниях по истечении заданного количества циклов эксплуатации (периода времени), а также параметров всей системы производятся согласно определенным на первом этапе законам динамики и алгебраической модели системы.

4. Анализ полученных результатов. Включает анализ векторов вероятностей состояний отдельных элементов и системы в целом, анализ данных статического и динамического моделирования. При расчете параметров надежности по алгебраической модели возможно проведение расчета влияния отдельных элементов (вклад, значимость [5]) на показатели всей системы.

3. Автоматизация метода вероятностно-алгебраического моделирования

На базе основных положений и правил преобразования алгебраических выражений в формулы вероятности метода ВАЛМ была разработана система автоматизации моделирования – PALS [6]. Программа является средством автоматизации 2–4 этапов метода, содержит оригинальные алгоритмы анализа структуры графа и расчета показателей надежности.

На первом этапе метода программа позволяет исследователю визуально построить граф модели, определить состав (тип функциональных элементов), структуру (тип отношений), назначить соответствующие параметры отдельным элементам. В качестве параметров элементов выступают количество выделяемых несовместных состояний, значения векторов вероятностей, законы распределения (векторы перехода) для моделирования динамики развития системы [7].

Встроенный графический редактор представляет собой минимальный набор примитивов, обеспечивающих построение графа, и включает следующие элементы:

– окружность – узел графа. Исполняет роль функционального или фиктивного элемента, одновременно может быть источником/приемником в системе, точкой входа/выхода из структуры с мажоритарной логикой;

– стрелка – ребро графа, реализующее направленную связь (для построения орграфов или смешанных графов). Является функциональным или фиктивным элементом, позволяет задать структуру графа;

– двухсторонняя стрелка – реализует двунаправленную связь (неориентированный граф). Назначение совпадает с назначением простой стрелки;

– прямая – предназначена для определения связей и узлов, входящих в участок с мажоритарной логикой.

Построенный с помощью редактора граф можно изменять (добавлять и удалять узлы, добавлять, удалять, менять положение, направление и принадлежность связей) и сохранять для последующей работы с моделью.

После построения графа пользователь задает параметры моделирования: выбирает тип функциональных элементов, определяет количество выделяемых несовместных состояний элементов, вектора вероятностей, период моделирования, перечень рассчитываемых показателей. Дальнейший процесс реализации этапов метода ВАЛМ полностью автоматизирован.

Этап построения алгебраической модели системы (программная реализация) использует оригинальный алгоритм исключения [8] и включает процедуры сокращения размерности системы за счет редуцирования графа и за счет алгоритма разрезания [3].

Переход к вероятностной форме записи влияния состава и структуры системы на рассчитываемые показатели производится согласно определенным в алгебраической модели видам и порядку связей элементов. Используемые при исследовании надежности и пропускной способности виды соединения элементов и соответствующие им формулы вероятностей следующие.

Последовательное соединение элементов в системе характерно для связи, при которой отказ любого элемента приводит к отказу всей системы, а пропускная способность участка системы определяется минимальной пропускной способностью составных элементов в текущий момент времени. В системе с последовательным соединением для безотказной работы в течение некоторой наработки необходимо и достаточно, чтобы каждый из ее элементов работал безотказно в течение этой наработки. Считая отказы элементов независимыми, вероятность одновременной безотказной работы n элементов определяется по теореме умножения вероятностей:

$$P(t) = p_1(t)p_2(t)\dots p_n(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t),$$

где p_i – вероятность безотказной работы (наличие заданного уровня пропускной способности) i -го элемента системы в момент времени t .

Вероятность пребывания системы на определенном уровне пропускной способности, при заданных независимых векторах вероятностей, то есть для случая, когда выделено более двух возможных состояний, в которых могут находиться элемент и система в целом:

$$P(t) = (P_0, P_1, \dots, P_k) = \left(\prod_{i=1}^n p_0^i(t), \prod_{i=1}^n (p_0^i(t) + p_1^i(t)) - \prod_{i=1}^n p_0^i(t), \dots, 1 - \prod_{i=1}^n \sum_{j=0}^{k-1} p_j^i(t) \right),$$

где p_j^i – вероятность нахождения i -го элемента системы в j -ом состоянии, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{0, k}$.

В системе с параллельным соединением элементов отказ происходит только в случае совместного отказа всех элементов. Уровень пропускной способности определяется комбинацией пропускных способностей составных элементов параллельной связи с учетом пропускной способности источника и приемника участка (согласно теореме Форда-

Фалкерсона). Вероятность события отказа системы или недостижения заданного уровня пропускной способности (при допущении независимости отказов, независимости изменения уровня пропускной способности составных элементов) может быть найдена по теореме умножения вероятностей как произведение вероятностей отказа элементов или произведение вероятностей пребывания элементов системы на уровне ниже заданного. Следовательно, вероятность безотказной работы или наличия у системы заданного уровня пропускной способности:

$$P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i).$$

Для случая, когда выделено более двух состояний, вероятность нахождения всей системы в заданных границах определяется следующей формулой:

$$P(t) = (P_0, P_1, \dots, P_k) = \left(\prod_{i=1}^n (p_0^i(t) + p_1^i(t)) - \prod_{i=1}^n p_1^i(t), \prod_{i=1}^n \sum_{j=0}^2 p_j^i(t) - \prod_{i=1}^n p_2^i(t), \dots, \prod_{i=1}^n p_k^i(t) \right).$$

Система с мажоритарной логикой (типа « m из n ») является вариантом системы с параллельным соединением элементов, отказ которой произойдет, если из n элементов, соединенных параллельно, работоспособными окажутся менее m элементов ($m < n$). Такие связи характерны для электрических и связных систем, а также при наличии структурного резервирования (активного) [9].

Расчет вероятностей безотказной работы и наличие заданной пропускной способности для системы с данным видом соединения в программе осуществляется путем сведения к параллельным подсистемам с помощью алгоритма исключения.

Алгоритм реализации следующий:

1. Для участка с мажоритарной логикой определяется набор минимальных путей, соединяющих входной и выходной узлы подсистемы.
2. Находятся все возможные различные комбинации из m минимальных путей.
3. Из найденных комбинаций удаляются все повторы.
4. К сформированному таким образом списку наборов узлов применяются правила исключения. Рассчитывается показатель вероятности для исследуемого участка.
5. В структурной схеме системы участок с мажоритарной логикой заменяется новым узлом с рассчитанным показателем вероятности. Для нового узла «устанавливаются» связи с входным и выходным узлами. Все связи с выходным узлом в подсистеме «удаляются» (из рассмотрения исключаются).
6. К полученной в результате предыдущих шагов новой системе применяется алгоритм исключения.

Мостиковая структура не сводится к параллельному или последовательному типу соединения элементов, а представляет собой параллельное соединение последовательных цепочек элементов с диагональными элементами, включенными между узлами различных параллельных ветвей. Работоспособность, пропускная способность такой системы определяются не только количеством отказавших элементов, но и их положением в структурной схеме. Переход от алгебраической модели к вероятностной форме для такой структуры происходит по правилам исключения.

Анализ результатов моделирования средствами программы PALS ограничен расчетными показателями надежности: надежность, отказоустойчивость, время наработки на отказ. Возможны расчет и сохранение результатов моделирования (вероятности пребывания системы в выделенных состояниях, значения векторов вероятности функциональных элементов) для каждого цикла эксплуатации (единицы модельного времени) системы. Представлена возможность расчета веса, значимости и вклада отдельных элементов системы в показатели пропускной способности и надежности.

Возможно графическое и табличное отображение результатов моделирования (при циклическом расчете параметров), формирование отчета.

Исходные данные модели (граф, параметры) возможно сохранять и редактировать.

4. Исследование транспортной системы методом вероятностно-алгебраического моделирования

Рассмотрим пример исследования надежности и пропускной способности участка путей сообщения. Структурная схема надежности участка представлена 14-узловым с 20 ребрами графом (рис. 1). Функциональные элементы – узлы (транспортные развязки, сортировочные станции, секционные изоляторы/тяговые подстанции контактной сети троллейбусов). Начальный узел – 14, целевой – 13. Схема содержит участок с мажоритарной логикой (активное резервирование) типа «2 из 3», участок образуют множества узлов {8-12,14} и связей {13-19}, точка входа в подсистему – узел 14, точка выхода – 12. Параллельно участок с мажоритарной логикой соединен с мостиковой структурой (узлы 1-7).

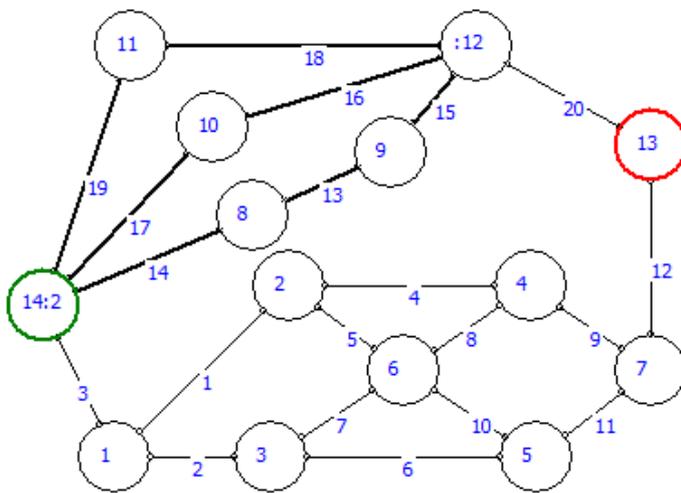


Рис. 1. 14-узловый 20-связный граф системы

Пусть для данной системы выделены два несовместных состояния (работа/отказ) с вероятностями пребывания в состоянии работоспособности, одинаковыми для всех узлов и равными $R = 0,9$. По результатам моделирования надежность данной структурной схемы в вероятностном выражении составляет 0,791088. Схема насчитывает семь минимальных путей, и наибольший вклад в показатель надежности имеют функциональные узлы 14, 13, 12, 1 и 7 (в порядке убывания).

Если предположить, что вероятность пребывания в работоспособном состоянии для узлов изначально составляет единицу, изменяется экспоненциально с интенсивностью отказов 0,1, период моделирования принять равным 5 единицам модельного времени ($t=0,5$), то показатель вероятности пребывания системы в работоспособном состоянии составит 0,900281.

Таблица 1. Векторы вероятностей пребывания элементов системы в выделенных состояниях

Номер элемента	Вектор вероятностей	Номер элемента	Вектор вероятностей	Номер элемента	Вектор вероятностей
1	(0,85; 0,1; 0,05)	6	(0,9; 0,05; 0,05)	11	(0,8; 0,15; 0,05)
2	(0,75; 0,15; 0,1)	7	(0,85; 0,1; 0,05)	12	(0,8; 0,15; 0,05)
3	(0,8; 0,15; 0,05)	8	(0,8; 0,15; 0,05)	13	(0,9; 0,05; 0,05)
4	(0,8; 0,1; 0,1)	9	(0,8; 0,1; 0,1)	14	(0,9; 0,05; 0,05)
5	(0,7; 0,25; 0,05)	10	(0,75; 0,2; 0,05)		

Пусть для оценки эффективности работы системы и элементов выделены три состояния, соответствующие значениям пропускной способности (0,8; 0,6; 0,5) (от максимально возможного показателя 1) и заданы векторы пребывания отдельных элементов системы в выделенных состояниях (табл. 1). Тогда вероятность пребывания всей системы в

границах выделенных уровней пропускной способности составляет вектор (0,728048; 0,156701; 0,115251).

Рассмотрим пример исследования надежности и пропускной способности участка транспортной сети, представленной 8-узловым с 13 ребрами графом (рис. 2). Функциональные элементы – ребра (автомобильные/железные дороги, трубопровод). Источник – вершина 1, приемник – 8.

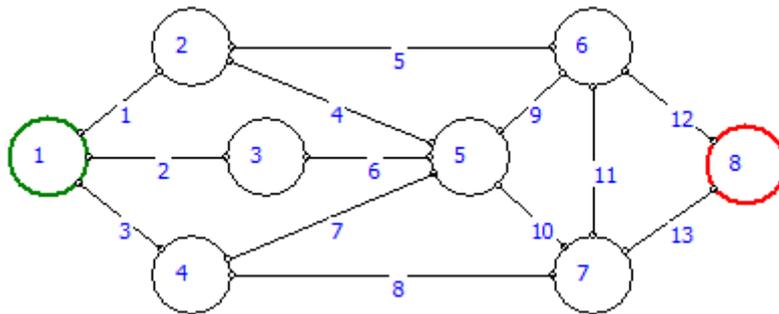


Рис. 2. 8-узловый 13-связный граф системы

Пусть для данной системы, аналогично предыдущему примеру, выделены два несовместных состояния (работа/отказ) с вероятностями пребывания в состоянии работоспособности, одинаковыми для всех ребер и равными $R = 0,9$. По результатам моделирования надежность данной струк-

турной схемы в вероятностном выражении составляет 0,987453. Схема насчитывает 12 минимальных путей, и наибольший вклад в показатель надежности имеют ребра 12, 13, 4, и 7 (в порядке убывания).

Если предположить, что вероятность пребывания в работоспособном состоянии для ребер составляет единицу и изменяется экспоненциально с интенсивностью отказов 0,1, то за время $t = 0,5$ единиц показатель вероятности пребывания системы в работоспособном состоянии составит 0,997357.

Аналогично третьему предположению, для схемы с функциональными узлами – вершинами, для рассматриваемой модели системы выделены три уровня пропускной способности системы (от максимально возможной), векторы пребывания в выделенных состояниях совпадают со значениями табл. 1 (для элементов с 1 по 13). Вероятность пребывания всей системы в границах выделенных уровней пропускной способности по результатам моделирования составляет вектор (0,959436; 0,037616; 0,002948).

5. Заключение

Представленный в статье метод ВАЛМ может быть использован для анализа и оценки структуры сложных систем, представимых графовой структурой, в частности, при исследовании надежности и пропускной способности транспортных систем (путей сообщения, транспортных сетей). Широко используемые в настоящий момент для этих целей методы математического и имитационного моделирования обладают рядом объективных ограничений при исследовании сложных систем, связанных с возможностями описания структуры объекта, затратами ресурсов памяти компьютера и временем исполнения соответствующих алгоритмов [2].

Программа автоматизации моделирования PALS, реализующая правила метода ВАЛМ, позволяет быстро и эффективно проводить анализ и оценку структуры сложных систем, представимых в виде графов, в частности, рассчитывать показатели надежности и эффективности (пропускной способности) функционирования системы. Реализованная в программе возможность задания параметров изменения состояний элементов (векторы перехода из одного состояния в другое, распределение вероятностей) позволяет определить динамику развития всей системы во времени. Значительно расширяет возможности анализа структуры транспортной системы возможность выбора исследователем в качестве функциональных элементов ребер или узлов графа (структурной схемы).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вол М. Анализ транспортных систем / М. Вол, Б. Мартин. – [пер. с англ.]. – М.: Транспорт, 1981. – 516 с.
2. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков / В.И. Швецов // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 11. – С. 3 – 46.
3. Сукач Е.И. Вероятностно-алгебраическое моделирование сложных систем графовой структуры / Сукач Е.И. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2012. – 224 с.
4. Сукач Е.И. Расширение метода логико-вероятностного моделирования сложных систем / Е.И. Сукач, Д.В. Ратобылская, В.Н. Кулага // Труды Междунар. научной школы МА БР – 2009. – Санкт-Петербург: ГУАП, 2009. – С. 185 – 192
5. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем / Рябинин И.А. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2007. – 276 с.
6. Система вероятностно-алгебраического моделирования «Probability Algebraic Simulation (PALS)»: свидетельство о регистрации компьютерной программы № 450 / Е.И. Сукач, Д.В. Ратобылская. – Минск: НЦИС, 2012. – Заявка № С20120049; дата подачи 25.06.12.
7. Ратобылская Д.В. Методика применения программы вероятностно-алгебраического моделирования при исследовании параметров надежности технических систем с сетевой структурой / Д.В. Ратобылская // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2012. – № 5 (74). – С. 176 – 182.
8. Ратобылская Д.В. Вероятностная оценка надежности структуры сложной системы / Д.В. Ратобылская // Математичні машини і системи. – 2012. – № 2. – С. 177 – 187.
9. Каштанов В.А. Теория надежности сложных систем / В.А. Каштанов, А.И. Медведев. – М.: Физматлит, 2010. – 608 с.

Стаття надійшла до редакції 25.06.2013