Радиофизика и радиоастрономия, 2007, т. 12, №3, с. 261-277

УДК 551.510.535.4; 533.951; 550.388

Малые колебания верхней атмосферы Земли

А. Г. Хантадзе, А. И. Гвелесиани[1], Г. В. Джандиери[2]

Тбилисский государственный университет им. Ив. Джавахишвили, ул. И. Чавчавадзе, 1, г. Тбилиси, 0128, Грузия

[1]*Институт геофизики им. М. Нодиа, ул. М. Алексидзе, 1, г. Тбилиси, 0193, Грузия*

[2]*Грузинский технический университет, ул. М. Костава, 77, г. Тбилиси, 0175, Грузия*

Статья поступила в редакцию 9 февраля 2007 г.

Рассматривается проблема распространения акустико-гравитационных, магнито-гидродинамических и планетарных волн в верхней атмосфере Земли. Выведено общее дисперсионное уравнение для магнито-акустических и магнито-гравитационных волн, а также планетарных волн в областях E и F ионосферы. Показаны особенности распространения рассматриваемых волн в слабоионизированной ионосферной плазме.

Введение

В настоящей работе, носящей в основном обзорный характер, рассматриваются известные и новые ветви малых колебаний верхней атмосферы. Для верхней атмосферы все многообразие волновых возмущений можно разбить на относительно мелкомасштабные ($<10^3$ км): акустические (звуковые), гравитационные, магнитогидродинамические (МГД), альвеновские, магнитозвуковые, – и на крупномасштабные ($10^3 \div 10^4$ км) волны – планетарные волны Россби и магнитоградиентные волны, – которые порождаются в верхней атмосфере широтной неоднородностью силы Кориолиса и электромагнитной силой Ампера. Крупномасштабные волны будем называть погодообразующими волнами для верхней атмосферы, так как при распространении они несут с собой крупномасштабные вихри циклонического и антициклонического характера. Всюду ниже высокочастотные волны, например плазменные и электромагнитные, не рассматриваются. При выборе материала, разумеется, не последнюю роль сыграли собственные научные интересы авторов.

Как известно, система уравнений термогидродинамики нижней атмосферы (тропосферы) имеет по времени пятый порядок (система содержит производные по времени от трех компонентов скорости, давления и плотности). Следовательно, решение задачи Коши для этой системы уравнений требует задания в начальный момент времени полей пяти метеорологических элементов. Волновые движения в тропосфере, которые развиваются при произвольных начальных условиях, как было отмечено выше и как показывают наблюдения, могут быть четко разделены на относительно медленные (синоптические) и быстрые волновые движения. Медленные волновые структуры в тропосфере всегда имеют крупномасштабный (с длиной волны $\lambda \sim 10^3 \div 10^4$ км), длиннопериодный (от двух дней до двух недель и более) характер и перемещаются в атмосфере со скоростью преобладающих зональных ветров ($5 \div 20$ м/с). Эти волновые возмущения (волны Россби), как было отмечено выше, содержат в себе крупномасштабные циклоны и антициклоны и фактически определяют региональную погоду в тропосфере. Быстрые волновые движения, которые обычно имеют короткопериодный (от нескольких минут до часа), мелко- и среднемасштабный ($\lambda \le 10^3$ км) характер, распространяются в тропосфере со скоростью звука, и своим происхождением обязаны сжимаемости и температурной стратификации атмосферы.

Для синоптических процессов понижение порядка системы уравнений динамики тропосферы (с пятого до первого) оправдано тем, что быстрые волновые движения в медленных погодообразующих процессах создают лишь "метеорологический шум", и поэтому их нужно заранее "отфильтровывать". Действительно, как следует из многочисленных наблюдений, реальная атмосфера очень быстро восстанавливает нарушение состояний квазистатичности (в течение несколько минут) и квазигеострофичности (примерно за час), и для синоптических процессов (до двух недель и больше) можно считать, что атмосфера все время находится в состоянии квазистатичности и квазигеострофичности. При соблюдении этих условий, как показано в [1, 2], из дисперсионного уравнения автоматически выпадают четыре частоты акустико-гравитационных волн (АГВ) и остается лишь частота планетарных волн Россби. С учетом того, что вектор угловой скорости вращения Земли $\omega_0(\chi)$, где χ – широта, всегда направлен с юга на север, широтный градиент силы Кориолиса порождает в атмосфере крупномасштабные волновые возмущения, которые перемещаются вдоль параллелей лишь в одном направлении (в западном).

Уравнения магнитной гидродинамики ионосферы имеют восьмой порядок по времени (система, кроме пяти метеорологических элементов, содержит также три компоненты индуцированного магнитного поля). Поэтому волновые процессы в этой области верхней атмосферы имеют как гидродинамический, так и электромагнитный характер. Индуцированное магнитное поле в крупномасштабных волновых процессах обогащает временной спектр высокими частотами, и поэтому планетарные волны в ионосфере являются как медленными и длиннопериодными (гидродинамические планетарные волны типа волн Россби [3, 4]), так и быстрыми и короткопериодными. Быстрые планетарные волны имеют электромагнитную природу, сравнительно высокие частоты ($10^3 \div 10^4$ с$^{-1}$) и перемещаются в ионосфере со скоростью выше 1 км/с. Эти волны теоретически впервые были открыты в работах [5-7]. Медленные и быстрые планетарные волны порождаются в ионосфере широтным градиентом электромагнитной силы Ампера $\mathbf{F_a} = [\mathbf{j} \cdot \mathbf{H_0}]/c\rho$, где ρ – плотность нейтральной компоненты, c – скорость света, $\mathbf{j}$ – плотность тока, $\mathbf{H_0}(r,\chi')$ – вектор геомагнитного поля, r – расстояние от центра Земли до рассматриваемой точки, χ' – геомагнитная широта (в дальнейшем принимается, что географическая и геомагнитная широты совпадают $\chi \approx \chi'$). Электромагнитная сила Ампера порождает также мелко- и среднемасштабные волны: магнитный звук и волны Альвена. Магнитный звук, который генерируется в ионосфере упругостью геомагнитных силовых линий, является быстрой (выше 1 км/с) и короткопериодной (порядка $5 \div 20$ мин) волной. Альвеновские волны, фазовая скорость которых зависит от ориентации волнового вектора $\mathbf{k}$ по отношению к геомагнитному полю $\mathbf{H_0}$, обязаны своим происхождением натяжению силовых линий геомагнитного поля, и, как будет показано ниже, могут быть очень медленными ($10 \div 50$ м/с) и длиннопериодными ($1 \div 2$ дня), когда волновой вектор $\mathbf{k}$ направлен почти поперечно по отношению к $\mathbf{H_0}$, и быстрыми, когда векторы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H_0}$ параллельны.

Из вышеизложенного следует, что традиционный метод фильтрации волн в тропосфере применить к условиям ионосферы нельзя. Поэтому в дальнейшем планетарные волны и волны мелкого и среднего масштаба в ионосфере будем рассматривать независимо друг от друга. При этом, конечно, теряются некоторые важные эффекты взаимодействия волн различных масштабов [8], однако в линейном приближении такое рассмотрение корректно.

1. Уравнения малых колебаний ионосферы

Рассмотрим ионосферную среду как электропроводящую, сжимаемую, стратифицированную жидкость, в которой волновые процессы происходят политропически с показателем политропы æ. Основные уравнения магнитной гидродинамики ионосферы с учетом эффекта Холла можно представить в виде [9]:

$$\rho\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\mathrm{grad}P + \rho[\mathbf{V}\cdot 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}] + \rho\mathbf{g} + \frac{1}{4\pi}[\mathrm{rot}\mathbf{H}\cdot\mathbf{H}],$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,\rho\mathbf{V} = 0, \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = \mathrm{rot}[\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}] - \delta\,\mathrm{rot}\,\alpha\frac{1}{4\pi}[\mathrm{rot}\mathbf{H}\cdot\mathbf{H}],$$

$$\frac{dP}{dt} = æ\frac{P}{\rho}\frac{d\rho}{dt}.$$

Здесь $\mathbf{V}$ и $\mathbf{H}$ – векторы скорости и магнитного поля, P и ρ – давление и плотность нейтральной компоненты ионосферы, $\mathbf{g}$ – вектор ускорения силы тяжести, $\alpha = c/eN$ – параметр Холла, e – элементарный заряд, N – концентрация ионосферной плазмы. Безразмерный параметр δ здесь введен для удобства: при наличии эффекта Холла δ принимает значение, равное единице (E-область ионосферы), при $\delta = 0$ эффект Холла исчезает (F-область).

Прежде всего заметим, что геомагнитное поле $\mathbf{H_0}$ в ионосфере удовлетворяет уравнениям Максвелла: $\mathrm{rot}\mathbf{H_0} = 0$, $\mathrm{div}\mathbf{H_0} = 0$, и поэтому в основном состоянии система (1.1) переходит в систему уравнений основного движения обычной атмосферы. Оно порождает в ионосфере электрическое поле (динамо-поле), обусловленное ветровым механизмом $\mathbf{E_0} = [\mathbf{V_0}\cdot\mathbf{H_0}]$, здесь $\mathbf{V_0}$ – скорость движения в основном состоянии.

В настоящей работе мы не будем выяснять, как влияет на характер малых колебаний движение среды в основном состоянии, и в соответствии с этим примем в качестве основного состояния состояние покоя, при котором давление $\bar{P}$ и плотность $\bar{\rho}$ зависят лишь от z и связаны уравнением статики $\partial\bar{P}/\partial z = -\bar{\rho}g$. (Выяснение зависимости малых колебаний от свойств основного движения среды требует новой самостоятельной работы и должно быть проведено отдельно).

Отвлекаясь, для простоты, от действия силы Кориолиса и эффекта Холла, линеаризуя систему (1.1) относительно состояния покоя, традиционным методом из (1.1) легко получим одно векторное уравнение для возмущения скорости $\mathbf{V}$:

$$\frac{\partial^2\mathbf{V}}{\partial t^2} = c_з^2\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{V} + \mathrm{grad}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{g}) + (æ-1)\mathbf{g}\,\mathrm{div}\,\mathbf{V} -$$

$$-\frac{1}{4\pi\rho_0}\left[\mathbf{H_0}\cdot\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}[\mathbf{V}\cdot\mathbf{H_0}]\right], \qquad (1.2)$$

где $c_з^2 = æ\bar{P}_a/\bar{\rho}_a = æ g H_g$ – квадрат скорости звука, $H_g = R\bar{T}/g$ – высота однородной атмосферы. В дальнейшем полагаем, что $\bar{T} = \mathrm{const}$.

Получение из (1.2) общего дисперсионного уравнения довольно трудная задача, однако, если ввести углы: θ_k – угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и вертикалью, θ_H – угол между геомагнитным полем $\mathbf{H_0}$ и вертикалью, θ_{kH} – угол между векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{H_0}$, – можно получить общее дисперсионное уравнение в виде [10, 11]:

$$\left(\omega^2 - \omega_a^2\cos^2\theta_k\right)\left[\omega^4 - \omega_a^2\left(\omega_з^2 + \omega_a^2 + i\frac{\omega_з^2}{kH_g}\cos\theta_k\right) + N_{БВ}^2\omega_з^2\sin^2\theta_k + i\frac{\omega_з^2\omega_a^2}{kH_g}\cos\theta_H\cos\theta_{kH} + \omega_з^2\omega_a^2\cos^2\theta_{kH}\right] = 0. \qquad (1.3)$$

Здесь $\omega_a^2 = V_a^2k^2$, $\omega_з^2 = c_з^2k^2$, $N_{БВ}^2 = \left(g^2/c_з^2 + (g/\bar{\rho})\partial\bar{\rho}/\partial z\right) = g(1-1/æ)/H_g$ – квадраты частот МГД волн, звука и Брента–Вяйсяля соотвественно; $V_a^2 = H_0^2 / 4\pi\bar{\rho}$ – квадрат скорости МГД волн, $k = \sqrt{k_\perp^2 + m^2}$ – полное волновое число, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, $m = k_z - i/2H_g$. Введение комплексного m формально сводит задачу распространения волн в неоднородной атмосфере к случаю однородной среды.

Первая скобка описывает распространение в ионосфере поперечных волн Альвена. Для этих волн сжимаемость и стратификация ионосферы не играют никакой роли, и поэтому условие поперечности $(\mathbf{k}\cdot\mathbf{V}) = 0$ всегда выполняется. В этом случае в выражении для волнового числа m можно пренебречь мнимым членом (т. к. в отсутствие стратификации $g = 0$ и $H = \infty$). Вследствие этого в альвеновской частоте $\omega_a = V_a k$ полное волновое число является вещественным. Квадратная скобка в (1.3) описывает распространение в ионосфере магнито-акустических и магнито-гравитационных волн. Она содержит важные частные случаи.

1. В отсутствие магнитного поля $(V_a = 0)$ выражение в квадратных скобках переходит в известное дисперсионное уравнение для АГВ [12]:

$$\omega^4 - \omega^2\left(\omega_з^2 + i\frac{\omega_з^2}{kH_g}\cos\theta_k\right) + N_{БВ}^2\omega_з^2\sin^2\theta_k = 0. \tag{1.4}$$

Отсюда, освобождаясь от мнимых членов, легко получить стандартный вид дисперсионного уравнения для АГВ [11]:

$$\frac{\omega^2}{\omega_{ак}^2} + \frac{\omega_g^2}{\omega^2} = 1, \tag{1.5}$$

$$\omega_{ак}^2 = æ g H_g \left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 + 1/\left(4H_g^2\right)\right),$$

$$\omega_g^2 = \frac{g}{H_g}(1 - æ^{-1})\frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 + 1/\left(4H_g^2\right)}, \tag{1.6}$$

Проведем краткий анализ рассматриваемых волн.

1) Для несжимаемой ионосферы в уравнении политропы $\rho P^{-1/æ} = \text{const}$ следует положить $æ = \infty$ – единственное условие, при котором плотность остается постоянной. При $æ = \infty$, как следует из (1.6), все частоты, отвечающие акустическим волнам $\omega_{ак}$, обращаются в бесконечность, т. е. волны с этими частотами исчезают, так как фазовые скорости этих волн стремятся к бесконечности, а их периоды – к нулю. Таким образом, в несжимаемой среде могут возникать лишь колебания с частотами ω_g, определяемыми при $æ \to \infty$:

$$\omega_g^2 = \frac{g}{H_g}\frac{k_\perp^2}{k_\perp^2 + k_z^2 + 1/\left(4H_g^2\right)}.$$

Волны с этими частотами называются внутренними гравитациоными волнами. Таким образом, для существования акустических волн сжимаемость является решающим фактором.

2) При $æ \to 1$ в уравнении политропы $P^{1-(1/æ)}/T = \text{const}$ сохраняющейся величиной будет температура, так как этот случай соответствует изотермическим процессам, по отношению к которым стратификация среды не играет никакой роли. Частица, изотермически сместившаяся по вертикали, имеет ту же температуру, что и окружающие частицы, и не испытывает с их стороны никаких выталкивающих сил. При $æ \to 1$ все частоты ω_g обращаются в нуль, так что колебания с этими частотами исчезают. Таким образом, при изотермических процессах в изотермической среде могут возникать лишь колебания с частотами ω_a, определяемые при $æ \to 1$:

$$\omega_a^2 = gH_g\left(k_\perp^2 + k_z^2 + 1/\left(4H_g^2\right)\right).$$

Волны с этими частотами называются внутренними акустическими волнами. Таким образом, для гравитационных волн, в отличие от акустических, определяющей причиной колебаний можно считать устойчивую стратификацию или архимедову плавучесть. Так как в реальных условиях в атмосфере распространяются как акустические, так и гравитационные волны, считают, что волновые процессы протекают адиабатически $(æ = \gamma = 1.4)$, т. к. в этом случае плотность не остается постоянной $(æ \neq 0)$ и сохраняются волновые движения с частотами $\omega_{ак}$. С другой стороны, условие изотермичности движения также не выполняется $(æ \neq 1)$, следовательно, сохраняются и волновые движения с частотами ω_g. Из (1.5) следует также, что гравитационные волны всегда являются более низкочастотными, чем акустические. В F-области ионосферы акустические волны имеют период $5 \div 13$ мин, а гравитационные – $1 \div 1.5$ ч. Максимальная скорость распространения АГВ в ионосфере не превышает $700 \div 800$ м/с [11, 13]. Как следует из (1.6), АГВ всегда имеют вертикальную компоненту, т. е. они существенно трехмерны, и поэтому получили название внутренних волн [1].

2. В отсутствие стратификации $(g = 0)$, когда возмущенное давление является лишь функцией возмущенной плотности, квадратная скобка в (1.3) дает дисперсионное уравнение для ускоренных и замедленных магнитозвуковых волн [14]:

$$\omega^4 - \left(c_з^2 + V_a^2\right)k^2 + V_a^2 c_з^2 k^4 \cos^2\theta_k = 0. \qquad (1.7)$$

Здесь волновое число k является вещественным. Решая уравнение (1.7) относительно фазовой скорости $c_ф = \omega/k$, будем иметь:

$$c_{ф\pm} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{c_з^2 + V_a^2 + 2c_з V_a \cos\theta_{kH}} \pm \right.$$

$$\left. \pm\sqrt{c_з^2 + V_a^2 - 2c_з V_a \cos\theta_{kH}}\right). \qquad (1.8)$$

Знак "+" отвечает ускоренным магнитозвуковым волнам, знак "–" – замедленным, причем, каждому значению $c_{ф+}$ и $c_{ф-}$ соответствуют волны, распространяющиеся как в положительном, так и в отрицательном направлениях.

Умножая линеаризованное уравнение движения векторно и скалярно на волновой вектор (при $\mathbf{g} = 0$, $\boldsymbol{\omega}_0 = 0$) получим:

$$[\mathbf{V}\cdot\mathbf{k}] = -\frac{(\mathbf{k}\cdot\mathbf{H_0})}{4\pi\rho}[\mathbf{h}\cdot\mathbf{k}],$$

$$\bar{\rho}(\mathbf{V}\cdot\mathbf{k}) = P + \frac{(\mathbf{H_0}\cdot\mathbf{h})}{4\pi}, \qquad (1.9)$$

где $\mathbf{h}$ – возмущение геомагнитного поля.

Из (1.9) следует, что ускоренные и замедленные магнитозвуковые волны в ионосфере в рассматриваемом приближении не имеют ни продольный $\left([\mathbf{V}\cdot\mathbf{k}] = 0\right)$, ни поперечный $\left((\mathbf{V}\cdot\mathbf{k}) = 0\right)$ характер, по терминологии Сыроватского [14] имеем волны смешанного типа. Из (1.8) следует, что в зависимости от угла θ_{kH} характер замедленных магнитозвуковых волн будет существенно меняться. Действительно, если $\theta_{kH} = 0$, т. е. при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H_0}$, из уравнения (1.8) получим $c_{ф+} = c_з$ и $c_{ф-} = V_a$. Подобно этому, когда $\theta_{kH} = \pi/2$, т. е. при $\mathbf{k} \perp \mathbf{H_0}$, $c_{ф+} = \sqrt{c_з^2 + V_a^2}$, $c_{ф-} = 0$. При других углах θ_{kH} обычно пользуются графическим методом, предложенным Фридрихсом [11]. Для расчета угла α между вектором скорости $\mathbf{V}$ и волновым вектором $\mathbf{k}$ из выражения (1.9) легко получим:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\theta_{kH}\cdot\cos\theta_{kH}}{\cos^2\theta_{kH} - c_ф^2/V_a^2}. \qquad (1.10)$$

Ввиду того что значение α отлично от 0 и $\pi/2$ (за исключением случаев, когда θ_{kH} равно 0 или $\pi/2$), магнитозвуковые волны в общем случае действительно не являются ни чисто продольными ($\alpha = 0$), ни чисто поперечными ($\alpha = \pi/2$). При $\theta_{kH} = 0$ замедленная магнитзвуковая волна $c_{ф-}$ является поперечной ($\alpha = \pi/2$) и распространяется параллельно магнитному полю $\mathbf{H_0}$ со скоростью $\mathbf{V_a}$. Иными словами, она вырождается в обычную МГД волну.

Аналогично, при $\theta_{kH} = 0$ ускоренная магнитозвуковая волна является продольной ($\alpha = 0$) и распространяется параллельно $\mathbf{H_0}$ со скоростью звука $c_з$. Из (1.8) следует также, что при $\theta_{kH} = \pi/2$ существуют продольные волны ($\alpha = 0$), распространяющиеся со скоростью $\sqrt{c_з^2 + V_a^2}$.

Не останавливаясь более подробно на отдельном рассмотрении внутренних и МГД волн, перейдем к рассмотрению случая совместного существования этих волн в ионосфере. Непосредственный анализ совместного рассмотрения АГВ и МГД волн на основе фундаментального дисперсионного уравнения (1.3) довольно затруднителен, и поэтому в настоящей работе, исходя из специфики динамических процессов в ионосфере, ограничимся несколькими интересными для ионосферной физики частными случаями. Интерес к этим случаям обусловлен тем, что влияние геомагнитного поля на волновые процессы на высотах, начиная со 130 км и выше, доминирует над давлениями нейтралов и ионосферной плазмы, и соответственно возрастает роль электромагнитных процессов в ионосфере. Наличие электропроводности и геомагнитного поля $\mathbf{H_0}$ придает верхней атмосфере дополнительную упругость электромагнитной природы. В частности, в этом случае характер действующих в магнитном поле сил на атмосферную частицу (выраженных максвелловским тензором напряжений) таков, что магнитные силовые линии при взаимодействии со средой удлиняются (сокращаются) и в то же время притягиваются и отталкиваются друг от друга.

Таким образом, выше 130 км электромагнитная упругость геомагнитного поля в ионосфере должна порождать поперечные МГД волны альвеновского типа и продольные волны – “магнитный” звук. В нижней E-области ($70 \div 130$ км), называемой областью Холла ($\delta = 1$), наряду с электромагнитной, важное значение приобретает также гидродинамическая упругость ионосферной среды, обусловленная сжимаемостью, стратификацией и вращением Земли. Для того чтобы избавиться от гидродинамических эффектов, учтем, что на ионосферных уровнях, как показывают многочисленные наблюдения [15, 16], в умеренных и высоких широтах регулярно существуют крупномасштабные (до 10^3 км) длиннопериодные (с характерным временным масштабом $0.5 \div 2$ ч) ионосферные волновые возмущения, распространяющиеся зонально на большие расстояния (до десятков тысяч километров) со скоростью выше 1 км/с.

Наблюдаемую скорость перемещения волн нельзя объяснить в рамках гидродинамической теории обычных АГВ, так как максимальная характерная скорость последних, как было отмечено выше, на высотах ионосферы не превышает $700 \div 800$ м/с. Покажем, что скорости порядка 1 км/с и выше возникают при учете влияния частичной “вмороженности” геомагнитного поля на распространение МГД волн в ионосфере.

Хотя скорости 1 км/с и более в нейтральной компоненте ионосферы являются большими (сверхзвуковыми), для МГД волн в плазменной компоненте ($\sim 10^3$ км/с) эти значения скорости ничтожны. Это обусловлено тем, что в ионосфере для длиннопериодных процессов геомагнитное поле “вморожено” в плазменную компоненту [11] и при возмущениях посредством столкновительных процессов она передает свое возмущение нейтральной компоненте, и оно распространяется в дальнейшем в нейтральной части со скоростью $V_a = H_0/\sqrt{4\pi\rho} = H_0/\sqrt{4\pi M N_n} = \sqrt{\eta} V_A$, где $\eta = N/(N_n + N)$ – степень ионизации ионосферной среды, $V_A = H_0/\sqrt{4\pi M N}$ – скорость МГД волны в плазменной компоненте ионосферы. В ионосферных областях E $(70 \div 150$ км) и F $(150 \div 600$ км), где $N_n \gg N$, $\eta = N/N_n \sim (10^{-8} \div 10^{-4}) \ll 1$, и поэтому значение скорости V_a значительно меньше V_A. Следовательно, мы естественным образом приходим к рассмотрению медленных (в электродинамическом смысле), длиннопериодных МГД волн в ионосфере.

2. Медленные МГД волны в ионосфере

Для выделения электромагнитных эффектов медленных МГД волн пренебрегаем всеми гидродинамическими силами в уравнении движения системы (1.1). В результате получим:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{4\pi M N_n}[\mathrm{rot}\,\mathbf{H}\cdot\mathbf{H}] = \frac{1}{\rho c}[\mathbf{j}\cdot\mathbf{H_0}], \qquad (2.1)$$

где $\mathbf{j}$ – плотность тока, $\rho = \rho_n + \rho_{пл} \approx \rho_n = M N_n$.

Исследуем МГД волны отдельно для E- и F-области ионосферы. Для E-области плазменная компонента ведет себя как пассивная примесь. Нейтралы полностью увлекают ионы, и "ионосферным" трением между нейтралами и ионами можно пренебречь [13].

Обобщенный закон Ома для E-области можно записать в виде [11, 15]:

$$\frac{1}{c}[\mathbf{j}\cdot\mathbf{H}] = -eN\left[\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}]\right]. \qquad (2.2)$$

Используя уравнение Максвелла $\partial\mathbf{H}/\partial t = -c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}$ и исключая с помощью (2.2) $\mathbf{E}$ и силу Ампера $\mathbf{F_a} = [\mathbf{j}\cdot\mathbf{H}/c]$ из (2.1), получим уравнение индукции для магнитного поля:

$$\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = \mathrm{rot}[\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}] - \frac{N_n}{N}\frac{Mc}{e}\mathrm{rot}\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}}{\mathrm{d}t}. \qquad (2.3)$$

Уравнение (2.3) полностью совпадает с третьим уравнением системы (1.1), где последний член появляется из-за эффекта Холла и при $\delta = 1$ приводит к дисперсии МГД волн.

В обозначениях Фридмана (2.3) можно записать в виде:

$$\mathrm{helm}\left(\mathrm{rot}\mathbf{V} + \frac{N}{N_n}\frac{e}{Mc}\mathbf{H_0}\right) = 0, \qquad (2.4)$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{H_0} + \mathbf{h} \approx \mathbf{H_0}$.

Оператор helm, введенный Фридманом в честь Гельмгольца для любого векторного поля $\mathbf{a}$, имеет вид:

$$\mathrm{helm}\,\mathbf{a} = \frac{\partial a}{\partial t} - \mathrm{rot}[\mathbf{V}\cdot\mathbf{a}] + \mathbf{a}\,\mathrm{div}\,\mathbf{V}.$$

Фридманом было показано, что равенство нулю $\mathrm{helm}\,\mathbf{a}$ означает сохраняемость (вмороженность) как векторных линий, так и интенсивности векторных трубок вектора $\mathbf{a}$, т. е. вектор $\mathbf{a}$ при $\mathrm{helm}\,\mathbf{a} = 0$ является инвариантом [17]. Для ионосферной среды в работе [11] впервые был найден инвариант $\mathrm{rot}\,\mathbf{V} + 2\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0} + Ne\mathbf{H_0}/N_n Mc$.

Из выражения (2.4) вытекают два важных следствия:

1. В области E ионосферы не выполняется условие вмороженности геомагнитного поля $\mathbf{H_0}$, однако вектор $\mathrm{rot}\,\mathbf{V} + \eta\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}$, где $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i} = e\mathbf{H_0}/Mc$ – циклотронная частота ионов, вморожен в среду. При этом отклонение от условия вмороженности определяется величиной нейтрального вихря $\mathrm{rot}\,\mathbf{V}$ в E-области ионосферы. В случае безвихревого движения $(\mathrm{rot}\,\mathbf{V} = 0)$ геомагнитное поле на высотах области E будет полностью вмороженным $(\mathrm{helm}\,\mathbf{H_0} = 0)$.

2. Согласно (2.4) геомагнитное поле (как и угловая скорость вращения Земли $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{0}$) должно порождать в E-области ионосферы крупномасштабный вихрь $\boldsymbol{\Omega} = \mathrm{rot}\,\mathbf{V}$, так как

на этих высотах $N\omega_i/N_n$ (как и $2\boldsymbol{\omega_0}$ в "приведенном" вихре $\mathrm{helm}(\boldsymbol{\Omega}+2\boldsymbol{\omega_0}))$ имеет порядок $\sim 10^{-4}$ с$^{-1}$.

Линеаризуя уравнения (2.1) и (2.3), ограничиваясь умеренными и высокими широтами, можно традиционным методом получить дисперсионное уравнение для плоских МГД волн. Однако, чтобы наглядно показать, какой вид при этом примет волновое уравнение, мы поступим иначе. Решая (2.2) и линеаризованное уравнение (2.1) относительно $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ и полагая, что выполняется равенство $(\mathbf{j}\cdot\mathbf{H_0})=0$ [15], найдем:

$$\mathbf{E}=-\mathbf{w}-i\frac{\omega}{\Omega_i}[\mathbf{w}\cdot\boldsymbol{\tau}], \qquad \mathbf{j}=\frac{\rho c^2}{H_0^2}\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}, \qquad (2.5)$$

где $\mathbf{w}=[\mathbf{V}\cdot\mathbf{H_0}]/c$ – динамо-поле, ω – частота волнового возмущения, $\rho=MN_n$, $\boldsymbol{\tau}=\mathbf{H_0}/H_0$, $\Omega_i=N\omega_i/N_n$ – циклотронная частота ионов с учетом степени ионизации $\eta=N/N_n$.

Подставляя (2.5) в уравнение Максвелла $\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{E}=-\left(4\pi/c^2\right)\partial\mathbf{j}/\partial t$, получим волновое уравнение следующего вида:

$$\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}-V_a^2\,\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{w}=i\frac{\omega}{\Omega_i}V_a^2\,\mathrm{rot\,rot}[\mathbf{w}\cdot\boldsymbol{\tau}]. \quad (2.6)$$

Здесь последний член учитывает эффект Холла. При $w\sim\exp(-i\omega t+ik_x x+ik_z z)$ из (2.6) легко получается дисперсионное уравнение

$$\left(\omega^2-V_a^2k_x^2\right)\left(\omega^2-V_a^2k_z^2\right)=\frac{\omega^2k_x^2k_z^2V_a^2}{\Omega_i^2}. \qquad (2.7)$$

Уравнение (2.7) (в электродинамическом смысле) описывает очень медленные, длиннопериодные МГД волны в Е-области ионосферы. Для чистой плазмы $(\eta=1)$ МГД волны становятся высокочастотными и мелкомасштабными [18].

Из (2.7) при почти поперечном относительно $\mathbf{H_0}\approx H_{0z}\mathbf{e_z}$ распространении, когда $k_z^2\ll k_x^2$ и $\omega\gg V_a k_z$, для магнитозвуковых волн получим:

$$\omega^2=V_a^2k_x^2\left(1+\frac{\theta^2k_x^2V_a^2}{\Omega_i^2}\right), \qquad \theta=\frac{k_x}{k_z}. \qquad (2.8)$$

Из (2.8) следует, что в Е-области существуют характерное горизонтальное волновое число $k_0=\Omega/\theta V_a$, длина волны $\lambda_0=(2\pi\theta V_a)/\Omega_i$, которая определяет характерную "длину дисперсии", обусловленную эффектом Холла. При $\lambda_x>\lambda_0$ магнитный звук испытывает слабую дисперсию, а при $\lambda_x<\lambda_0$ дисперсия является сильной. Из (2.8) следует также, что при малых k_x частота магнитного звука $\omega_{мз}=V_a k_x$ линейно растет с k_x. При больших k_x, когда в выражении (2.8) единицей в скобках можно пренебречь, частота волны стремится к частоте геликона $\omega_г$:

$$\omega=\omega_г=\frac{ck_xk_z}{4\pi eN}H_{0z}. \qquad (2.9)$$

В ионосферной физике они известны как "атмосферные свисты". Следовательно, геликоны в Е-области являются предельным случаем магнитного звука. В геликонах колеблется лишь электронная компонента ионосферной плазмы с вмороженными в нее силовыми линиями геомагнитного поля.

Для второго корня при $k_z^2\ll k_x^2$ и $\omega^2\ll V_a^2k_x^2$ с учетом (2.7) получим:

$$\omega^2=\omega_a^2=V_a^2k_z^2\frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2+V_a^2k_z^2}=$$

$$=V_a^2k^2\frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2+V_a^2k_z^2}\cos^2\theta_{kH}, \qquad (2.10)$$

где $k=\sqrt{k_x^2+k_z^2}$, θ_{kH_0} – угол между $\mathbf{k}$ и $H_{0z}\mathbf{e_z}$. Выражение (2.10) описывает альвеновскую волну с дисперсией. При $k_z\to\infty$ частота волны стремится к характерной частоте $\omega\to\Omega_i=\eta\omega_i$ (в E-области Ω_i имеет порядок $10^{-4}\div10^{-5}$ с⁻¹). Следовательно, волны Ω_i в ионосфере являются предельным случаем почти поперечных очень низкочастотных альвеновских волн. Из (2.10) следует также, что альвеновские волны в ионосфере могут быть очень низкочастотными, когда угол θ_{kH} стремится к $\pi/2$.

В области F, где эффект Холла отсутствует, ионосферная среда становится сильно диссипативной средой, так как в этой области верхней атмосферы не происходит увлечение ионов нейтралами [13]. Волновое уравнение для F-области имеет вид:

$$\frac{\partial^2\mathbf{w}}{\partial t^2}-V_a^2\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{w}=-i\frac{\omega}{\nu_i}V_a^2\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{w}, \qquad (2.11)$$

где $\nu_i=\eta\nu_{im}$, ν_{im} – частота столкновений ионов с нейтралами. (В F-области коэффициент ионного трения $\nu_i\sim10^{-3}$ с⁻¹.)

При $\omega/\nu_i\ll1$ уравнение (2.11) описывает магнитозвуковые и альвеновские волны в F-области. В обратном предельном случае $\omega/\nu_i\gg1$ из (2.11) получим уравнение типа диффузии [11]:

$$\frac{\partial\mathbf{w}}{\partial t}=D\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{w}, \qquad (2.12)$$

где $D=V_a^2/\nu_i$ – коэффициент диффузии среды в области F ионосферы. В этом случае динамо-поле $\mathbf{w}$ затухает и решение принимает вид температурной волны. Следовательно, в общем случае уравнение (2.11) для F-области описывает распространение магнитозвуковых и альвеновских волн с затуханием.

Выражения (2.8) и (2.10) позволяют оценить периоды и скорости при почти поперечном распространения исследуемых волн. К примеру, для максимальной длины волны $\lambda_x=10^3$ км, $\theta=10^{-2}$, $\Omega_i=5\cdot10^{-5}$ с⁻¹ из (2.8) и (2.10) получим приближенные выражения для частот МГД волн в E-области ионосферы:

$$\omega_{мз}^2=\frac{\Omega_i^2}{\theta^2}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_x}\right)^4, \qquad \omega_a^2=\Omega_i^2\left(1-\frac{\lambda_x^2}{\lambda_0^2}\right), \qquad (2.13)$$

откуда $T_{мз}\approx20$ мин, $c_{мз}=1$ км/с, $T_a\approx2$ дня, $c_a=10$ м/с, ($c=\omega/k$ – фазовая скорость).

Таким образом, наблюдаемые возмущения, о которых говорилось выше, можно отождествить с магнитозвуковыми волнами с частотой (2.8). Волны альвеновского типа, как видно из (2.13), являются очень медленными и длиннопериодными, как и планетарные волны в E-области ионосферы. Это свойство альвеновских волн, которое следует из (2.10) при $\theta_{kH}\to\pi/2$, может играть важную роль в генерации низкочастотных электромагнитных планетарных волн в высокоширотной ионосфере [8]. Альвеновские волны и в F-области могут быть очень медленными и низкочастотными при почти поперечном распространении. Более детально вопрос распространения медленных МГД волн в ионосфере рассмотрен в [15].

3. Влияние геомагнитного поля на распространение АГВ в ионосфере

Далее для исследования АГВ в ионосфере будем следовать ставшей классической фундаментальной работе Монина–Обухова [1], в которой наиболее полно описаны все свойства АГВ в тропосфере. В этой работе впервые показана роль вращения Земли в распространении АГВ посредством параметра Кориолиса $\ell=2\omega_{0z}=2\omega_0\cos\theta$. Ниже будет показано, что другой фундаментальный параметр Земли – вертикальная компонента геомагнитного поля $H_{0z}=-2H_E\cos\theta$, H_E – значение геомагнитного поля на экваторе, $\theta = \pi/2 - \chi$, существенным образом влияет на характер распространения АГВ в ионосфере.

Отвлекаясь для простоты от действия силы Кориолиса, линеаризуя систему (1.1) для F-области ионосферы $(\delta = 0)$ относительно состояния покоя, ограничиваясь умеренными и высокими широтами $(\mathbf{H_0} \approx H_{0z}\mathbf{e}_z)$, пренебрегая действием обычного параметра Обухова $L_0 = c_з/\ell$, где ℓ – параметр Кориолиса, и вводя новые переменные для потоков $\bar{\rho}V_x$, $\bar{\rho}V_y$ и компонентов индуцированного магнитного поля h_x, h_y –

$$\bar{\rho}V_x = \frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad \bar{\rho}V_y = \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial x},$$

$$h_x = \frac{\partial\varphi_a}{\partial x} - \frac{\partial\psi_a}{\partial y}, \qquad h_y = \frac{\partial\varphi_a}{\partial y} + \frac{\partial\psi_a}{\partial x}$$

(при естественном требовании регулярности функций ψ, ψ_a, φ, φ_a на бесконечности) – для мелко- и среднемасштабных возмущений легко получим обобщенную систему волновых уравнений Монина–Обухова для F-области ионосферы [1]:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial H_{0z}}{4\pi}\frac{\partial\psi_a}{\partial z},$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -P + \frac{H_{0z}}{4\pi}h_z + \frac{H_{0z}}{4\pi}\frac{\partial\varphi_a}{\partial z},$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -c_з^2\Delta\varphi - \beta\bar{\rho}V_z - c_з^2\frac{\partial\bar{\rho}V_z}{\partial z}, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\Delta\varphi - \frac{\partial\bar{\rho}V_z}{\partial z},$$

$$\frac{\partial\bar{\rho}V_z}{\partial t} = -\left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g\right), \qquad \frac{\partial\psi_a}{\partial t} = H_{0z}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial\psi}{\partial z},$$

$$\frac{\partial\varphi_a}{\partial t} = H_{0z}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \qquad \frac{\partial h_z}{\partial t} = -\frac{H_{0z}}{\bar{\rho}}\Delta\varphi.$$

Здесь $\beta = (æ - 1)g$, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$. В отсутствие магнитного поля система (3.1) совпадает с системой Монина–Обухова.

Уравнения для ψ и ψ_a образуют замкнутую систему, откуда

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z}V_a^2\frac{\partial\psi}{\partial z} = 0. \tag{3.2}$$

Принимая, как и для $c_з^2 = æ\bar{P}/\bar{\rho}$, альвеновскую скорость $V_a^2 = H_{0z}^2/4\pi\bar{\rho}$, постоянной, получим волновое уравнение Альвена

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - V_a^2\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0, \tag{3.3}$$

которое, как и (1.3), описывает распространение в ионосфере поперечной волны Альвена [18], фазовая скорость которой соответствует скорости медленной МГД волны $\mathbf{V_a}$. Волны Альвена всегда распространяются в ионосфере исключительно вдоль силовых линий геомагнитного поля $\mathbf{H_0}$. Как было отмечено выше, термодинамические параметры среды – давление, плотность и температура – не испытывают возмущения при прохождении в ионосфере этих поперечных электромагнитной природы волн [11]. Своим происхождением они обязаны свойствам натяжения силовых линий геомагнитного поля $\mathbf{H_0}$.

При переменной V_a^2, когда $\bar{\rho} = \rho_0 e^{-z/H}$, уравнение (3.2) легко решается с помощью специальных функций. Следуя Яглому [2], от высотной зависимости параметров системы (3.1) можно избавиться при усреднении по высоте всех переменных в полупространстве $(0, \infty)$. Учитывая, однако, что статья носит обзорный характер, мы ограничимся более грубым приближением, полагая по Обухову, что все коэффициенты в (3.1) заморожены.

В этом случае для переменных φ и $\bar{\rho}V_z$ получим волновые уравнения:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = (c_з^2 + V_a^2)\Delta\varphi + V_a^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + \beta\bar{\rho}V_z + c_з^2\frac{\partial\bar{\rho}V_z}{\partial z}, \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial^2\bar{\rho}V_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\beta\bar{\rho}V_z + c_з^2\frac{\partial\bar{\rho}V_z}{\partial z} + c_з^2\Delta\varphi\right) + g\left(\frac{\partial\bar{\rho}V_z}{\partial z} + \Delta\varphi\right). \tag{3.5}$$

Отыскивая решения уравнений (3.4) и (3.5) в виде гармонических волн с амплитудами $\Phi(z)$ и $X(z)$,

$$\varphi(x,y,z,t) = \Phi(z)\exp\left[i(k_x x + k_y y - \omega t)\right], \tag{3.6}$$
$$f(x,y,z,t) = X(z)\exp\left[i(k_x x + k_y y - \omega t)\right],$$

где k_x, k_y – горизонтальные волновые числа, которые могут быть произвольными, а ω – частоты, подлежащие определению, получим следующие уравнения для амплитуд $\Phi(z)$ и $X(z)$:

$$\left(l_H^2 + k^2c_з^2 - \omega^2\right)\Phi = \beta X + c_з^2\frac{dX}{dz}, \tag{3.7}$$

$$\left(l_H^2 - \omega^2\right)\left(c_з^2\frac{d\Phi}{dz} + g\Phi\right) = \left(\beta g - c_з^2\omega^2\right)X. \tag{3.8}$$

Здесь $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $l_H^2 = k^2V_a^2 - V_a^2 d^2/dz^2$ – дифференциальный оператор. Уравнения (3.7) и (3.8) точно совпадают с уравнениями Монина–Обухова, если вместо оператора l_H подставить параметр Кориолиса $\ell = 2\omega_{0z}$. Уравнения (3.7) и (3.8) имеют нетривиальные частные решения, в которых $X = 0$. Действительно, в этом случае:

$$\left(l_H^2 + k^2c_з^2 - \omega^2\right)\Phi = 0, \tag{3.9}$$

$$\left(l_H^2 - \omega^2\right)\left(c_з^2\frac{d\Phi}{dz} + g\Phi\right) = 0. \tag{3.10}$$

Исключая тривиальный случай $\Phi = 0$, из (3.10), вследствие (3.9), находим, что $l_H^2 - \omega^2 \neq 0$. Тогда амплитуда $\Phi(z)$ должна удовлетворять уравнению

$$c_з^2\frac{d\Phi}{dz} + g\Phi = 0$$

и имеет вид:

$$\Phi(z) = \Phi_0\exp\left[-g(z - z_0)/c_з^2\right], \tag{3.11}$$

где Φ_0 – значение амплитуды скорости при $z = z_0$. В этом случае из (3.9) найдем

$$V_a^2\frac{d^2\Phi}{dz^2} - \left(k^2c_з^2 + k^2V_a^2 - \omega^2\right)\Phi = 0$$

или, используя решение (3.11), получим дисперсионное уравнение:

$$\omega^2 = k^2\left(c_з^2 + V_a^2\right) - \frac{V_a^2}{æ^2H_g^2}. \tag{3.12}$$

Учитывая, что для F-области ионосферы на уровнях ~250 км высота однородной атмосферы $H_g = 50$ км и $V_a = 3$ км/с, а на высотах ~300 км $H_g = 60$ км и $V_a = 5$ км/с, при $æ = 1.4$ значение последнего члена в (3.12) на обеих высотах пренебрежимо мало. Отсюда можно заключить, что в F-области ионосферы при горизонтальном распространении АГВ вкладом $V_a^2 d^2\Phi/dz^2$ (последний член в (3.12)) всегда можно пренебречь.

Случай $X \neq 0$ требует специального рассмотрения, однако, если ограничиться, как и в формулах (2.8) и (2.9), почти поперечным относительно H_{0z} распространением АГВ, когда $|K_z|^2 \ll k^2$, где $K_z = M + ik_z$ – комплексное вертикальное волновое число, в дифференциальном операторе $l_H^2 = k^2V_a^2 - V_a^2 \mathrm{d}^2/\mathrm{d}z^2$ также можно пренебречь последним членом. Тогда из (3.7) и (3.8) легко найдем, что каждая из функций Ф и X должна удовлетворять уравнению:

$$\left(k^2V_a^2 - \omega^2\right)\left\{\frac{\mathrm{d}^2F}{\mathrm{d}z^2} + \frac{\beta + g}{c_з^2}\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} + \frac{\omega^2}{c_з^2}F\right\} - -k^2\left(\frac{g\beta}{c_з^2} - \omega^2\right)F = 0. \qquad (3.13)$$

Уравнение (3.13) точно совпадает с уравнением Монина–Обухова, в которое вместо $\omega_a^2 = k^2V_a^2$ входит параметр Кориолиса $\ell = 2\omega_{0z}$. Поэтому мы можем сразу написать дисперсионное уравнение для АГВ, учитывающее действие геомагнитного поля $\mathbf{H}_0$ на рассматриваемые волны:

$$\frac{\omega^2}{\omega_{ак}^2} + \frac{\omega_g^2}{\omega^2} = 1. \qquad (3.14)$$

Здесь частоты внутренних акустических и гравитационных волн в области F ионосферы выражаются следующими формулами:

$$\omega_{ак}^2 = æ gH\left[k^2 + k_z^2 + \frac{1}{4H^2} + \frac{1}{L_H^2}\right] = = k^2\left(c_з^2 + \frac{H_{0z}^2}{4\pi\bar{\rho}}\right) + c_з^2\left(k_z^2 + \frac{1}{4H^2}\right), \qquad (3.15)$$

$$\omega_g^2 = \left[\frac{g}{H}\left(1 - \frac{1}{æ}\right) + \frac{H_{0z}^2}{4\pi\rho}\left(k_z^2 + \frac{1}{4H^2}\right)\right] \times \times \frac{k^2c_з^2}{k^2\left(c_з^2 + \frac{H_{0z}^2}{4\pi\bar{\rho}}\right) + c_з^2\left(k_z^2 + \frac{1}{4H^2}\right)}, \qquad (3.16)$$

где $L_H = c_з/\omega_a = c_з/kV_a$ – характерный масштаб горизонтальных движений сжимаемой ионосферной среды в магнитном поле Земли (аналог масштаба Обухова $L = c_з/\ell$), $c_з^2 = æ gH_g$, H_g – высота однородной атмосферы.

В отсутствие магнитного поля $V_a = H_{0z}/\sqrt{4\pi\bar{\rho}} \to 0$, $L_H = \infty$ и формулы (3.15) и (3.16) переходят в классические выражения для АГВ [11]. Из (3.15) и (3.16) следует, что в F-области ионосферы геомагнитное поле $\mathbf{H_0}$ увеличивает высоту однородной атмосферы H_g на величину $0.5L_H$ и в законе дисперсии волн в гравитационной ветви существенны поправки, обусловленные геомагнитным полем. Акустическая ветвь (3.15) содержит продольную магнитозвуковую волну $k^2\left(c_з^2 + V_a^2\right)$, а гравитационная ветвь (3.16) – поперечные альвеновские волны $V_a^2\left(k_z^2 + 1/\left(4H_g^2\right)\right)$. Из (3.14) видно, что гравитационные волны в ионосфере всегда являются более низкочастотными (от 13 мин до нескольких часов), чем акустические (до 13 мин). При безразличной стратификации среды ($æ$=1), которая в ионосферных условиях хорошо выполняется в области F [11, 19], как видно из (3.16), под действием геомагнитного поля гравитационная ветвь сохраняется. В обычной атмосфере (при $H_{0z} = 0$ и $æ \to 1$) гравитационные частоты ω_g, как было показано выше, полностью отфильтровываются. Многочисленные эксперименты подтверждают существование в области F ионосферы волновых возмущений гравитационного типа [15, 16].

4. Планетарные волны в областях E и F ионосферы

Как и МГД возмущения, в ионосфере в любой сезон года регулярно присутствуют также глобальные фоновые волновые возмущения электромагнитной природы, имеющие разные пространственные и временные масштабы. Особый интерес представляют ионосферные ультранизкочастотные возмущения планетарного масштаба ($10^3 \div 10^4$ км), распространяющиеся на фиксированной широте вдоль параллели вокруг Земли [20].

Существование в E и F областях ионосферы новой ветви крупномасштабных ультранизкочастотных волновых возмущений электромагнитной природы, как было отмечено выше, впервые теоретически было предсказано в работах [5, 7]. Там же впервые дана классификация электромагнитных планетарных волн (быстрые и медленные волны).

Для волн планетарного масштаба вместо уравнения Эйлера в (2.1) необходимо использовать уравнение Фридмана для вихря скорости, которое естественным образом включает широтные градиенты и кривизну геомагнитных силовых линий. Вместе с уравнением индукции (последнее уравнение системы (1.1)) они образуют замкнутую систему для возмущенных значений скорости $\mathbf{V}$ и индуцированного магнитного поля $\mathbf{h}$:

$$\mathrm{helm}\,\mathbf{\Omega} = \mathbf{\Gamma}, \qquad \mathrm{helm}\frac{\mathbf{H}}{\alpha\rho} = -\delta\mathbf{\Gamma}, \qquad (4.1)$$

где $\mathbf{H} = H_0 + \mathbf{h}$, $\mathbf{\Gamma} = \mathrm{rot}[\mathrm{rot}\,\mathbf{h}\cdot\mathbf{H_0}]/4\pi\rho$, $\mathbf{\Omega} = \mathrm{rot}\,\mathbf{V}$.

В этом приближении существование волн электромагнитной природы на ионосферных уровнях является основным следствием уравнений магнитной гидродинамики ионосферы (4.1) [11].

В работе [6] показано, что уравнения (4.1) в “стандартной” системе координат имеют точное решение $V_y(x,t)$, $V_z(x,t)$, $h_y(x,t)$, $h_z(x,t)$, $H_y = H_{0y}(y,z)$, $H_z = H_{0z}(y,z)$ в виде зональных электромагнитных планетарных волн V, $h \sim \exp(-i\omega t + ik_x x)$, распространяющихся вдоль параллели вокруг Земли. При этом для собственных частот получено дисперсионное уравнение

$$\frac{\omega}{\omega_H} + \frac{\omega_p'}{\omega} = \delta, \qquad (4.2)$$

где ω_H и ω_p' определяются формулами:

$$\omega_H = \frac{\alpha k_x}{4\pi}\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2} = \frac{cH_e}{4\pi eN}\frac{\sqrt{1+3\sin^2\theta'}}{R}k_x, \qquad (4.3)$$

$$c_H = \frac{\omega_H}{k_x},$$

$$\omega_p' = -\frac{\beta_H}{k_x} = -\frac{N}{N_n}\frac{eH_e}{Mc}\frac{\sqrt{1+3\sin^2\theta'}}{k_x R}, \qquad (4.4)$$

$$c_p' = \frac{\omega_p'}{k_x}.$$

Здесь $\alpha = c^2/H_0\sigma_H \approx c/eN$ – параметр Холла, $\sigma_H = eNc/H_0$ – проводимость Холла в E-области ионосферы, $k_x = 2\pi/\lambda$ – волновое число, $\beta_1 = \partial H_{0z}/\partial y$, $\beta_2 = \partial H_{0y}/\partial y$, $\partial/\partial y = -R^{-1}\partial/\partial\theta'$, $H_{0z} = -2H_e\cos\theta'$, $H_{0y} = -H_e\sin\theta'$, R – радиус Земли, $\theta' = 90° - \chi'$ – магнитная коширота, $H_e = 0.32$ Гс – значение геомагнитного поля на экваторе. Если пренебречь кривизной силовых линий геомагнитного поля, магнитные градиенты β_1 и β_2 определяются из уравнений Максвелла: $\partial H_{0z}/\partial y - \partial H_{0y}/\partial z = 0$, $\partial H_{0y}/\partial y - \partial H_{0z}/\partial z = 0$; ось x направлена вдоль параллели с запада на восток, ось y – с юга на север, а z – вертикально вверх.

Расчеты показывают, что параметры быстрых магнитоградиентных $c_H = \omega_H/k_x$ волн, порожденных электромагнитной гироскопической силой $\mathbf{F_H}$, в E-области ионосферы ($\delta = 1$) лежат в пределах: $\lambda \sim 10^3 \div 10^4$ км, $\omega_H \sim 10^{-1} \div 10^{-4}$ с$^{-1}$, $c_H \sim 1 \div 7$ км/с.

Распространение быстрых электромагнитных планетарных c_H волн сопровождается значительными ($20 \div 80$ нТл) пульсациями геомагнитного поля. Эти колебания в средних и умеренных широтах были зарегистрированы при запуске космических аппаратов [20] и в мировой сети ионосферных и магнитных обсерваторий [16, 21, 22]. Как видно из (4.3), такие колебания могут существовать и на более высоких и более низких широтах χ', т. е. имеют общепланетарный характер. В этих волнах, как и в геликонах, колеблются лишь электроны при неподвижных ионах и нейтралах. Из (4.4) следует, что в нейтральной и ионной компонентах, вследствие полного увлечения $V_i = V_a$, в E-области ионосферы возбуждаются также медленные планетарные ультранизкочастотные волны типа волн Россби [3, 4]. Параметры медленных волн лежат в пределах $\lambda \sim 10^3 \div 10^4$ км, $\omega'_p \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ с$^{-1}$, $c'_p = \omega'_p / k_x \sim 100 \div 300$ м/с. Амплитуда вариации геомагнитного поля достигает значений $1 \div 20$ нТл. В этом случае колеблются ионы и нейтралы при неподвижных электронах. Эти медленные, погодообразующие волны были обнаружены по ионосферным наблюдениям авторами работ [16, 23-25].

В F-области ионосферы $(\delta = 0)$ с учетом тождественного равенства $\omega_H \omega'_p \equiv -\omega_n^2$ для новой моды собственной частоты из (4.2) получим:

$$\omega_n = \frac{H_e}{\sqrt{4\pi\rho}} \frac{\sqrt{1 + 3\sin^2\theta'}}{R}. \qquad (4.5)$$

В этих стоячих волнах под действием силы $\mathbf{F_H}$ ионосферная среда колеблется как одно целое. Характерные значения параметров волн меняются в диапазоне $\lambda \sim 10^3 \div 10^4$ км, $\omega_n \sim 3 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$, $c_n = \omega_n / k_x \sim 5 \div 45$ км/с. Амплитуда геомагнитных пульсаций в этих электромагнитных планетарных волнах меняется в пределах от 10 до нескольких десятков нанотесла. Экспериментально эти волны выявлены на средних широтах в F-области ионосферы [16, 22, 26-28]. Максимальные значения параметров рассматриваемых волн наблюдаются на магнитном экваторе.

Отметим, что при пренебрежении кривизной силовых линий (формулы (4.3)–(4.5)), геомагнитное поле будет отличаться от дипольного с точностью до 20 %. Как показывают наблюдения [29], отклонение геомагнитного поля от дипольного проявляется лишь на расстоянии нескольких десятков тысяч километров. Поэтому приведенные выше выражения для планетарных волн являются лишь приближенными формулами. Попытка восполнить этот пробел предпринята в работах [30, 31].

С учетом кривизны силовых линий геомагнитного поля, в сферической системе координат в работе [31] показано, что существует точное решение фундаментальной системы (1)–(3) в виде магнитоградиентных зональных планетарных волн $(V(\lambda', t),\ h(\lambda', t),\ H_{0r}(r, \theta'),\ H_{0\theta}(r, \theta'),\ H_{0\lambda'} = 0)$:

$$c_H = \frac{1}{2} \frac{cH_e}{4\pi eN} \frac{\sin\theta' \pm \sqrt{24 + \sin^2\theta'}}{R}, \qquad (4.6)$$

$$c'_p = -\frac{1}{2} \frac{N}{N_n} \frac{eH_e}{Mc} \frac{-\sin\theta' \pm \sqrt{24 + \sin^2\theta'}}{k^2 R}, \qquad (4.7)$$

$$c_n = \frac{1}{2} \frac{H_e}{\sqrt{4\pi\rho}} \frac{-\sin\theta' \pm \sqrt{24 + \sin^2\theta'}}{kR}, \qquad (4.8)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина планетарной волны, $\theta' = \pi/2 - \chi'$ – магнитная коширота, λ' – магнитная долгота. Соотношение $m = kR\sin\theta' = (2\pi R/\lambda)\sin\theta'$ показывает, сколько волн укладывается на магнитной широте χ' (примем, что магнитный момент совмещен с осью вращения Земли.) При $m = 1$ вокруг параллели укладывается одна длина волны, при $m = 2$ – две и т. д. Как демонстрируют наблюдения в ионосфере, в областях E и F регулярно присутствуют планетарные волны с зональными волновыми числами $m = 2 \div 10$ [15, 16].

Из формул (4.6)–(4.8) следует важное заключение: геомагнитное поле стратифицирует ионосферную плазму вдоль направления χ' так же, как сила тяжести стратифицирует атмосферу по высоте. Волны движутся вдоль параллели с различными фазовыми скоростями в восточном и западном направлениях. Так, например, как следует из формулы (4.8), на экваторе $(\theta' = \pi/2)$, где фазовая скорость волны достигает максимального значения, для волн, распространяющихся с запада на восток $(c_n > 0)$, имеем $c_{n+} = 2c_0$, где $c_0 = \left(H_e/\sqrt{4\pi\rho}\right)/kR$. Для волн, движущихся с востока на запад $(c_n < 0)$, получим $c_{n-} = -3c_0$. Отметим, что это важное свойство магнитоградиентных волн Хантадзе предсказал еще в 1989 г. в [32]. Физический механизм возбуждения этих новых свободных колебаний, например в области F, следует из упрощенных уравнений: $i\omega V_{\theta'} = (\beta_1/4\pi\rho)h_r$, $i\omega h_r = \beta_1 V_{\theta'}$, где $\beta_1 = -(\partial H_{0r}/\partial\theta')/R = 2H_e \sin\theta'/R$. Действительно, введя поперечное смещение частиц среды $\xi_{\theta'}$, $V_{\theta'} = \mathrm{d}\xi_{\theta'}/\mathrm{d}t$, и удельную квазиупругую электромагнитную силу $f = (\beta_1/4\pi\rho)h_r = -(\beta_1^2/4\pi\rho)\xi_{\theta'}$, из этой упрощенной системы легко получим уравнение свободных колебаний для линейного осциллятора $\mathrm{d}^2\xi_{\theta'}/\mathrm{d}t^2 + \omega_0^2\xi_{\theta'} = 0$, где ω_0 – собственная частота осциллятора, $\omega_0^2 = \omega_n^2 = \left(\beta_1^2/4\pi\rho\right) = k/\rho$. При этом из условия вмороженности $h_r = -\beta_1\xi_{\theta'} \approx (H_{0r}/R)\xi_{\theta'}$ следует, что всякое поперечное смещение нейтральной частицы $\xi_{\theta'}$ в области F, из-за столкновений с частицами плазмы, порождает в ионосферной плазме натяжение силовых линий геомагнитного поля H_{0r}. В результате у магнитного поля H_{0r} появится возмущение h_r, пропорциональное $\xi_{\theta'}$, являющееся причиной возникновения электромагнитной квазиупругой силы $f = \left(-\beta_1^2/4\pi\rho\right)\xi_{\theta'} = -(k/\rho)\xi_{\theta'}$. Здесь величину $k = \beta_1^2/4\pi$ можно назвать коэффициентом электромагнитной упругости ионосферной среды. Более детально волны (4.6)–(4.8) рассмотрены в работах [31-33].

Резюмируя, можно заключить, что ионосфера, которая в магнитогидродинамическом приближении описывается системой дифференциальных уравнений восьмого порядка по времени, при малых возмущениях должна иметь восемь собственных частот: две частоты $\omega_{1,2}$ акустической ветви, включающие обычный звук, магнитный звук и его предельный случай – геликоны (атмосферные свисты); две частоты внутренних гравитационных волн $\omega_{3,4}$; одну частоту ω_5 планетарной волны Россби; две частоты альвеновской волны $\omega_{6,7} \pm \omega_a$, предельным случаем которой является характерная частота $\Omega_i = \eta\omega_i$; и открытую в [5-7] восьмую собственную частоту ω_8. В E-области ионосферы в электронной компоненте частота $\omega_8 = \omega_H$ для быстрых планетарных c_H волн, в ионной компоненте частота $\omega_8 = \omega'_p$ для медленных планетарных c'_p волн типа Россби и, наконец, $\omega_8 = \omega_n$ – собственная частота быстрой волны, с которой колеблется ионосферная среда в F-области как одно целое и распространяется со скоростью c_n в виде быстрых планетарных волн.

Таким образом, рассмотрены все собственные частоты ионосферы, когда колебательная система трехкомпонентной ионосферной плазмы описывается дифференциальными уравнениями восьмого порядка по времени. Еще раз подчеркнем, что в отличие от чистой плазмы, где $\eta = N/(N_n + N) = 1$, магнитозвуковые и альвеновские волны являются медленными МГД волнами [9, 15, 34].

Работа выполнена при финансовой поддержке МНТЦ, грант № G-1376.

Литература

1. Монин А. С., Обухов А. М. Малые колебания атмосферы и адаптация метеорологических полей // Изв. АН СССР, сер. геогр. и геоф. – 1958. – №11. – С. 1360-1373.
2. Яглом А. М. Динамика крупномасштабных процессов в баротропной атмосфере. // Изв. АН СССР, сер. геофиз. – 1953. – № 4. – С. 346-369.
3. Tolstoy I. Hydromagnetic gradient waves in the ionosphere // J. Geophys. Res. – 1967. – Vol. 47, No. 5. – P. 1435-1442.
4. Хантадзе А. Г. Об определении движения по полю давления и широтный эффект геомагнитного поля // Труды ин-та геофизики АН ГССР. – 1967. – С. 24-29.
5. Хантадзе А. Г. Гидромагнитные градиентные волны в динамо-области ионосферы // Сообщ. АН ГССР. – 1986. – Т. 123, №1. – С. 69-71.

6. Khantadze A. G. On the electromagnetic planetary waves in the Earth's ionosphere // J. Georgian Geophys. Soc. – 1999. – Vol. 4B. – P. 125-127.
7. Хантадзе А. Г. О новой ветви собственных колебаний электропроводящей атмосферы // Доклады РАН. – 2001. – Т. 376, №2. – С. 250-252.
8. Хантадзе А. Г., Кобаладзе З. А., Патарая А. Д. Возбуждение внутренними гравитационными волнами солитонов волн Россби // ДАН СССР. – 1982. – Т. 262, №5. – С. 1083-1091.
9. Хантадзе А. Г. О внутренних волнах в проводящей атмосфере // Сообщ. АН ГССР. – 1971. – Т. 61, №3.
10. McLellan F. and Winterberg A. Magneto-acoustic and magneto-gravitation waves // Sol. Phys. – 1968. – No. 4. – P. 401.
11. Хантадзе А. Г. Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы. – Тбилиси: Мецниереба, 1973. – 280 с.
12. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. – М.: 1951.
13. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. – М.: Наука, 1974. – 256 с.
14. Сыроватский С. И. Магнитная гидродинамика // УФН. – 1957. – Вып. 3. – С. 247.
15. Сорокин В. М., Федорович Г. В. Физика медленных МГД-волн в ионосферной плазме. – М.: Энергоиздат, 1982. – 136 с.
16. Шарадзе З. С. Атмосферные волны в среднеширотной ионосфере: Дис... докт. физ.- мат. наук. – М.: 1991. – 255 с.
17. Фридман А. А. Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости. – М.-Л.: 1934.
18. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. – М.: Наука, 1976. – С. 58.
19. Jacchia L. G. Thermospheric temperature, density and composition: new models // Spec. Rep. Smithsonian Astrophys. Observ. – 1977. – Vol. 375. – P. 1-106.
20. Бурмака В. П., Костров Л. С., Черногор Л. Ф. Статистические характеристики сигналов доплеровского В4 радара при зондировании средней ионосферы, возмущенной стартами ракет и солнечных терминаторов // Радиофизика и радиоастрономия. – 2003. – Т. 8, №2. – С. 143-162.
21. Альперович Л. С., Дробжев В. И., Краснов В. И., Сорокин В. М., Федорович Г. В. Результаты одновременных наблюдений геомагнитных вариаций и волновых возмущений в ионосфере // Изв. вузов. Радиофизика. – 1980. – Т. 23, №6. – С. 763-765.
22. Шарадзе З. С., Джапаридзе Г. А., Киквилашвили Г. Б. и др. Волновые возмущения неакустической природы в среднеширотной ионосфере // Геомагнетизм и аэрономия. – 1988. – Т. 28, №3. – С. 446-451.
23. Cavalieri D. J., Deland R. J., Poterna J. F., and Gavin R. F.. The correlation of VLF propagation variations with atmospheric planetary-scale waves // J. Atmos. Terr. Phys. – 1974. – Vol. 36. – P. 561-574.
24. Шарадзе З. С., Хантадзе А. Г. Планетарные волны в E и F областях ионосферы // Сообщ. АН ГССР. –1979. – Т. 94, №1. – С. 69-73.
25. Шарадзе З. С., Мосашвили Н. В., Пушкова Г. Н., Юдович Л. А. Долгопериодные волновые возмущения в верхней мезосфере и нижней термосфере // Геомагнетизм и аэрономия. – 1989. – Т. 29. – С. 1032-1034.
26. Сорокин В. М. Волновые процессы в ионосфере, связанные с геомагнитным полем // Изв. вузов. Радиофизика. –1988. – Т. 31. – С. 1169-1179.
27. Bauer T. M., Baumjohann W., Treumann R. F., et al. Low-frequency waves in the near-Earth plasma sheet // J. Geophys. Res. – 1995. – Vol. 100A. – P. 9605-9617.
28. Fagundes P. R., Pillat V. G., Bolzan M. J. A., et al. Observations of F layer electron density profiles modulated by planetary wave type oscillations in the equatorial ionospheric anomaly region // J. Geophys. Res. – 2005. – Vol. 110. – P. 1302.
29. Geomagnetic Field. Cosmical Geophysics / P. Eleman / Eds: H. Egaland, O. Nolter, and A. Omholt. – Oslo-Brgen-Nromso: Universitet Sforlageet, 1973.
30. Абурджания Г. Д., Хантадзе А. Г. Особенности распространения УНЧ-планетарных электромагнитных волн в земной ионосфере, обусловленные кривизной геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. – 2005. – Т. 45, №5. – С. 1-9.
31. Хантадзе А. Г., Абурджания Г. Д., Ломинадзе Дж. Г. Новые ветви собственных ультранизкочастотных электромагнитных колебаний ионосферного резонатора // Докл. РАН. – 2006. – Т. 406, №2. – С. 244-248.
32. Кобаладзе З. Л., Хантадзе А. Г. О распространении крупномасштабных возмущений в ионосфере // Сообщ. АН ГССР. – 1989. – Т. 134, №1. – С. 97-100.
33. Petviashvili V. and Pokhotelov O. Solitary Waves in Plasma and in the Atmosphere. – New York: Gordon and Breach, 1992.
34. Хантадзе А. Г., Шарадзе З. С. Ионосферные эффекты планетарных волн. – Алма-Ата: Наука, 1980. – 143 с.

Малі коливання верхньої атмосфери Землі

А. Г. Хантадзе, А. І. Гвелесіані, Г. В. Джандієрі

Розглядається проблема поширення акустико-гравітаційних, магнітогідродинамічних та планетарних хвиль у верхній атмосфері Землі. Отримано загальне дисперсійне рівняння для магніто-акустичних і магніто-гравітаційних хвиль, а також планетарних хвиль у областях E та F іоносфери. Показано особливості поширення цих хвиль у слабоіонізованій іоносферній плазмі.

Earth's Upper Atmosphere Small Oscillation

A. G. Khantadze, A. I. Gvelesiani, and G. V. Jandieri

The propagation of acoustic-gravity, magnetonydrodynamic and planetary waves in the upper atmosphere is considered. The general dispersion equation for magneto-acoustic and magneto-gravity waves, as well as planetary waves, is derived in E and F ionospheric regions. Peculiarities of propagation of these waves are revealed in a weakly-ionized ionospheric plasma.