УДК 004.9; 681.5

О.Г. СЛАВКО

МЕТОД СИНТЕЗУ ЕКВІВАЛЕНТА НЕВІДОМОГО ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ ДЛЯ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Анотація. *У даній роботі розроблено метод синтезу еквівалента сигналу невідомого зовнішнього збурення для динамічних об'єктів, описаних диференціальними рівняннями першого та другого порядків, що дозволяє здійснювати керування динамічними об'єктами на основі неявної математичної моделі об'єкта керування в умовах малої апріорної інформації про керований процес. Наведено приклади результатів роботи розробленого методу для типових та нетипових видів зовнішнього збурення.*
Ключові слова: *динамічні об'єкти, диференціальні рівняння, еквівалент зовнішнього збурення.*

Аннотация. *В данной работе разработан метод синтеза эквивалента сигнала неизвестного внешнего возмущения для динамических объектов, описанных дифференциальными уравнениями первого и второго порядков, который позволяет управлять динамическими объектами на основе неявной математической модели объекта управления в условиях малой априорной информации о процессе управления. Приведены примеры результатов работы разработанного метода для типичных и нетипичных видов внешнего возмущения.*
Ключевые слова: *динамические объекты, дифференциальные уравнения, эквивалент внешнего возмущения.*

Abstract. *A method of synthesis of unknown external disturbance equivalent for dynamic objects described by first- and second-order differential equations is developed. It allows us to control dynamic objects on the basis of implicit mathematical model of a controlled object under low a priori information about the control process. Examples of results of the proposed method for typical and untypical external disturbances are shown.*
Keywords: *dynamic objects, differential equations, external disturbance equivalent.*

1. Вступ

У задачі оптимального керування наявність адекватної математичної моделі (ММ) об'єкта керування є важливою проблемою. Класичним методом опису динамічних систем є використання диференціальних рівнянь. Однак на практиці складання диференціальних рівнянь, що описують динаміку об'єкта керування, іноді є неможливим через наявність проблеми структурної або параметричної ідентифікації та недостатність інформації про зовнішні збурення, що діють на об'єкт керування. В [1, 2] запропоновано метод активно-резонансного керування, основна ідея якого полягає в тому, що модель керованого процесу може бути створена на основі сигналу керування, вплив якого на об'єкт керування в поточний момент часу є еквівалентним дії зовнішніх невідомих збурень за умови невідомої динаміки самого об'єкта керування. В роботах [3, 4] даний метод реалізовано для найпростішого виду об'єктів керування, а саме масштабної ланки:

$$y(t) = a \cdot f(t) + b \cdot u(t),$$

де t – час (с), $y(t)$ – вихідна реакція об'єкта, $f(t)$ – сигнал зовнішнього збурення, $u(t)$ – сигнал керування, a, b – коефіцієнти підсилення сигналів збурення та керування відповідно.

Метою роботи є розробка методу синтезу еквівалента невідомого зовнішнього збурення для динамічних об'єктів керування, математичні моделі яких представлені диференціальними рівняннями першого та другого порядків в умовах параметричної невизначеності.

2. Аналіз попередніх результатів

Класичні методи побудови ММ об'єктів керування на основі активних методів параметричної ідентифікації [5], статистичної теорії прийняття рішень і принципу дуального керування [6, 7] потребують значного часу й обчислювальних потужностей [8] і в умовах невизначеності мають достатньо велику похибку. Основна ідея запропонованого в [1, 2] методу, на відміну від класичних підходів, полягає в тому, що модель об'єкта керування синтезується в реальному часі у вигляді еквівалента невідомого зовнішнього збурення. Таким чином створюється неявна ММ об'єкта, що дозволяє синтезувати керуючий сигнал за умови недостатньої апріорної інформації про керований процес. Тому узагальнення розробленого в [1, 2] методу синтезу в реальному часі еквівалента зовнішнього збурення для об'єктів, описаних диференціальними рівняннями, слід вважати актуальною проблемою, не розв'язаною до цього часу.

3. Розробка методу синтезу еквівалента невідомого зовнішнього збурення для динамічних об'єктів

У роботі розглянемо побудову алгоритму синтезу еквівалента зовнішнього збурення для двох типів диференціальних рівнянь (першого і другого порядків), які є найбільш уживаними при описі систем керування. Для кожного типу рівняння пропонуються дві модифікації алгоритму, що обумовлено потребами особливостей програмування імітаційних моделей у різних типах середовищ (наприклад, MathCad, MATLAB та ін.).

1. Розглянемо систему керування, описану диференціальним рівнянням першого порядку:

$$\frac{dy(t)}{dt}+ay(t)=f(t)+u(t), \tag{1}$$

де t – час (с), $y(t)$ – вихідна реакція системи керування, $f(t)$ – сигнал зовнішнього збурення, $u(t)$ – сигнал керування, a – невідомий параметр.

Вважаємо, що невідомий коефіцієнт a ідентифікований за алгоритмом ідентифікації узагальнених параметрів [9].

Розглянемо дві модифікації алгоритму, які відрізняються способом наближення похідної:

а) представлення похідної через поточне та попереднє значення.

Скористаємося наближеним представленням похідної через поточне та попереднє значення керованої реакції системи:

$$\frac{dy(t_i)}{dt}\approx\frac{y(t_i)-y(t_{i-1})}{h}, \tag{2}$$

де $t_i=t_0+hi$, $i=1\ldots n$.

Тоді, після нескладних перетворень (1), з урахуванням (2), отримаємо

$$y(t_i)=\frac{h}{ah+1}\left(f(t_i)+u(t_i)\right)+\frac{y(t_{i-1})}{ah+1}. \tag{3}$$

Введемо позначення:

$$A=\frac{1}{ah+1},\quad B=\frac{h}{ah+1}. \tag{4}$$

Тоді розв'язок рівняння (1) на основі (3) можна представити у вигляді рекурентної послідовності:

$$y(t_i)=Ay(t_{i-1})+B\big(f(t_i)+u(t_i)\big), \tag{5}$$

де $t_i=t_0+h\cdot i$, $i=1\ldots n$, $y(t_i)$ – поточний вихідний керований сигнал системи, $y(t_{i-1})$ – вихідний керований сигнал системи в попередній момент часу, $f(t_i)$ – поточний сигнал зовнішнього збурення, $u(t_i)$ – поточний сигнал керування, A, B – невідомі параметри.

Нехай зовнішнє збурення $f(t)$, що діє на об'єкт керування, є неперервною гладкою функцією. Сигнал керування $u(t)$ формується згідно з алгоритмом, запропонованим в [1, 2]. Однак для коректного застосування динамічної системи, описаної диференціальним рівнянням, алгоритм синтезу еквівалента сигналу невідомого зовнішнього збурення необхідно модифікувати.

З рівняння (5) алгоритм синтезу еквівалента зовнішнього збурення отримує вихідну керовану реакцію об'єкта керування $y(t)$. Однак цього значення недостатньо для коректного функціонування даного алгоритму. Тому, окрім отримання значення $y(t)$, в алгоритм необхідно внести сформовану ліву частину диференціального рівняння. Отже, з урахуванням (2), отримаємо ліву частину $L(t)$ диференціального рівняння (1):

$$L(t)=\frac{dy(t)}{dt}+ay(t),\quad L(t_i)=\frac{y(t_i)-y(t_{i-1})}{h}+ay(t_i),$$

$$L(t_i)=\frac{1+ah}{h}y(t_i)-\frac{y(t_{i-1})}{h}.$$

З урахуванням (4), отримаємо

$$L(t_i)=\frac{y(t_i)}{Ah}-\frac{y(t_{i-1})}{h}; \tag{6}$$

б) представлення похідної через поточне та наступне значення.

Скористаємося наближеним представленням похідної через поточне та наступне значення керованої реакції системи. На перший погляд, виникає протиріччя, бо наступне значення реакції ще не сформоване, але насправді в самому алгоритмі ми використовуватимемо дійсне поточне значення як наступне (зсув на один крок уперед). Такий підхід спрощує алгоритмічну побудову рекурентної послідовності та зменшує кількість обчислень коефіцієнтів, що впливає на швидкість роботи регулятора. Більш того, спрощується отримання явних оцінок впливу похибки наближеного різницевого представлення похідної і відкривається шлях для розробки алгоритму синтезу еквівалента зовнішнього збурення для диференціальних рівнянь будь-якого порядку та використання ряду Тейлора для наближень.

Оскільки

$$y(t_{i+1})=y(t_i)+\frac{dy(t_i)}{dt}h+\frac{d^2y(t_i)}{dt^2}\frac{h^2}{2!}+\ldots+\frac{d^ny(t_i)}{dt^n}\frac{h^n}{n!}+\ldots,$$

то

$$y(t_{i+1})=y(t_i)+\frac{dy(t_i)}{dt}h+O(h^2),$$

$$\frac{y(t_{i+1})-y(t_i)}{h}-\frac{O(h^2)}{h}=\frac{dy(t_i)}{dt}. \tag{7}$$

Підставивши (7) в (1), після перетворень, аналогічних попереднім, остаточно отримаємо

$$y(t_{i+1}) = \big(f(t_i) + u(t_i)\big) - \left(a - \frac{1}{h}\right) y(t_i) + \frac{O(h^2)}{h}.$$

Отже, наступне значення вихідної реакції об'єкта керування отримується на основі поточного значення. Залишається лише врахувати зсув на один крок в алгоритмі синтезу еквівалента зовнішнього збурення.

З урахуванням (7), аналогічно (6), отримаємо ліву частину $L(t)$ рівняння (1):

$$L(t_{i+1}) = y(t_{i+1}) + \left(a - \frac{1}{h}\right) y(t_i) - \frac{O(h^2)}{h}. \tag{8}$$

Вибір використання (6) або (8) визначається лише особливостями програмування алгоритму синтезу еквівалента зовнішнього збурення.

2. Розглянемо систему керування, описану диференціальним рівнянням другого порядку:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t) + u(t), \tag{9}$$

де t – час (с), $y(t)$ – вихідна реакція системи керування, $f(t)$ – сигнал зовнішнього збурення, $u(t)$ – сигнал керування, a_1, a_0 – невідомі параметри.

Вважаємо, що невідомі коефіцієнти a_1, a_0 ідентифіковані за алгоритмом ідентифікації узагальнених параметрів [9].

Представлення похідної через поточне та попереднє значення.

Оскільки

$$\frac{dy(t_i)}{dt} \approx \frac{y(t_i) - y(t_{i-1})}{h} \quad \text{та} \quad \frac{d^2 y(t_i)}{dt^2} \approx \frac{y(t_i) - 2y(t_{i-1}) + y(t_{i-2})}{h^2}, \tag{10}$$

то

$$\frac{y(t_i) - 2y(t_{i-1}) + y(t_{i-2})}{h^2} + a_1 \frac{y(t_i) - y(t_{i-1})}{h} + a_0 y(t) = f(t_i) + u(t_i).$$

Після перетворень (9), з урахуванням (10), отримаємо

$$y(t_i) = \frac{(2 + a_1 h)\, y(t_{i-1})}{1 + a_1 h + a_0 h^2} - \frac{y(t_{i-2})}{1 + a_1 h + a_0 h^2} + \frac{h^2 \big(f(t_i) + u(t_i)\big)}{1 + a_1 h + a_0 h^2}.$$

Введемо позначення:

$$A = \frac{2 + a_1 h}{1 + a_1 h + a_0 h^2}, \qquad B = \frac{1}{1 + a_1 h + a_0 h^2}, \qquad C = \frac{h^2}{1 + a_1 h + a_0 h^2} \tag{11}$$

за умови, що $1 + a_1 h + a_0 h^2 \neq 0$.

Тоді рівняння (9), з урахуванням (11), можна наближено представити у рекурентному вигляді:

$$y(t_i) = Ay(t_{i-1}) - By(t_{i-2}) + C\big(f(t_i) + u(t_i)\big),$$

де $t_i = t_0 + h \cdot i$, $i = 1 \ldots n$, $y(t_i)$ – поточний вихідний керований сигнал системи, $y(t_{i-1}), y(t_{i-2})$ – вихідний керований сигнал системи в попередній момент часу, $f(t_i)$ –

поточний сигнал зовнішнього збурення, $u(t_i)$ – поточний сигнал керування, A, B, C – невідомі параметри.

З урахуванням (10), отримаємо ліву частину диференціального рівняння (9) за викладеною раніше методикою:

$$L(t)=\frac{d^2y(t)}{dt^2}+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t),$$

$$L(t_i)=\frac{y(t_i)-2y(t_{i-1})+y(t_{i-2})}{h^2}+a_1\frac{y(t_i)-y(t_{i-1})}{h}+a_0y(t_i),$$

$$L(t_i)=\frac{1+a_1h+a_0h^2}{h^2}y(t_i)-\frac{2+a_1h}{h^2}y(t_{i-1})+\frac{y(t_{i-2})}{h^2}.$$

З урахуванням (11), остаточно отримаємо

$$L(t_i)=\frac{y(t_i)}{Bh^2}-\frac{A}{Bh^2}y(t_{i-1})+\frac{y(t_{i-2})}{h^2}. \qquad (12)$$

Представлення похідної через поточне та наступне значення.

Використовуючи ряд Тейлора, отримаємо

$$\left(y(t_{i+1})-y(t_i)-h\frac{dy(t_i)}{dt}-O(h^3)\right)\frac{2!}{h^2}=\frac{d^2y(t_i)}{dt^2}, \qquad (13)$$

$$\frac{y(t_{i+1})-y(t_i)}{h}-\frac{O(h^2)}{h}=\frac{dy(t_i)}{dt}. \qquad (14)$$

У дискретній формі, після підстановки (13), (14) в (9) та перетворень, отримаємо

$$\frac{a_1}{h}y(t_{i+1})+\left(a_0-\frac{a_1}{h}\right)y(t_i)+\left(\frac{2!}{h^2}-\frac{a_1}{h}\right)O(h^2)-\frac{2!}{h^2}O(h^3)=f(t_i)+u(t_i).$$

Нехай сумарна похибка ε визначається як

$$\varepsilon=\left(\frac{2!}{h^2}-\frac{a_1}{h}\right)O(h^2)-\frac{2!}{h^2}O(h^3). \qquad (15)$$

Тоді, з урахуванням (15), рівняння (9) можна представити як

$$y(t_{i+1})=\frac{h}{a_1}\left(f(t_i)+u(t_i)\right)+\left(1-\frac{a_0h}{a_1}\right)y(t_i)-\varepsilon.$$

Аналогічно (12), отримаємо ліву частину диференціального рівняння (9):

$$L(t_{i+1})=\frac{a_1}{h}y(t_{i+1})+\left(a_0-\frac{a_1}{h}\right)y(t_i)+\varepsilon.$$

Побудуємо алгоритм синтезу еквівалента невідомого зовнішнього збурення для зазначених вище випадків. Запропонований у роботі підхід дозволяє будувати загальну схему синтезу еквівалента зовнішнього збурення, яка для різних порядків диференціальних рівнянь буде відрізнятися лише формулами для $L(t)$. На рис. 1 наведено блок-схему зазначеного алгоритму.

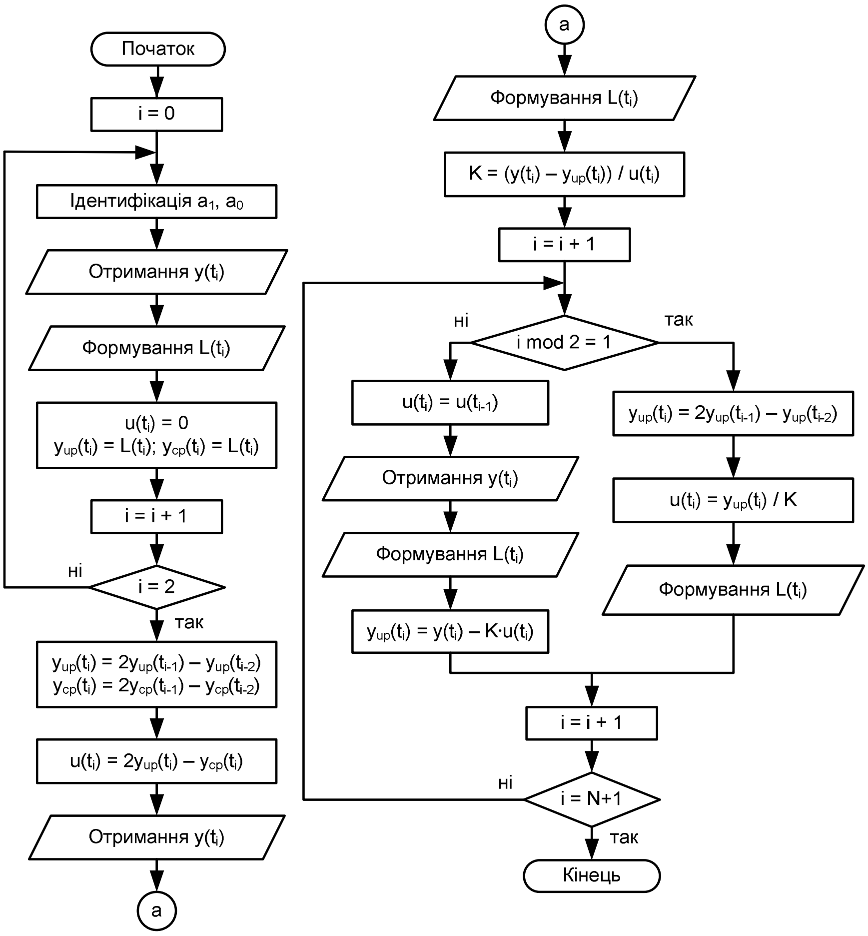
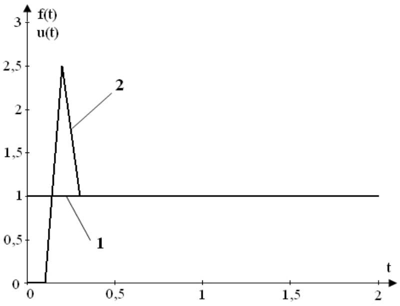
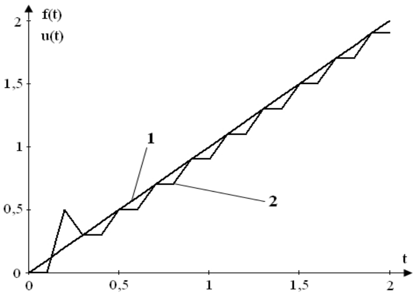


Рис. 1. Блок-схема алгоритму синтезу еквівалента зовнішнього збурення для динамічних об’єктів

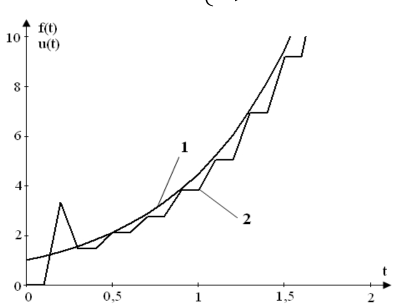
На рис. 2 для прикладу наведено результати роботи алгоритму синтезу еквівалента зовнішнього збурення для типових випадків зовнішнього збурення.



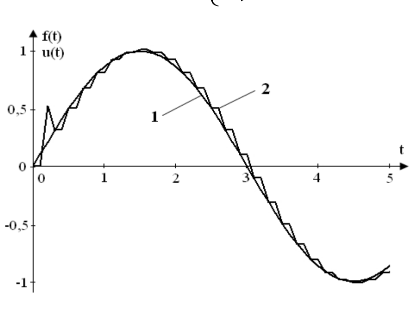
а) $f(t) = \begin{cases} 1; & t \geq 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}$



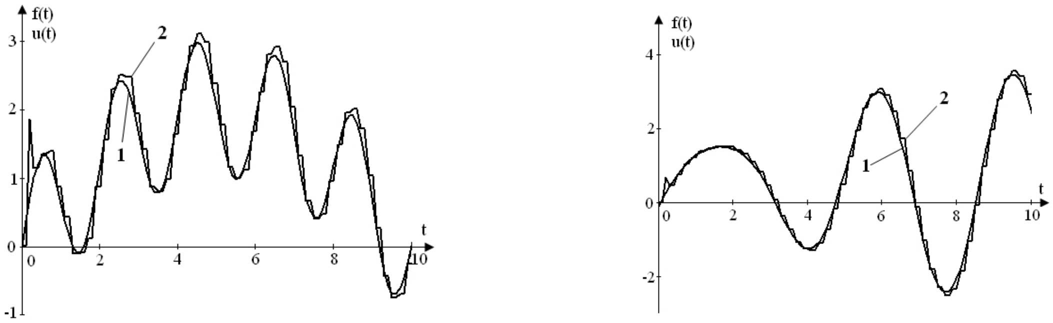
б) $f(t) = \begin{cases} t; & t \geq 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases}$



в) $f(t) = e^{\alpha \cdot t}$



г) $f(t) = A\sin(\omega \cdot t + \varphi) + B$

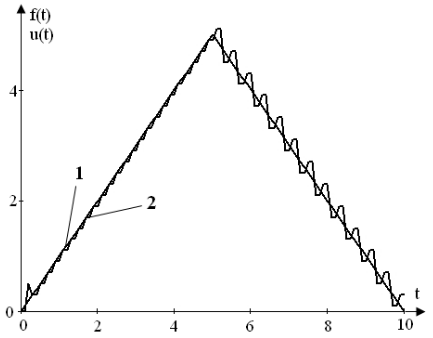


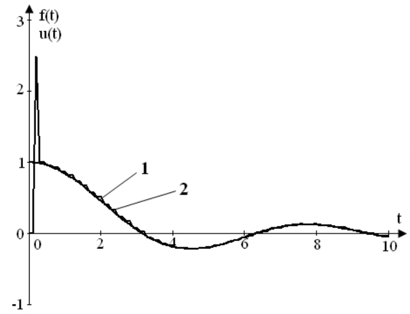
д) $f(t)=A_1\sin\left(\omega_1 t+\varphi_1\right)+A_2\sin\left(\omega_2 t+\varphi_2\right)$ е) $f(t)=A_1\cos\left(\omega_1 t+\varphi_1\right)+A_2\cos\left(\omega_2 t+\varphi_2\right)$

Рис. 2. Приклади синтезованого еквівалента для типових збурень:

1 – сигнал невідомого зовнішнього збурення $f\left(t\right)$, 2 – синтезований еквівалент $u\left(t\right)$

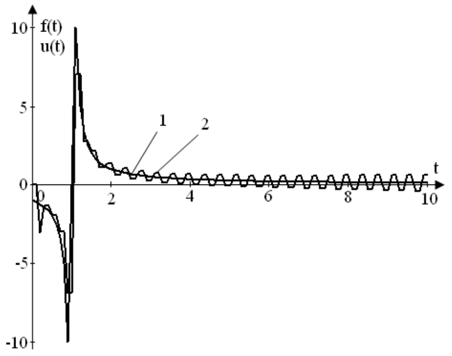
На рис. 3 показана спроможність алгоритму будувати еквівалент невідомого зовнішнього збурення з особливостями. Розглянуто випадки розриву функцій збурення та випадок порушення їх гладкості. На рис. 3 г величина $X\left(t\right)$ – випадкова величина з нормальним розподілом.

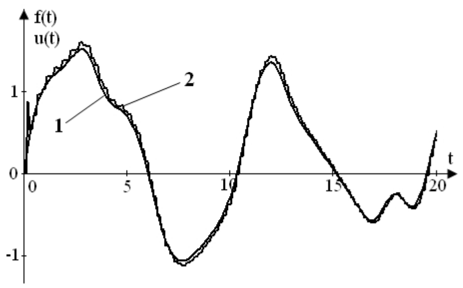




а) $f(t)=-\left|t-5\right|+5$

б) $f(t)=\begin{cases}\dfrac{\sin\left(t\right)}{t}; & t\neq 0\\ 1; & t=0\end{cases}$





в) $f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{t-1}; & t\neq 1\\ 0; & t=1\end{cases}$

г) $f(t)=A\sin\left(\omega\cdot t+\varphi\right)+X\left(t\right)$

Рис. 3. Приклади синтезованого еквівалента для збурень з особливостями:

1 – сигнал невідомого зовнішнього збурення $f\left(t\right)$, 2 – синтезований еквівалент $u\left(t\right)$

4. Висновки

У даній роботі вперше побудовано метод синтезу еквівалента сигналу невідомого зовнішнього збурення для динамічних об'єктів, описаних диференціальними рівняннями першого та другого порядків, що значно розширює можливості алгоритму [1, 2] та дозволяє здійснювати керування динамічними об'єктами при дії невідомого збурення. В роботі проведено оцінку похибки різницевого представлення похідної. Результати роботи будуть корисними при розробці імітаційної моделі регулятора на основі принципу побудови еквівалента невідомого зовнішнього збурення для керування динамічними об'єктами.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гученко М.І. Активно-резонансний алгоритм стабілізації / М.І. Гученко // Нові технології. Науковий вісник Інституту економіки та нових технологій ім. Ю.І. Кравченка. – 2003. – № 1(2). – С. 57 – 61.
2. Гученко М.І. Активно-резонансний принцип керування / М.І. Гученко // Зб. тез доп. 16 Міжнарод. конф. з автоматичного управління "Автоматика – 2009". – Чернівці, 2009. – 22– 25 вересня. – С. 59 – 61.
3. Славко Е.Г. Реализация алгоритма активного резонанса в среде Simulink для задачи стабилизации динамической системы / Е.Г. Славко, Н.И. Гученко // Сб. тез. докл. 12 Междунар. науч.-техн. конф. "Моделирование, идентификация, синтез систем управления". – Москва-Донецк, 2009. – 16–23 сентября. – С. 70 – 71.
4. Славко О.Г. Побудова імітаційної моделі активно-резонансного регулятора / О.Г. Славко, М.І. Гученко // Зб. тез доп. 12 Міжнар. наук.-практ. конф. "Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем" (MPZIS-2009). – Дніпропетровськ, 2009. – 25–27 листопада. – С. 254 – 255.
5. Ljung L. System identification. Theory for the user. Second edition / L. Ljung // Prentice Hall PTR, Upper Saddle River. – 1999. – 609 p.
6. Фельдбаум А.А. Основы теории оптимальных автоматических систем / Фельдбаум А.А. – [изд. 2, испр. и доп.]. – М.: Наука, 1966. – 624 с.
7. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
8. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / Кунцевич В.М. – Киев: Наукова думка, 2006. – 264 с.
9. Славко О.Г. Алгоритм ідентифікації узагальнених параметрів в системах з активно-резонансним керуванням / О.Г. Славко // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. пр. – К.: НАУ, 2010. – Вип. 1 (29). – С. 159 – 163.

Стаття надійшла до редакції 09.09.2010