

В.А. Русанов, Р.А. Данеев

## Об адаптивной настройке параметров источника электромагнитного излучения на геостационарной орбите

Предложена процедура оптимизации линейно-угловых параметров передающей антенны спутника на стационарной орбите с целью повышения интенсивности ее электромагнитного поля в комплексе заданных точек земной поверхности (пункты приема сигнала). Основа аналитического решения – представление ковариантными тензорами фиксированной валентности дистанционной интенсивности электромагнитного излучения в зависимости от текущих поправок ориентации диаграммы направленности и корректировки геометрических характеристик антенны.

The procedure of optimization of linear and angular parameters of the transmitting antenna end satellite in a stationary orbit in order to increase its intensity of the electromagnetic field in a complex set of points the earth's surface (collection point evaluation system) is constructed. The basis of the analytical solutions is a covariant tensor representation of a fixed valence remote electromagnetic radiation intensity depending on the current orientation of the pattern of amendments and the adjustments geometric characteristics of the antenna.

Запропоновано процедуру оптимізації лінійно-кутових параметрів передавальної антени супутника на стаціонарній орбіті з метою підвищення інтенсивності її електромагнітного поля в комплексі заданих точок земної поверхні (пункти прийому сигналу). Основа аналітичного рішення – подання коваріантними тензорами фіксованої валентності дистанційної інтенсивності електромагнітного випромінювання залежно від поточних поправок орієнтації діаграми спрямованості та коректування геометричних характеристик антени.

**Введение.** В работе сформулирована и решена задача адаптивной юстировки параметров искусственного источника электромагнитного излучения (ИЭИ) на стационарной орбите в целях максимизации «взвешенно-распределенной» электромагнитной наблюдаемости сигнала ИЭИ в фиксированной группе наземных приемников. Заметим, что в результате теоретико-системных усилий, направленных на решение задач инженерного проектирования в условиях неопределенности (неполного знания существующей системы) появился концепт «адаптивной системы», когда суть адаптации состоит в том, что в реальном масштабе времени модель системы корректируется в соответствии с измеренными текущими характеристиками. Поэтому собственно понятие «адаптивная система» связано с такими качественными показателями, как критерии качества работы, цели и правила регулирования, а также оценка роли неопределенности при описании функциональных параметров системы [1].

В данном контексте востребованы операторные модели, поскольку операторный формализм позволяет в рамках одной структуры рассматривать все виды систем – непрерывную/дискретную, линейную/нелинейную, сосредоточенную/распределенную. Далее используем класс таких

систем – представление ИЭИ в терминах матричной регрессионной модели [2]. Модели данных систем, с одной стороны, поддаются тензорному описанию [3], при этом, как установим, допускается достаточно детальное аналитическое описание на базе аппарата сильной дифференцируемости векторных отображений и теории экстремальных задач [4], а с другой, – на них возложена существенная роль в статистическом моделировании сложных электронных систем [5, 6], в частности, обеспечение (в рамках выбранного критерия – целевого функционала качества) понижения энергетического уровня боковых лепестков многоантенных радиометров (интерферометров) [7].

### Постановка задачи

Пусть  $R$  – поле вещественных чисел,  $R^n$  –  $n$ -мерное векторное пространство над  $R$  с евклидовой нормой  $\|\cdot\|_{R^n}$ ,  $\text{col}(y_1, \dots, y_n) \in R^n$  – вектор-столбец с элементами  $y_1, \dots, y_n \in R$  и  $M_{n,m}(R)$  – пространство всех  $n \times m$ -матриц с элементами из  $R$  и фробениусовой матричной нормой  $\|D\|_F := (\sum d_{ij}^2)^{1/2}$ ,  $D = [d_{ij}]$ . Далее, через  $T_m^k$  обозначим пространство ковариантных тензоров  $k$ -й валентности (вещественных полилинейных форм  $f^{k,m}$ :

**Ключевые слова:** адаптивное управление, регрессионно-тензорное моделирование, квадратичная оптимизация.

:  $R_1^m \times \dots \times R_k^m \rightarrow R$ ) с тензорной нормой  $\|f^{k,m}\|_T := (\sum t_{i,j}^2)^{1/2}$ , где  $t_{i,j}$  – коэффициенты (координаты [3]) тензора  $f^{k,m}$ , значения которых заданы относительно стандартного базиса в  $R^m$ .

Пусть в процессе юстировки поля ИЭИ  $\{b_i\}_{1 \leq i \leq n}$  – комплекс стационарных точек наземного приема сигнала ИЭИ (т.е. радиус-векторы, соединяющие антенну и  $\{b_i\}_{1 \leq i \leq n}$ , постоянны),  $\omega \in R^m$  – некоторый фиксированный (опорный) вектор совместных пространственно-угловых параметров ИЭИ [7],  $v$  – регулируемая вариация вектора  $\omega$  ( $v$  – адаптивная настройка параметров антенны ИЭИ),  $w(\omega+v) \in R^n$  – вектор интенсивности калибровочного сигнала ИЭИ в точках  $b_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . В такой постановке выделим класс нелинейных операторных систем «вход–выход», описываемых векторно-тензорным уравнением многофакторной регрессии вида

$$w(\omega + v) = c + Av + \text{col} \left( \sum_{j=2, \dots, k} f_1^{j,m}(v, \dots, v), \dots, \sum_{j=2, \dots, k} f_n^{j,m}(v, \dots, v) \right) + \varepsilon(\omega, v), \quad (1)$$

где  $c \in R^n$ ,  $A \in M_{n,m}(R)$ ,  $f_i^{j,m} \in T_m^j$ , вектор-функция  $\varepsilon(\omega, \cdot): R^m \rightarrow R^n$  класса  $\|\varepsilon(\omega, v)\|_{R^n} = o((v_1^2 + \dots + v_m^2)^{k/2})$ ,  $v = \text{col}(v_1, \dots, v_m)$ .

**Постановка задач адаптации ИЭИ:** (i) для фиксированного индекса  $k$ , заданного  $\omega \in R^m$  и открытой окрестности  $\Omega \subset R^m$ ,  $\omega \in \Omega$  определить аналитические условия, при которых вектор-функция  $w(\cdot): \Omega \rightarrow R^n$  (интенсивность поля ИЭИ в точках  $b_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ ) удовлетворяет системе (1) с некоторыми  $c, A, f_i^{j,m}$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq k$ ;

(ii) построить алгоритм апостериорной оценки  $c, A, f_i^{j,m}$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq k$  из решения двухкритериальной задачи идентификации регрессионной модели (1):

$$\begin{aligned} & \min \left( \sum_{l=1, \dots, q} (\|w_{(l)} - c - Av_{(l)} - \right. \\ & \left. - \text{col}(\sum_{j=2, \dots, k} f_1^{j,m}(v_{(l)}, \dots, v_{(l)}), \dots, \right. \\ & \left. \sum_{j=2, \dots, k} f_n^{j,m}(v_{(l)}, \dots, v_{(l)}))\|_{R^n}^2)^{1/2}, \quad (2) \\ & \min (\|c\|_{R^n}^2 + \|A\|_F^2 + \sum_{i=1, \dots, n} \sum_{j=2, \dots, k} \|f_i^{j,m}\|_T^2)^{1/2}; \end{aligned}$$

здесь  $w_{(l)} \in R^n$ ,  $v_{(l)} \in R^m$ ,  $1 \leq l \leq q$  – векторы экспериментальных данных ( $w_{(l)}$  – реакция на ва-

риацию  $v_{(l)}$ ),  $\|v_{(l)}\|_{R^m} < 1$  относительно вектора  $\omega \in R^m$ ),  $q$  – число экспериментов (ограничений на  $q$  не накладываем; см. замечание 1);

(iii) в предположении разрешения задач (i) – (ii) определить вариацию  $v^* \in R^m$  вектора  $\omega$ , дающую максимальную взвешенно-распределенную интенсивность  $F(v^*)$  сигнала ИЭИ в точках  $b_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ :

$$\max \{F(v): v \in R^m\}, F(v) = \sum_{i=1, \dots, n} r_i w_i(\omega + v), \quad (3)$$

где координаты вектора  $\text{col}(w_1(\omega + v), \dots, w_n(\omega + v)) = w(\omega + v) \in R^n$  имеют представление согласно идентифицированной модели (1) в силу (2),  $r_i$  – весовые коэффициенты, отражающие приоритет точек зондирования  $b_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ .

### Регрессионно-тензорная модель ИЭИ

На базе аналитических свойств векторных регрессий (1), похожих на поведение голоморфных функций, исследуем задачу (2). В связи с этим дальнейшее изложение основывается на понятии производной Фреше [4]. Последнее положение ставит задачу определения сопутствующих аналитических конструкций, в частности, системы (1) как формулы Тейлора [4] для векторных отображений, через сильные производные, увязанные с тензорными конструкциями; известно [3, 4], что тензоры и сильные производные можно (и удобно) интерпретировать как некоторые геометрические конструкции с полилинейной структурой.

Следующее утверждение устанавливает существенное аналитическое свойство (задача (i) предыдущего раздела), которым должна обладать вектор-функция  $w$ , с целью прояснения вопроса: когда  $w$  удовлетворяет (при некоторых предположениях) понятию многомерной нелинейной тензорной регрессии класса (1).

**Утверждение 1.** Пусть  $\Omega$  – открытая область в  $R^m$  и  $w$  – отображение из  $\Omega$  в  $R^n$ . Если в  $\omega \in \Omega$  существует производная Фреше  $w^{(k)}(\omega)$  порядка  $k$ , которая является равномерно непрерывной функцией от  $\omega$  в  $\Omega$ , то вектор-функция  $w: \Omega \rightarrow R^n$  удовлетворяет системе (1) с некоторыми тензорами  $f_i^{j,m} \in T_m^j$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq k$ , вектором  $c = w(\omega) \in R^n$  и  $(n \times m)$ -матрицей  $A = w^{(1)}(\omega)$ .

В утверждении 1 формулируется качественный факт для существования нелинейной регрессии (1) – тензорная модификация формулы Тейлора [4] для векторных отображений (утверждение [4, с. 495] о дифференцируемой зависимости от начально-краевых условий и параметров дифференциального уравнения ИЭИ).

Уточним конструкцию системы (1), рассмотрев случай  $k = 2$ ; это позволит в следующем разделе не привлекать сложных вычислительных схем при определении оптимального вектора координат установки ИЭИ (задача (3)). В такой постановке нелинейное уравнение (1) примет вид квадратично-векторной системы  $w(\omega + v) = c + Av + \text{col}(v^T B_1 v, \dots, v^T B_n v) + \varepsilon(\omega, v)$ , (4) где знак « $\text{T}$ » – транспонирование,  $B_i \in M_{m,m}(R)$ ,  $i = 1, \dots, n$  (считаем, что  $B_i$  – верхние треугольные матрицы [8]),  $\|\varepsilon(\omega, v)\|_{R^n} = o(v_1^2 + \dots + v_m^2)$ ; согласно теореме п. 12 [9, с. 189], утверждению 1 и формулам (18), (21) [4, с. 491] имеем

$$c = w(\omega), A = w^{(1)}(\omega), \\ 2\text{col}((\cdot)^T B_1 (\cdot), \dots, (\cdot)^T B_n (\cdot)) = w^{(2)}(\omega).$$

Идентификацию в векторно–матрично–тензорной постановке (2) для многосвязной нелинейной модели типа *черный ящик* в классе регрессий (4) свяжем с понятием канонического решения по методу наименьших квадратов (МНК) для конечномерной системы линейных алгебраических уравнений. В этих целях используем [8] конструкцию *нормального псевдорешения* системы линейных уравнений  $Dx = d$ ,  $D \in M_{q,p}(R)$ ,  $d \in R^q$ , когда решение образует вектор  $x \in R^p$ , имеющий наименьшую норму  $\|x\|_{R^p}$  среди всех векторов, приносящих минимум норме  $\|Dx - d\|_{R^q}$ .

В такой постановке обозначим через  $E_q$  – единичную  $q \times q$ -матрицу и пусть  $D \in M_{q,p}(R)$ . Далее, через  $D^+$  обозначим псевдообратную матрицу Мура–Пенроуза [8] для матрицы  $D$ ; асимптотическая конструкция матрицы  $D^+$  имеет вид  $D^+ = \lim \{D^T(DD^T + \tau E_q)^{-1} : \tau \rightarrow 0\}$ ; условимся, что везде далее знак « $^+$ » означает операцию псевдообращения соответствующей матрицы. Тогда (согласно задаче 8 [8, с. 501])

вектор  $x = D^+d$  представляет нормальное псевдорешение линейной системы  $Dx = d$ ,  $D \in M_{q,p}(R)$ ,  $d \in R^q$ .

Далее, для взаимоувязывания параметров системы (4) и эмпирических данных в (2) обозначим через  $\hat{u}_{(l)} \in R^{1+m(m+3)/2}$  вектор, имеющий с учетом верхней треугольной структуры матриц  $B_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  следующее координатное представление

$$\hat{u}_{(l)} := \text{col}(1, v_{1(l)}, \dots, v_{m(l)}, v_{1(l)}v_{1(l)}, \dots, \\ v_{r(l)}v_{s(l)}, \dots, v_{m(l)}v_{m(l)}) \in R^{1+m(m+3)/2}, 1 \leq r \leq s \leq m, \quad (5) \\ \text{col}(v_{1(l)}, \dots, v_{m(l)}) := v_{(l)} \in R^m, \|v_{(l)}\|_{R^m} < 1, 1 \leq l \leq q.$$

Назовем  $U := [\hat{u}_{(1)}, \dots, \hat{u}_{(q)}]^T \in M_{q,1+m(m+3)/2}(R)$  *полной матрицей* экспериментальных данных входных воздействий соответственно  $\beta_i := \text{col}(w_{i(1)}, \dots, w_{i(q)}) \in R^q$  – *полным вектором* экспериментальных данных для выходного сигнала  $w_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ); предположим, что данные  $U$  и  $\beta_i$  прошли предварительную оптимальную фильтрацию [10], обеспечивая предельную погрешность измерения. Далее, сообразуясь с линейно-параметрическим описанием коэффициентов нелинейной модели *вход–выход* для выходного ИЭИ-сигнала  $w_i$  выпишем согласно системе уравнений (4) линейно-квадратичную форму правой части уравнения его регрессии:

$$c_i + \sum_{1 \leq j \leq m} a_{ij}v_j + \sum_{1 \leq g \leq p \leq m} b_{igp}v_gv_p \quad (i = 1, \dots, n). \quad (6)$$

Теперь введем в рассмотрение  $(1 + m(m + 3)/2)$ -вектор  $z_i$  параметров модели ИЭИ

$$c_i, a_{i1}, \dots, a_{im}, b_{i11}, \dots, b_{igp}, \dots, b_{imm}$$

для модели регрессии (6). Очевидно, что в силу уравнений (6) любой фиксированный набор из  $n$  таких векторов полностью определяет (задает) аналитическое представление модели относительно некоторой системы *вход–выход* типа (4):

$$z_i := \text{col}(c_i, a_{i1}, \dots, a_{im}, \\ b_{i11}, \dots, b_{igp}, \dots, b_{imm}) \in R^{1+m(m+3)/2}, 1 \leq i \leq n.$$

**Утверждение 2.** Параметрическая идентификация (2) в терминах регрессионной модели (4) имеет алгебраическое решение

$$z_i^* = U^+ \beta_i, i = 1, \dots, n; \quad (7)$$

здесь  $U$  – полная матрица экспериментальных данных входных воздействий (5),  $\beta_i$  – полный

вектор экспериментальных данных выходного сигнала  $w_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), индуцированного воздействиями (5).

**Доказательство.** Система (4) для каждого  $l$ -го эксперимента согласно соотношениям (5), (6) приобретает компактный вид

$$w_{i(l)} = \hat{u}_{(l)}^T z_i + \varepsilon_{i(l)}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Таким образом, если переформулировать (очевидным способом) оптимизационную задачу (2) в векторно-матричных терминах  $z_i, \beta_i, U$ , то придем к следующей многокритериальной постановке относительно векторов  $z_i, i = 1, \dots, n$ :

$$\begin{aligned} & \min \|\beta_1 - Uz_1\|_{R^q}, \min \|z_1\|_{R^{1+m(m+3)/2}}, \\ & \dots \dots \dots \\ & \min \|\beta_i - Uz_i\|_{R^q}, \min \|z_i\|_{R^{1+m(m+3)/2}}, \\ & \dots \dots \dots \\ & \min \|\beta_n - Uz_n\|_{R^q}, \min \|z_n\|_{R^{1+m(m+3)/2}}. \end{aligned}$$

Очевидно, что данная многокритериальная система имеет нормальное псевдорешение (7) относительно переменных  $z_i, i = 1, \dots, n$ .

*Следствие 1* [11]. Пусть  $z_i^* = U^+ \beta_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Тогда каждый вектор  $z$  параметров регрессионно-матричной модели (4) такой, что имеется  $z \neq z_i^*$  и удовлетворяет одному из двух условий:

$$(*) \quad \|\beta_i - Uz\|_{R^q} > \|\beta_i - Uz_i^*\|_{R^q},$$

или, в противном случае:

$$(**) \quad \|\beta_i - Uz\|_{R^q} = \|\beta_i - Uz_i^*\|_{R^q},$$

$$\|z\|_{R^{1+m(m+3)/2}} > \|z_i^*\|_{R^{1+m(m+3)/2}}.$$

*Замечание 1.* Качественные оценки (\*), (\*\*) зависят от объема апостериорной информации (количества экспериментов  $q$ ), а именно, если  $q > 1 + m(m+3)/2$ , то, как правило, реализуется ситуация пункта (\*), если  $q \leq 1 + m(m+3)/2$  – весьма вероятно, что имеется позиция, выраженная в (\*\*).

В следующем разделе приступим к многомерному геометрическому исследованию минимаксных свойств аналитических решений нелинейной векторной регрессии (4). Существенной чертой полученных далее аналитических результатов в решении оптимизационной задачи (3) будет их явная алгебраическая зави-

симость от идентифицированных параметров регрессионно-матричной системы (4).

### Адаптивная оптимизация параметров ИЭИ

Идентификация функциональной модели ИЭИ класса (4), исследованная в предыдущем разделе, по существу определяет адаптивность процесса выбора вариации  $v^* \in R^m$  линейно-угловых характеристик ИЭИ. Алгоритмических вариантов подобной настройки очевидно много, и необходимо выбрать из них оптимальный с учетом некоторого физико-технического критерия, характеризующего качество юстировки ИЭИ. Рассмотрим критерий оптимальности (3) (с выбором коэффициентов  $r_i, 1 \leq i \leq n$  согласно, например, [12] или учетом следствия 2) и обсудим алгоритмическую схему получения оптимальной вариации  $v^*$  опорного вектора  $\omega$ .

**Утверждение 3.** Пусть  $D_i := (B_i + B_i^T) \in M_{m,m}(R), i = 1, \dots, n$ , где  $B_i$  –  $i$ -я матрица идентифицированной модели (4). Тогда интенсивность  $J_i(v) := w_i(\omega + v)$  сигнала ИЭИ в точке  $b_i$  может иметь внутренний экстремум только в точке

$$v_i^* = -D_i^{-1} A^T e_i \in R^m, \quad (8)$$

где  $\{e_1, \dots, e_n\}$  – стандартный базис в  $R^n$ .

Если  $v^T D_i v$  – отрицательно определенная квадратичная форма, то функционал  $J_i(v)$  имеет в точке  $v_i^*$  максимум ( $v_i^*$  – стационарная точка эллиптического типа).

Если  $v^T D_i v$  – положительно определенная квадратичная форма, то  $J_i(v)$  претерпевает в  $v_i^*$  минимум ( $v_i^*$  – стационарная точка эллиптического типа).

Если  $v^T D_i v$  принимает как положительные, так и отрицательные значения с  $v^T D_i v \neq 0$  при  $v \neq 0$ , то экстремум отсутствует ( $v_i^*$  – точка гиперболического типа; седловая точка).

**Доказательство.** Наметим в общих чертах доказательство выдвинутого утверждения. Для показателя качества  $J_i(v)$  на множестве значений модели (4) необходимое условие локального экстремума определяется уравнением

$$\begin{aligned} & \text{col}(\partial(e_i^T Av + 2^{-1} v^T D_i v) / \partial v_1, \dots \\ & \dots, \partial(e_i^T Av + 2^{-1} v^T D_i v) / \partial v_n) = 0 \in R^n, \end{aligned}$$

которое определяет [4, с. 500] в  $R^m$  (пространство линейно-угловых параметров ИЭИ) координаты (8) стационарной точки  $v_i^*$  функционала  $J_i(v)$ .

С другой стороны знакоопределенность второго дифференциала

$$d^2 J_i(v^*) = \sum_{1 \leq g \leq m} \sum_{1 \leq p \leq m} \partial^2 J_i(v) / \partial v_g \partial v_p \Big|_{v^*} v_g v_p$$

определяет в точке размещения ИЭИ с координатами (8) достаточные условия [4] экстремума для стационарной точки  $v_i^*$ .

Координаты стационарной точки (8) позволяют ответить на вопрос о прогнозируемом значении функционала  $J_i(v_i^*)$ , когда  $v_i^*$  – точка внутреннего максимума (минимума).

*Следствие 2.* Если матрица  $D_i$  есть отрицательно определенной (аналогично положительно определенной), то максимальное (минимальное) значение  $J_i(v^*)$  равно  $c_i - e_i^T A D_i^{-1} A^T e_i / 2$ , где  $c_i$  –  $i$ -я координата вектора  $c \in R^n$  системы (4).

Поскольку для функционала *взвешенно-распределенной* наблюдаемости ИЭИ формально имеем  $F(v) = r_1 J_1(v) + \dots + r_n J_n(v)$ , то утверждение 3 и формула (8) позволяют вычислить стационарную точку  $v^*$  задачи оптимизации (3); координаты вектора  $v^* \in R^m$  определяют в терминах идентифицированных коэффициентов системы (4) оптимальные *физико-технические* параметры режима функционирования ИЭИ:

**Утверждение 4.** Стационарная точка  $v^* \in R^m$  задачи (3) по максимизации *взвешенно-распределенной* (в комплексе зондирования  $\{b_i\}_{1 \leq i \leq n}$ ) интенсивности  $F(v)$  сигнала ИЭИ имеет вид (необходимые условия разрешимости (3))

$$v^* = -(r_1 D_1 + \dots + r_n D_n)^{-1} A^T \text{col}(r_1, \dots, r_n), \quad (9)$$

где  $D_i := (B_i + B_i^T)$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Достаточным условием равенства

$$F(v^*) = \max \{F(v) : v \in R^m\}$$

будет положение: стационарная точка (9) имеет эллиптический тип вида

$$\det [d_{ij}]_p < 0, \quad p = 1, \dots, m, \quad (10)$$

где  $[d_{ij}]_p \in M_{p,p}(R)$  – главные подматрицы [8] матрицы  $D := (r_1 D_1 + \dots + r_n D_n)$ , что эквивалентно: собственные числа  $\lambda_i$  матрицы  $D$  соответствуют неравенствам

$$\lambda_i < 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (11)$$

*Замечание 2.* Если алгебраические условия (10) (равносильно (11)) не выполняются, то критическая точка (9) – либо гиперболическая

(т.е. седловая), либо параболическая точка и, следовательно, требуется дополнительный анализ *параметров–координат* ИЭИ, соответствующих (9); более формально – наличие седловой точки гарантирует смена хотя бы в одном (но не во всех) отношении неравенства «<» из (10), (11) на «>», при этом аналогичная смена «<» на «≤», возможно вызывает структуру параболической точки.

Изложенный подход расширяет процедуры верификации астроприборов [13–15], при этом, если прогнозируемые координаты стационарной точки (9) по каким-либо физико-техническим параметрам выходят за область, адекватно сопрягающую регрессионную и физическую модель ИЭИ, то необходимо провести дополнительный эксперимент, т.е. осуществить замер характеристик ИЭИ (с вектором  $v$ , близким к точке (9)) с внесением полученного результата в расширенную матрицу экспериментальных данных  $U$ . Затем необходимо выполнить пересчет изложенных этапов процесса адаптивной оптимизации параметров ИЭИ [16] (возможно, используя обобщенный МНК [17]); при необходимости подобный эксперимент, а также двухкритериальную идентификацию (2) и оптимизацию (3) необходимо повторить.

**Заключение.** Описание модели ИЭИ в терминах дифференциальной модели и регрессионно-тензорного представления (1) адекватны в силу утверждения о дифференцируемой зависимости решения дифференциального уравнения от начально-краевых условий и параметров, а также утверждения 1. Поэтому одной из главных задач было дать точное и удобное определение обратной задачи электродинамики как нелинейной векторной регрессии на языке тензорной алгебры, когда нелинейные регрессионные модели были бы компактны и удобны в обращении. В связи с этим предложено оценивать векторно-матричные параметры регрессионно-тензорной модели ИЭИ как *взвешенно-распределенной* интенсивности сигнала ИЭИ от группы наземных приемников в результате псевдообращения информационной матрицы экспериментальных данных. Алгоритм идентификации регрессионно-матричной модели ИЭИ

согласно предложенным критериям обеспечивает оптимальную *робастно-адаптивную* настройку комплексных линейно-угловых параметров передающей антенны ИЭИ.

Изложенные идеи можно развить в нескольких направлениях теоретико-прикладных исследований по совершенствованию предложенных алгоритмов оптимальной ориентации ИЭИ в привязке к юстировке его геометрической компоновки, а также расширению рамок адекватности регрессионных уравнений дистанционной интенсивности ИЭИ на комплексе точек зондирования при дополнительном исследовании [18] следующих факторов нелинейности математической модели ИЭИ:

- на разработку процедуры выбора весовых коэффициентов  $r_i$ ,  $1 \leq i \leq n$  в (3), обеспечивающих эллиптический характер стационарной точки (9) функционала  $F(v)$ , исходя из условий (11) в привязке к теореме 6.3.12 [8];

- на расширение, согласно утверждению 1, уравнений регрессии (4) *тейлоровским разложением* вектор-функции  $v \mapsto w(\omega + v)$  на базе ковариантных тензоров валентности  $k > 2$  при интервальных множествах помех [19];

- на задачу оптимизации (3) в постановке нелинейного программирования при  $k > 2$ ,  $v \in V \subset R^m$ ,  $V$  – ограниченная, несвязная, невыпуклая область.

1. Ackerman J. Robust control: systems with uncertain physical parameters. – New York: Springer-Verlag, 1993. – 404 p.
2. Дрейпер Н.Р., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – М.: Вильямс, 2007. – 912 с.
3. Акивис М.А., Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. – М.: Наука, 1972. – 352 с.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1976. – 544 с.
5. Ковель А.А., Покидько С.В. Математическое планирование эксперимента при обработке электронных элементов // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. – Т. 51, № 8. – С. 13–17.
6. Степенной закон распределения в статистике отказов в работе бортовой аппаратуры космических аппаратов / Л.М. Каримова, О.А. Круглун, Н.Г. Макаренко и др. // Космические исследования. – 2011. – Т. 49, № 5. – С. 470–475.

7. Оптимальные оценки параметров сигналов мало-размерного источника радиотеплового излучения в двухантенном радиометре / В.К. Волосяк, В.Ф. Кравченко, В.В. Павликов и др. // Докл. РАН. – 2013. – Т. 449, № 3. – С. 281–285.
8. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. – М.: Мир, 1989. – 656 с.
9. Банах С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1972. – 424 с.
10. Волосяк В.К., Кравченко В.Ф. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / Под ред. В.Ф. Кравченко. – М.: Физматлит, 2008. – 704 с.
11. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука, 1982. – 268 с.
12. Теория выбора и принятия решений. / И.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубчинский и др. – М.: Наука, 1982. – 328 с.
13. Управление движением космического платформенного комплекса. V. Алгоритмы юстировки комплекса / И.Н. Алешин, В.В. Батурин, А.В. Молоденков и др. // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2002. – № 3. – С. 132–139.
14. Лебедев Д.В., Ткаченко А.И. Калибровка информационно-измерительного комплекса космического аппарата, предназначенного для съемки земной поверхности // Проблемы управ. и информ. – 2004. – № 1. – С. 101–120.
15. Лебедев Д.В., Ткаченко А.И. Параметрическая юстировка комплекса «камера и звездный датчик», установленного на низкоорбитальном космическом аппарате // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2013. – № 2. – С. 153–165.
16. Шарпинский Д.Ю., Русанов В.А., Данеев Р.А. Оптимальное размещение источника электромагнитного поля «ОРИЭП» // Свидетельство Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2010613002 от 06.05.2010 г.
17. Сарычев А.П. Идентификация параметров систем авторегрессионных уравнений при известных ковариационных матрицах // Проблемы управ. и информ. – 2012. – № 3. – С. 14–30.
18. Ross G.J. Nonlinear Estimation. – New York: Springer-Verlag, 1990. – 237 p.
19. Kreinovich V., Lakeyev A.V., Rohn J., Kahl P. Computational complexity and feasibility of data processing and interval computational. – Dordrecht: Kluwer. 1998. – 472 p.

Поступила 18.09.2014  
Тел. для справок: +7 3952 36-5093 (Иркутск, Россия)  
E-mail: v.rusanov@mail.ru, daneev@mail.ru,  
© В.А. Русанов, Р.А. Данеев, 2014