

УДК 519.2+600.1

И.И. ГОРБАНЬ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА И ОСАДКОВ В РАЙОНЕ МОСКВЫ

Анотація. За допомогою розробленої раніше методики оцінки порушень статистичної стійкості процесів досліджено статистичну стійкість даних коливань температури повітря і кількість осадків у районі Москви за 43 роки спостереження. Встановлено, що коливання температури носять явно виражений статистично нестійкий характер. Коливання ж осадків – статистично стійкі на всьому інтервалі спостереження. Отримані результати вказують на можливість використання стохастичних моделей для опису коливань осадків протягом десятків років та непридатність таких моделей для опису коливань температури. Адекватний опис коливань температури може бути забезпечений гіпервипадковими моделями, що враховують порушення статистичної стійкості.

Ключові слова: порушення статистичної стійкості, гіпервипадкова модель, теорія гіпервипадкових явищ, погода, клімат.

Аннотация. С помощью разработанной ранее методики оценки нарушений статистической устойчивости процессов исследована статистическая устойчивость колебаний температуры воздуха и количества осадков в районе Москвы за 43 года наблюдения. Установлено, что колебания температуры носят явно выраженный статистически неустойчивый характер. Колебания же осадков – статистически устойчивы на всем интервале наблюдения. Полученные результаты указывают на возможность использования стохастических моделей для описания колебаний осадков на протяжении десятков лет и непригодность таких моделей для описания колебаний температуры. Адекватное описание колебаний температуры может быть обеспечено гиперслучайными моделями, учитывающими нарушения статистической устойчивости.

Ключевые слова: нарушение статистической устойчивости, гиперслучайная модель, теория гиперслучайных явлений, погода, климат.

Abstract. Researches of statistical stability of temperature and precipitation fluctuations in the region of Moscow for 43 years were led on the base of testing methodology developed before. It was found that temperature fluctuations had evident statistical instable character and precipitation fluctuations were statistically stable on all researched interval. Obtained results point that using of stochastic models is justified for describing of precipitation fluctuations and is unjustified for describing of temperature fluctuations. Adequate description of temperature fluctuations may be realized by hyper-random models taking into account destruction of statistical stability.

Keywords: destruction of statistical stability, hyper-random model, theory of hyper-random phenomenon, weather, climate.

1. Введение

Погода и климат постоянно меняются под воздействием множества факторов. Степень влияния каждого фактора зависит от временного масштаба прогноза. При прогнозировании на период до месяца первостепенное значение имеют внутренние факторы, определяющие динамическую неустойчивость атмосферных течений, а при долгосрочном метеорологическом прогнозировании (ДМП), охватывающем прогноз погоды на период от месяца до двух лет и прогноз климата на больший срок, – внешние факторы, вызываемые воздействиями неадиабатического характера [1].

Предвидеть изменение внешних факторов сложно, а, зачастую, и невозможно. Поэтому при ДМП качество прогноза оказывается значительно ниже, чем при краткосрочном прогнозировании.

Изменение характера воздействия внешних факторов сопровождается изменениями статистических условий, которые, как показывают экспериментальные исследования, могут вызывать нарушения статистической устойчивости исследуемых процессов [2, 3]. При нарушениях устойчивости статистические оценки оказываются несостоятельными: при увеличении объема данных они не стремятся к какому-то определенному значению, а непредсказуемо флуктуируют.

Для построения адекватных метеорологических прогностических моделей необходимы достоверные данные о статистической устойчивости различных параметров. При пренебрежимо малых на интервале прогнозирования нарушениях устойчивости возможно применение классических стохастических моделей, базирующихся на гипотезе идеальной статистической устойчивости физических явлений, при значительных же нарушениях необходимы более сложные модели, такие как гиперслучайные [4, 5], учитывающие нарушения устойчивости.

Заметим, что статистическая устойчивость того или другого параметра, характеризующего состояние атмосферы, зависит в общем случае не только от интервала времени, на который осуществляется прогноз, но и от географического положения точки наблюдения. Выводы, касающиеся одного района, могут быть не справедливы для другого.

Целью настоящей статьи является оценка статистической устойчивости температуры воздуха и количества осадков в районе Москвы на основе многолетних данных наблюдения.

2. Основы методики оценки статистической неустойчивости случайных последовательностей и процессов

Как ни странно, понятие статистической устойчивости до недавнего времени не было математически строго формализовано.

В работах [2, 3, 5] было определено понятие статистической устойчивости последовательности случайных величин и случайных процессов, предложены два параметра, характеризующие нарушения статистической устойчивости на конечном интервале наблюдения, и оценены нарушения статистической устойчивости ряда физических процессов: колебания напряжения городской сети, магнитного поля Земли, высоты и периода следования морских волн и пр. Было установлено, что статистически неустойчивый процесс – разновидность нестационарного процесса.

В статье [6] были введены еще два новых параметра, обладающих повышенной чувствительностью к нарушению устойчивости, предложены единицы измерения, позволяющие количественно характеризовать нарушения устойчивости, и исследованы возможные причины нарушения устойчивости. Выяснено, что существенную роль в нарушении устойчивости играют низкочастотные изменения математического ожидания и при определенных условиях изменения дисперсии.

По определению [2] последовательность X_1, X_2, \dots случайных величин (случайная выборка) считается статистически устойчивой (статистически стабильной), если при устремлении объема выборки N к бесконечности математическое ожидание выборочной дисперсии

$$\bar{D}_{Y_N} = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{m}_{Y_N})^2 \quad (1)$$

флуктуации выборочного среднего

$$Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (n = \overline{1, N}) \quad (2)$$

стремится к нулю, где $\bar{m}_{Y_N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_n$ – выборочное среднее флуктуации среднего. Последовательности, не удовлетворяющие этому условию, статистически неустойчивы.

Случайный процесс $X(t)$ называется [2] статистически устойчивым (статистически стабильным), если при устремлении времени наблюдения T к бесконечности математическое ожидание интеграла

$$\frac{1}{T} \int_0^T (Y(t) - \bar{m}_{y_T})^2 dt$$

стремится к нулю, где $Y(t) = \frac{1}{t} \int_0^t X(t_1) dt_1$ – среднее процесса $X(t)$ на интервале $[0, t]$,

$\bar{m}_{y_T} = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) dt$ – среднее среднего на интервале $[0, T]$. Процессы, не удовлетворяющие

этому условию, статистически неустойчивы.

Тип сходимости не играет существенной роли. Однако для придания определениям необходимой математической строгости будем подразумевать, как и в работах [2, 3, 5], сходимость по вероятности.

Процесс обычно описывается последовательностью значений в фиксированные моменты времени, поэтому, говоря о процессах, будем отождествлять их с соответствующими последовательностями.

Безусловно, по результатам наблюдения процесса на конечном интервале невозможно абсолютно точно установить факт нарушения статистической устойчивости. Однако можно количественно оценить степень флуктуации выборочного среднего в фиксированные моменты времени и, анализируя динамику происходящих изменений, выявить некоторые тенденции, ведущие к нарушению статистической устойчивости.

Эти тенденции характеризует предложенный в работе [2] параметр статистической неустойчивости γ_N , представляющий собой математическое ожидание выборочной дисперсии \bar{D}_{Y_N} , нормированное на дисперсию выборочного среднего $D_{y_N} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N D_{x_n}$ и объем

выборки N :

$$\gamma_N = \frac{M[\bar{D}_{Y_N}]}{ND_{y_N}}, \quad (3)$$

где $M[\cdot]$ – оператор математического ожидания, D_{x_n} – дисперсия случайной величины X_n .

Подобным параметром является параметр статистической неустойчивости μ_N [3], связанный с параметром γ_N соотношением

$$\mu_N = \sqrt{\frac{\gamma_N}{1 + \gamma_N}}. \quad (4)$$

В отличие от параметра γ_N , ограниченного лишь снизу нулевым значением, параметр μ_N ограничен как снизу, так и сверху: минимально возможное его значение равно нулю, а максимально возможное – единице.

В качестве единицы измерения статистической неустойчивости параметра γ_N при фиксированном N была предложена [6] величина γ_{0N} , рассчитываемая для последовательности N некоррелированных отсчетов с постоянной дисперсией $D_{x_n} = D_x$ и нулевым математическим ожиданием, а в качестве единицы измерения статистической неустойчивости параметра μ_N – величина $\mu_{0N} = \sqrt{\gamma_{0N}/(1+\gamma_{0N})}$.

Для указанной эталонной последовательности параметр γ_{0N} был получен аналитически в следующем виде:

$$\gamma_{0N} = \frac{N+1}{(N-1)N} C_N - \frac{2}{N-1}, \quad (5)$$

где $C_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n}$.

В предположении о гауссовом характере рассматриваемой последовательности было вычислено СКО:

$$\sigma_{\tilde{\gamma}_{0N}} = \frac{1}{N-1} \sqrt{\frac{2C_N^2}{N^2} + \frac{4(N+1)C_N}{N} + A_N \left(\frac{4}{N} - 2 \right) + \frac{8B_N}{N} - 12}, \quad (6)$$

где $A_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2}$, $B_N = \sum_{n=1}^N \frac{C_{n-1}}{n}$.

С использованием единицы измерения γ_{0N} были введены параметры

$$h_N = \gamma_N / \gamma_{0N}, \quad (7)$$

$$l_N = \frac{\gamma_N - \gamma_{0N}}{\gamma_N} = \frac{h_N - 1}{h_N}. \quad (8)$$

Параметр l_N связан с параметром μ_N и единицей измерения γ_{0N} следующим соотношением:

$$l_N = (1 + \gamma_{0N}) - \frac{\gamma_{0N}}{\mu_N^2}.$$

Диапазон изменения параметра h_N – $[0, \infty)$, а параметра l_N – $(-\infty, 1]$.

3. Оценка статистической устойчивости колебаний температуры воздуха и количества осадков

На протяжении многих лет ведется наблюдение за температурой и осадками в различных точках Земли.

На рис. 1 представлены колебания на протяжении 43 лет (начиная с 1949 г.) минимальной и максимальной суточных температур и количества среднесуточных осадков в районе Москвы [7], а также рассчитанные по этим данным соответствующие средние этих параметров на интервале $[0, t]$.

На рис. 2. приведены оценки колебаний на протяжении года математических ожиданий минимальной и максимальной суточных температур, математического ожидания количества среднесуточных осадков, а также соответствующих среднеквадратических отклонений (СКО), рассчитанных путем усреднения данных за 43 года.

На этих рисунках (в особенности рис. 2) хорошо прослеживаются сезонные изменения математических ожиданий и СКО. Минимум температуры наблюдался в середине января, максимум – в середине июля. В эти периоды СКО температуры достигал соответственно максимума и минимума. Кривая на рис. 2б несколько менее изрезана, чем на рис. 2г, что указывает на несколько больший интервал стационарности СКО минимальной температуры, чем СКО максимальной температуры.

Минимумы математического ожидания и СКО осадков наблюдались в середине марта, а максимумы – в начале июля. Обращает на себя внимание сильная положительная корреляция между математическим ожиданием и СКО осадков и отрицательная корреляция между этими же параметрами температуры.

Кривые на рис. 2д и 2е существенно более изрезаны, чем кривые на рис. 2а – 2г, что указывает на существенно меньшие интервалы стационарности математического ожидания и СКО осадков, чем соответствующие интервалы стационарности температуры.

На первый взгляд приведенные на рис. 1б, 1г и 1е кривые средних $y(t)$ затухают с увеличением времени t и дисперсия средних стремится к нулю. Если это так, то процессы изменения температуры и количества осадков должны быть статистически устойчивыми. Однако более детальный анализ с использованием параметров γ_N , μ_N , h_N и l_N вносит существенные корректировки.

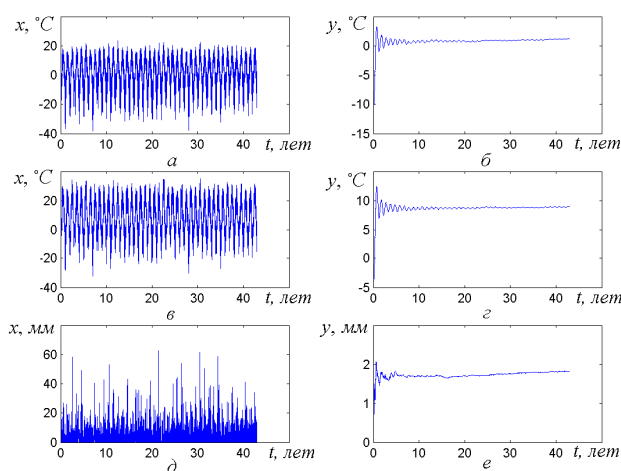


Рис. 1. Динамика изменения минимальной (а) и максимальной (в) суточных температур воздуха, количества среднесуточных осадков (д), а также динамика изменения соответствующих (б), (г), (е) средних на интервале $[0, t]$ за 43 года наблюдения

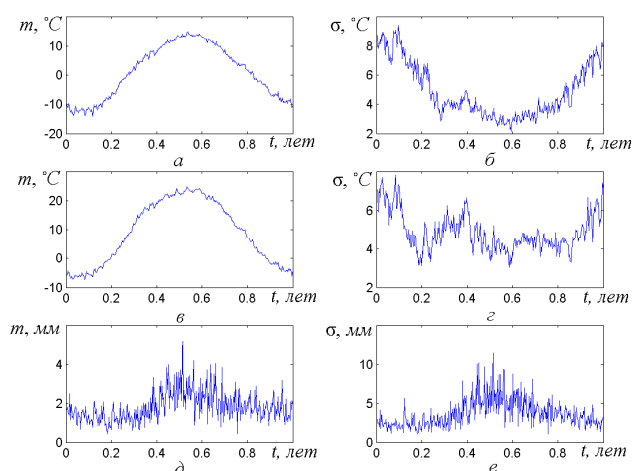


Рис. 2. Результаты расчетов оценок математических ожиданий минимальной (а) и максимальной (в) суточных температур, математического ожидания количества среднесуточных осадков (д), а также соответствующих СКО (б), (г), (е)

На рис. 3, 5, 7 приведены результаты расчетов изменения указанных параметров за 43 года наблюдения для минимальной и максимальной суточных температур и количества среднесуточных осадков, а на рис. 4, 6, 8 – результаты расчетов усредненных изменений этих параметров на протяжении года. Кривые на рис. 3, 5, 7 получены без ансамблевого усреднения выборочной дисперсии \bar{D}_{Y_N} , а на рис. 4, 6, 8 – с усреднением за 43 года. Для сравнения на рисунках пунктирными линиями изображены единицы измерения статистической неустойчивости.

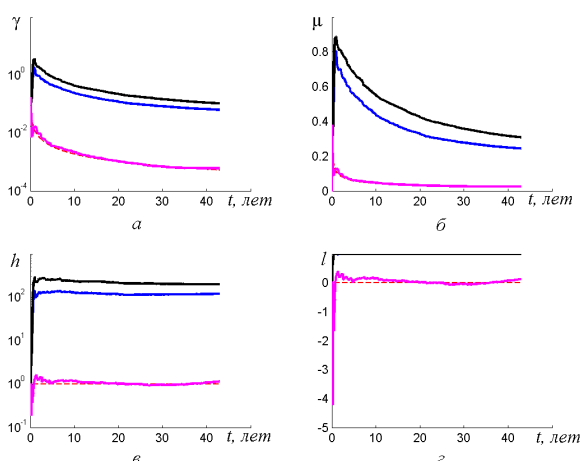


Рис. 3. Результаты расчетов изменения параметров статистической неустойчивости γ_N (а), μ_N (б), h_N (в) и l_N (д) за 43 года наблюдения для минимальной и максимальной суточных температур (верхние сплошные кривые), а также для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые)

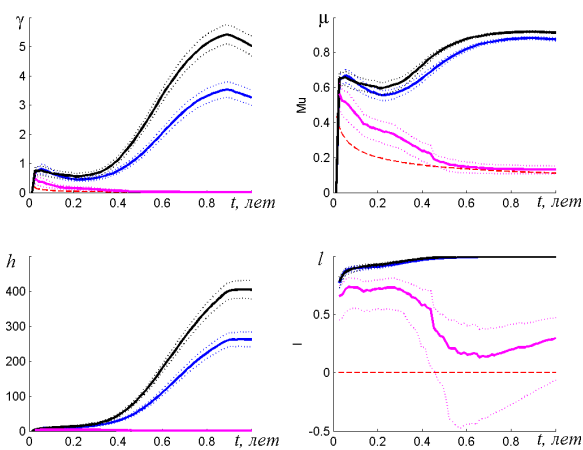


Рис. 4. Результаты расчетов изменения на протяжении года усредненных параметров статистической неустойчивости γ_N (а), μ_N (б), h_N (в) и l_N (д) для минимальной и максимальной суточных температур (верхние сплошные кривые) и количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые), а также соответствующие им коридоры на уровне $0,2\sigma$ (точечные кривые)

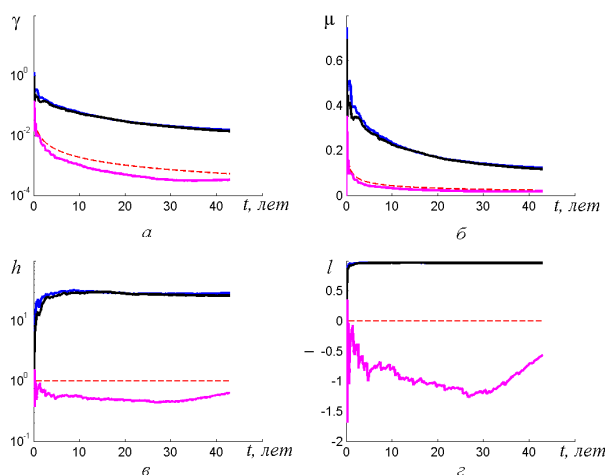


Рис. 5. Результаты расчетов изменения параметров статистической неустойчивости γ_N (а), μ_N (б), h_N (в) и l_N (д) за 43 года наблюдения для минимальной и максимальной суточных температур (верхние сплошные кривые), а также для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые) (данные подвергнуты коррекции с учетом оценок динамики сезонных изменений математического ожидания)

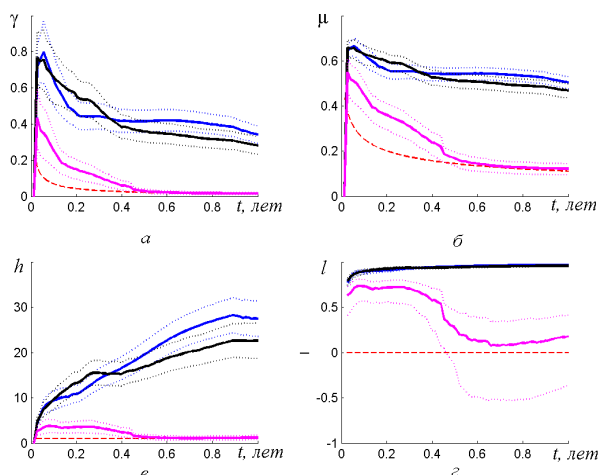


Рис. 6. Результаты расчетов изменения на протяжении года усредненных параметров статистической неустойчивости γ_N (а), μ_N (б), h_N (в) и l_N (д) для минимальной и максимальной суточных температур (верхние сплошные кривые) и для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые), а также соответствующие им коридоры на уровне $0,2\sigma$ (точечные кривые) (данные подвергнуты коррекции с учетом оценок динамики сезонных изменений математического ожидания)

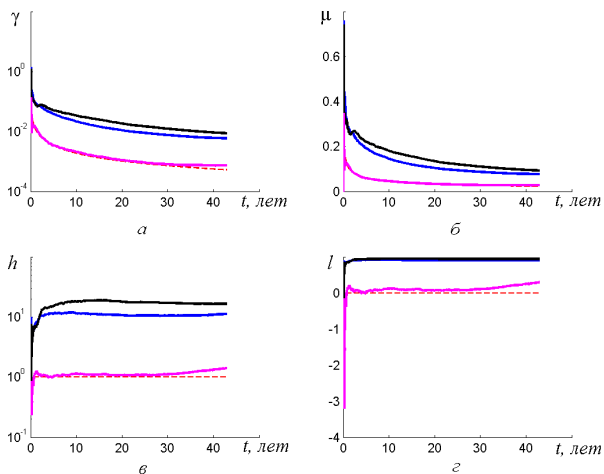


Рис. 7. Результаты расчетов изменения параметров статистической неустойчивости γ_N (а), μ_N (б), h_N (в) и l_N (д) за 43 года наблюдения для минимальной и максимальной суточных температур (верхние сплошные кривые), а также для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые) (данные подвергнуты коррекции с учетом оценок динамики сезонных изменений математического ожидания и СКО)

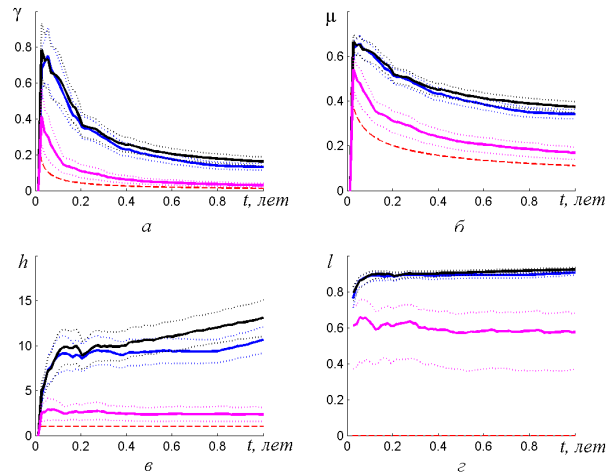


Рис. 8. Результаты расчетов изменения на протяжении года усредненных параметров статистической неустойчивости γ_N (а), μ_N (б), h_N (в) и l_N (д) для минимальной и максимальной суточных температур (верхние сплошные кривые) и для количества среднесуточных осадков (нижние сплошные кривые), а также соответствующие им коридоры на уровне $0,2\sigma$ (точечные кривые) (данные подвергнуты коррекции с учетом оценок динамики сезонных изменений математического ожидания и СКО)

Кривые на рис. 3 и 4 получены без коррекции данных наблюдения, а на рис. 5 – 8 – с предварительной корректировкой. Целью коррекции являлось исключение влияния детерминированных составляющих на параметры статистической неустойчивости.

Коррекция первого типа (рис. 5 и б) осуществлялась путем вычитания из данных наблюдения соответствующих оценок математических ожиданий (рис. 2а, 2в и 2д). Коррекция же второго типа (рис. 7 и 8) – путем вычитания из исходных данных оценок математических ожиданий и последующей нормировки полученных величин на соответствующие оценки СКО (рис. 2б, 2г и 2е).

Коррекция обоих типов, как следует из рис. 5 – 8, приводит к уменьшению значений оценок статистической неустойчивости, особенно заметному на годичном интервале наблюдения. Этот эффект можно объяснить тем, что при отсутствии коррекции изменения температуры и количества осадков определяются в первую очередь сезонными колебаниями, маскирующими нарушения статистической неустойчивости, а при наличии коррекции происходит частичная (при коррекции первого типа) или почти полная (при коррекции второго типа) фильтрация детерминированных составляющих колебаний.

Из рис. 5–8 видно, что колебания количества осадков носят существенно более устойчивый характер, чем колебания температуры, причем как при наличии, так и отсутствии коррекции данных, как при большом (сорокатрехлетнем), так и малом (годичном) интервале наблюдения. Из рис. 7 и 8 следует, что при почти полной фильтрации данных колебания количества осадков носят практически устойчивый статистический характер. Колебания же температуры явно статистически неустойчивы. Нарушения устойчивости наблюдаются уже по истечении нескольких недель (рис. 8).

Полученные результаты свидетельствуют, что колебания количества осадков корректно могут быть описаны с помощью стохастических моделей. Использование же таких моделей для описания колебаний температуры воздуха представляется необоснованным. В этом случае более приемлемыми могут быть гиперслучайные модели, учитывающие нарушения устойчивости.

Следует отметить, что полученные результаты касаются конкретного района. Возможность распространения их на другие районы требует специального исследования.

4. Выводы

1. Исследованы данные сорокатрехлетнего наблюдения за температурой воздуха и осадками в районе Москвы на предмет их статистической устойчивости. Исследования проведены с помощью разработанной ранее методики оценки нарушений статистической устойчивости процессов с применением разных вариантов компенсации сезонных колебаний данных.
2. Установлено, что колебания температуры носят явно выраженный статистически неустойчивый характер. Колебания же осадков статистически устойчивы.
3. Нарушения статистической устойчивости температуры наблюдаются уже по истечении нескольких недель.
4. Полученные результаты указывают на возможность использования стохастических моделей для описания колебаний осадков в районе Москвы на протяжении десятков лет и их непригодность для описания колебаний температуры. Адекватное описание колебаний температуры может быть обеспечено гиперслучайными моделями, учитывающими нарушения статистической устойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Технологии динамико-статистических долгосрочных метеорологических прогнозов: современное состояние и перспективы. – Сайт северо-европейского климатического центра. – Режим доступа: <http://seakc.meteoinfo.ru/training/206-2011-02-20-07-18-08>.
2. Горбань И.И. Нарушение статистической устойчивости физических процессов // Математичні машини і системи. – 2010. – № 1. – С. 171 – 184.
3. Gorban I.I. Disturbance of statistical stability // Information Models of Knowledge. – Kiev – Sofia: ITNEA, 2010. – P. 398 – 410.
4. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений [Электронный ресурс] / Горбань И.И. – К.: ИПММС НАН Украины, 2007. – 184 с. – Режим доступа: <http://ifsc.ualr.edu/jdberleant/intprob/>.
5. Горбань И.И. Теория гиперслучайных явлений: физические и математические основы [Электронный ресурс] / Горбань И.И. – К.: Наукова думка, 2011. – 320 с. – Режим доступа: http://www.immsp.kiev.ua/perspages/gorban_i_i/index.html.
6. Горбань И.И. Статистическая неустойчивость физических процессов / И.И. Горбань // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2011. – (в печати).
7. Архив погоды по городам СНГ. – Режим доступа: http://thermo.karelia.ru/weather/w_history.php.

Стаття надійшла до редакції 10.05.2011