

Я.І. ВИКЛЮК

## СТОХАСТИЧНІ БРОУНІВСЬКІ ФРАКТАЛЬНІ РЕЛЬЄФИ ТА НЕЧІТКА ЛОГІКА ЯК ОСНОВА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ОРГАНІЗАЦІЇ ТУРИСТИЧНИХ ПОСЕЛЕНЬ

---

**Анотація.** Проведено аналіз досліджень у сфері фрактального моделювання урбанізованих територій. Розроблено методіку моделювання просторової структури туристичних поселень на основі самоафінних броунівських поверхонь у нечіткому ймовірнісному полі. Апробація розробленої моделі на реальних об'єктах підтвердила високий рівень адекватності і точності.

**Ключові слова:** самоафінний фрактал, нечітка логіка, рекурсія, фрактальна розмірність, урбанізація, ГІС.

**Аннотация.** Проведен анализ исследований в области фрактального моделирования урбанизированных территорий. Разработана методика моделирования пространственной структуры туристических поселений на основе самоафинных броуновских поверхностей в нечетком вероятностном поле. Апробация разработанной модели на реальных объектах подтвердила высокий уровень адекватности и точности.

**Ключевые слова:** самоафинный фрактал, нечеткая логика, рекурсия, фрактальная размерность, урбанизация, ГИС.

**Abstract.** Analyze in area of urban territory fractal modeling was conducted. Methodology of tourist's cities spatial structure modeling on the basis of self-affine Brownian surfaces in fuzzy probabilistic field was developed. Model adequacy was checked on real objects and show high level of accuracy.

**Key words:** self affine fractal, fuzzy logic, recursion, fractal dimension, urbanization, GIS.

### 1. Вступ

Популяризація активного відпочинку та рекреації в останні роки призвела до швидкого зростання кількості туристично-рекреаційних комплексів. Як правило, поява нового комплексу чи активізація вже існуючого призводить до розростання інфраструктури населеного пункту та розширення урбанізованих площ під забудову. Стрімкий розвиток туристичної галузі вимагає швидких, кількісних, адекватних математичних методів та методик при прийнятті рішень. Однією з найбільш актуальних задач туристичної галузі є прогноз структури та форми туристичних поселень і урбанізованих територій. Низький рівень адекватності класичних математичних моделей ставить перед науковцями питання про розробку та впровадження сучасних методів математичного моделювання, таких як SoftComputing та фрактальна геометрія.

Метою наукових досліджень просторової організації було вивести ідеалізовану теорію розбудови міст у рамках жорстких обмежень. Довгий час просторова організація міст описувалась за допомогою геометрії Евкліда. Однак ідеалізовані міста були далекі від реально існуючих. Основною проблемою була саме неможливість застосування класичної математики до реальних об'єктів. За допомогою геометрії Евкліда можна виміряти такі фундаментальні величини, як довжина, площа тощо. Однак в реальних містах базовою «цеглиною» в більшості випадків є одиночний будинок. Будинки, у свою чергу, утворюють квартали. Кwartали складаються з будинків, які впорядковані за певними законами самоподібності та обмежені дорогами, що відділяють квартали один від одного. Кwartали утворюють самоподібну структуру, що залежить від спеціалізації атракторів, навколо яких ведеться забудова міста. Як атрактори може виступати завод, розважальний центр, церква, ринкова площа міста тощо [1].

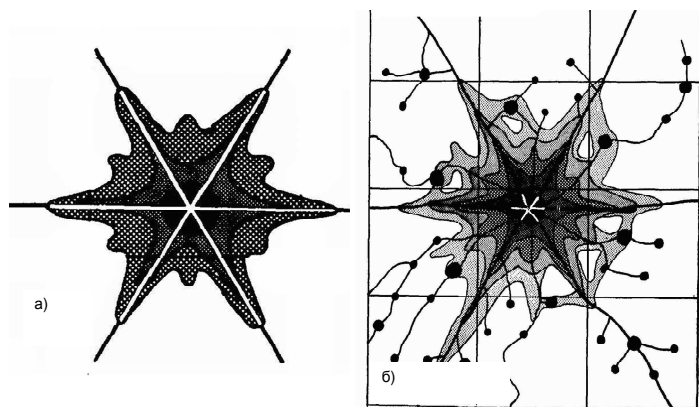


Рис. 1. Форма гармонійного розвитку міст (а) з урахуванням основних транспортних шляхів, (б) з урахуванням другорядних доріг [3]

Згідно з геометрією Евкліда, ідеальні міста мають характеризуватись регулярністю, в той самий час, переважна більшість міст є нерегулярною, і можуть бути описані геометрією Мандельброта [2]. В першому випадку міста мають мати сферичну форму. Насправді на форму міст впливають транспортні шляхи, що деформують сферу вздовж транспортних артерій

(рис. 1) [3]. Класично міста представляються у вигляді абсолютної регулярної дискретної сітки основних типів поселення, які система-

тично урбанізовані та утворюють міста, села й регіони. Насправді поселення характеризуються неперервною структурою і можуть займати нецілу кількість клітинок або розташовуватись на гранях сітки. Аналогічно виникає проблема з визначенням периметра населеного пункту. При будь-якому збільшенні масштабу вимірювання з'являються нові нерівності у структурі. У граничному випадку периметр буде прямувати до безмежності. Як було показано в роботі [4], такі структури володіють нецілою розмірністю Хаусдорфа-Базікевича, а самі системи можуть бути змодельовані за допомогою фрактальної геометрії. Нормою в містобудівних системах є представлення міста у вигляді вулиць та будинків. Часто при будівництві нових житлових масивів приймається рішення про будівництво паралельних та прямих вулиць. Міста, які мають багатовікову історію та розвивались без генерального планування, не містять паралельних вулиць, чистої симетрії і, на перший погляд, володіють хаотичною структурою. Однак ця хаотична та самоподібна структура утворює гармонійне місто. Можна зробити висновок, що нерегулярність та нерівномірність форм сучасного міста є нормою, а не винятком.

При дослідженні просторового розвитку урбанізованих систем прийнято виділяти внутрішню структуру й периферію. Для моделювання внутрішньої структури широко використовуються математичні самоафінні фрактали [5, 6]. Моделювання периферії населених пунктів, як правило, проводиться методами фізичних фракталів, а саме за допомогою дифузно-обмеженої агрегації та клітинними апаратами.

Достатньо відомим методом моделювання урбанізації території є модель клітинної урбанізації (Cellular Urban Model) [7]. Для визначення імовірнісних правил неперервної дифузії частинок використовувались навчальні множини, отримані за допомогою ГІС-технологій. Урахування нелінійності проводилось за допомогою методу опорних векторів. Запропонований підхід був апробований при моделюванні розвитку міста Шензен, Китай і показав високу точність. У праці [8] запропоновано провести розрахунок імовірнісного поля за допомогою математичних методів, що застосовуються при обробці зображень. Моделі були апробовані при моделюванні розвитку гірського містечка Iwaki Newtown й показали високий рівень адекватності. Використання Cellular Urban Model для моделювання двох різних столичних районів у Португалії [9] дозволило провести порівняльний аналіз динаміки розвитку досліджуваних регіонів. У статті [10] вдосконалюється апарат Cellular Urban Model в рамках формалізму ГЕО-алгебри і представлений механізм інтеграції між даними ГІС та традиційними класами міських і регіональних моделей. Детальний опис математичного апарату Cellular Urban Model наводиться в дослідженні [11]. Тут же приводиться моделювання розвитку міста Сага, Японія. Дані підходи дозволяють отримати не-

погане узгодження форми периферії з експериментом, однак втрачається інформація про внутрішню структуру міста.

Метою даної роботи є розробка методики моделювання динаміки розвитку просторової форми населених пунктів, що спеціалізуються на туристичних послугах, методами математичних самоафінних броунівських фрактальних поверхонь.

## 2. Математична модель

При моделюванні просторового розвитку невеликих туристичних містечок необхідно виділити особливості їх розвитку, що стануть основою для вибору методу та алгоритму моделювання.

Перш за все форма периферії таких утворень розвивається самостійно, без генерального планування. Під формою будемо розуміти двовимірну просторову структуру елементів, з яких складаються міста, до яких можна віднести інфраструктурні мережі, будівлі, урбанізовані території. Відсутність генерального планування означає відсутність чітких границь населеного пункту. Адже периферію забудовує або місцеве населення, або малий та середній бізнес, що власноруч приймає рішення про викуп землі та розбудову. Тобто наявність чи відсутність забудови можна визначити, ввівши імовірність урбанізації.

По-друге, туристичні містечка орієнтовані на пішоходів. Це накладає обмеження на просторовий розмір населених пунктів. Адже розбудова таких поселень пов'язана з наданням послуг по проживанню туристів, що приїхали заради відпочинку на певних центрах привабливості, до яких можна дістатись пішки. Збільшення розмірів поселень призводить до необхідності введення міського транспортного сполучення, а це вимагає використання інших підходів та моделей.

По-третє, на відміну від великих міст, що містять декілька атракторів з різною спеціалізацією, туристичні містечка орієнтовані на надання однотипних послуг, перелік яких диктується рекреаційним атрактором. Тому в останніх відсутня яскраво виражена сегментація на зони спеціалізації.

В-четверте, внутрішня структура туристичних містечок в основному зумовлена під'їзними шляхами, якими рухаються туристичні потоки. А дороги-обмеження кварталів містечок не варто брати в розрахунок у зв'язку з тим, що це, як правило, ґрунтові дороги і вони можуть бути легко змінені за напрямком при умові розбудови.

Можна прийти до висновку, що основними факторами, які визначають привабливість території до забудови, є координати атракторів, відстань до останніх по основних транспортних шляхах та відстань по ґрунтовій дорозі до траси. Такі величини, як водойми, річки, залізниця тощо, виступають у ролі обмежень. Вищевказані вхідні параметри та обмеження можна отримати з ГІС. Більшість з них містяться в даних системах явно, а деякі потребують додаткових розрахунків. Методика розрахунку довжини шляху дорогою до атрактора та відстані до траси детально представлена в попередній роботі автора [12]. Як було показано в даній статті, поле імовірності урбанізації зручно описати за допомогою апарата нечіткої логіки [13].

У загальному випадку імовірність  $P$  записуємо у вигляді

$$P = F(h, l), \quad (1)$$

де  $h, l$  — відповідно відстань до дороги та оптимальна відстань по трасі до найближчого атрактора. Алгоритм побудови продукційних правил та розрахунку просторового розподілу густини імовірності детально представлений у роботі [12].

Як було сказано вище, просторова форма населених пунктів має фрактальні властивості, аналогічні тим, якими характеризуються такі фізичні об'єкти, як форма берегової лінії, острови, континенти [14, 15]. Одним із ефективних підходів до моделювання таких систем є поверхні випадкового переносу, запропоновані Мандельбротом у [16].

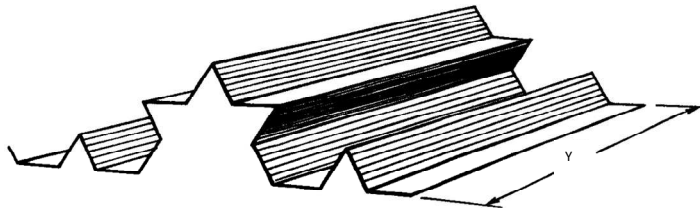


Рис. 2. Профіль поверхні Кох, отриманий шляхом ковзання вздовж осі  $Y$

$Y$  фрактальної кривої розмірності  $D$ , що лежить у площині  $XZ$  (рис. 2). Якщо повернути дану поверхню на кут  $\varphi$  та помножити вертикальну складову на  $h$ , отримуємо поверхню  $z_D(x, y | h, \varphi) = h \cdot z_D(x, y | \varphi)$ . Для побудови фрактального рельєфу  $Z(x, y)$  достатньо просумувати отримані поверхні:

$$Z(x, y) = \sum z_D(x, y | h, \varphi). \quad (2)$$

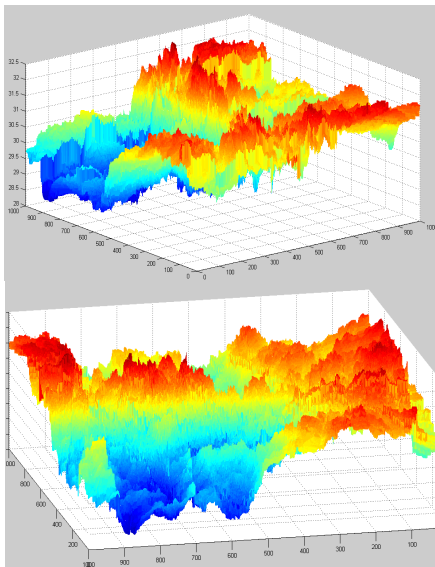


Рис. 3. Фрактальні броунівські поверхні випадкового переносу

Дані поверхні моделюються шляхом додавання до вертикальної координати  $Z(x, y)$ , отриманої шляхом паралельного переносу фрактальної кривої, додаткових прошарків з подібними профілями, але повернутих відносно першої поверхні на певний кут відносно нормалі до осей  $X, Y$ . Нехай  $z_D(x, y)$  – профіль поверхні, отриманий шляхом ковзання вздовж осі

Для моделювання форми населених пунктів ми скористались однією з перших моделей Мандельброта [16]. В цій моделі  $z_D$  – порогова функція, що описує горизонтальне плато у площині  $XY$ , розрізане вздовж прямої  $x = 0$  з одиничною різницею висот по різні сторони розлому. Така поверхня не є фрактальною і має розмірність  $D = 1$ . Для побудови поверхні  $\varphi$  вибирається з однорідного розподілу від  $0$  до  $2\pi$ ,  $h = 1/\sqrt{n}$ , де  $n$  – номер ітерації алгоритму. Отримані поверхні представлені на рис. 3. Як показано в роботі [16], дані поверхні фрактальні і мають розмірність  $D = 5/2$ . Як показав Мандельброт, вертикальний зріз даних поверхонь має вид кривої, характерної для броунівської частинки. Ця поверхня задовольняє співвідношення подібності

$$z(\lambda_x, \lambda_y) = \lambda^H z(x, y) \quad (3)$$

для будь-якого  $\lambda$  і має розмірність  $H = 3 - D = 0,5$ . Дане співвідношення дозволяє стверджувати, що фрактальна поверхня є самоафінною. Якщо отриманий пейзаж заповнити до певного рівня «водою», то проявляються берегові лінії й острови з фрактальною розмірністю  $D \approx 1,5$ .

Для моделювання просторової форми населених пунктів методом броунівських поверхонь введемо семантичний зміст розлому. Для будь-якої географічної координати  $(x_r, y_r)$  перспективним для забудови є напрямок у бік максимального зростання поля імовірності забудови, тобто паралельно градієнту поля імовірності. А висота розлому – обернено пропорційна відстані до атрактора.

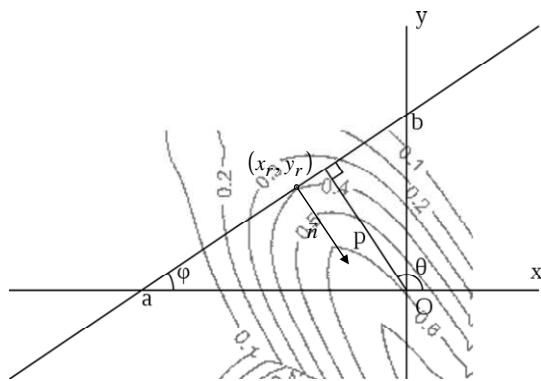


Рис. 4. Схема розрахунку рівняння прямої зрізу

Для отримання аналітичного вигляду рівняння прямої зрізу (рис. 4) необхідно визначити відстань від прямої до центра координат  $p$  та кут  $\Theta$  між вектором нормалі  $\vec{n}$  до осі  $X$ . Нормаль даної прямої є паралельною градієнту поля імовірності. Отже:

$$\Theta = \pi - \arctg\left(\frac{\partial P(x_r, y_r)}{\partial y} / \frac{\partial P(x_r, y_r)}{\partial x}\right), \quad (4)$$

$$p = x_r \cos(\Theta) + y_r \sin(\Theta), \quad (5)$$

де  $P$  – поле імовірності (1). Тоді рівняння прямої зрізу визначається як

$$x \cdot \cos(\Theta) + y \cdot \sin(\Theta) - p = 0. \quad (6)$$

Тоді профіль поверхні  $Z_D$  описується системою

$$Z_D(x, y) = \begin{cases} 0 & x \cdot \cos(\Theta) + y \cdot \sin(\Theta) > p \\ 1 & x \cdot \cos(\Theta) + y \cdot \sin(\Theta) \leq p \end{cases} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x_a - x_r)^2 + (y_a - y_r)^2}} \quad (7)$$

де  $(x_a, y_a)$  – координати атрактора.

Як було показано в роботах [14, 17], більшість випадкових процесів, у тому числі і соціальних, описуються нормальним розподілом. До таких процесів відноситься і броунівський рух. За допомогою останнього можна з високою точністю описати просторове переміщення людей. Як було описано вище, забудова туристичних поселень активізується поблизу атракторів. Тому для визначення випадкових координат  $(x_r, y_r)$  скористаємось наближенням руху броунівської частинки. Нехай у момент часу  $t = 0$  частинка розташовується в точці з координатами атрактора  $(x_0, y_0) = (x_a, y_a)$ . Тоді в момент часу  $t = t + 1$ :

$$x_r = x_{t+1} = x_t + g_x(\mu, \sigma), \quad (8)$$

$$y_r = y_{t+1} = y_t + g_y(\mu, \sigma),$$

де  $g_i$  – випадкове зміщення з нормальним математичним сподіванням  $\mu$  та дисперсією  $\sigma^2$ . Тобто імовірність частинки зміститись на величину  $\Delta x = x_{t+1} - x_t$  складає

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta x - \mu}{\sigma}\right)^2}. \quad (9)$$

Броунівський рух припиняється в двох випадках: або частинка віддалиться на визначену відстань  $L$  від атрактора  $\left(\sqrt{(x_a - x_r)^2 + (y_a - y_r)^2} > L\right)$ , або буде перевищений поріг ітерацій.

У випадку існування  $n$  атракторів  $A_i(x_{a_i}, y_{a_i})$  для кожного з них визначається нормована вага  $w_i$ . Вагові множники розраховуються як відносна кількість туристів, що відвідали дані об'єкти за визначений період часу:

$$w_i = \frac{S_i}{\sum_{i=1, n} S_i}, \quad (10)$$

де  $S_i$  – кількість туристів, які відвідали  $i$ -й рекреаційний об'єкт. Для вибору атрактора, відносно якого буде здійснюватись броунівський рух, визначаються інтегровані вагові множники:

$$\begin{aligned} w'_1 &= w_1, \\ w'_{i+1} &= w'_i + w_{i+1}, \end{aligned} \quad i = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Вибирається  $\xi$  з однорідного розподілу від 0 до 1. В залежності від  $\xi$  визначається індекс атрактора:

$$k = \begin{cases} 1 & \xi < w'_1 \\ 2 & w'_1 \leq \xi < w'_2 \\ \dots & \dots \\ n & w'_{n-1} \leq \xi < w'_n \end{cases}. \quad (12)$$

Тоді координати атрактора:  $(x_a, y_a) = A_k(x_{a_k}, y_{a_k})$ .

Запропонований метод моделювання просторової форми туристичних поселень зручно представити у вигляді такого алгоритму (рис. 5):

### 3. Алгоритм моделювання

#### Крок 1. Створення нечіткої бази знань

При використанні ГІС-системи формується нечітка база знань. Для побудови навчальної множини розраховуються значення  $h$  та  $l$  для випадкових географічних координат в околі реально існуючих туристичних поселень. Як нечіткий висновок вказується рівень урбанізації території для вибраної точки. В результаті навчання формуються нечіткі терми та продукційні правила.

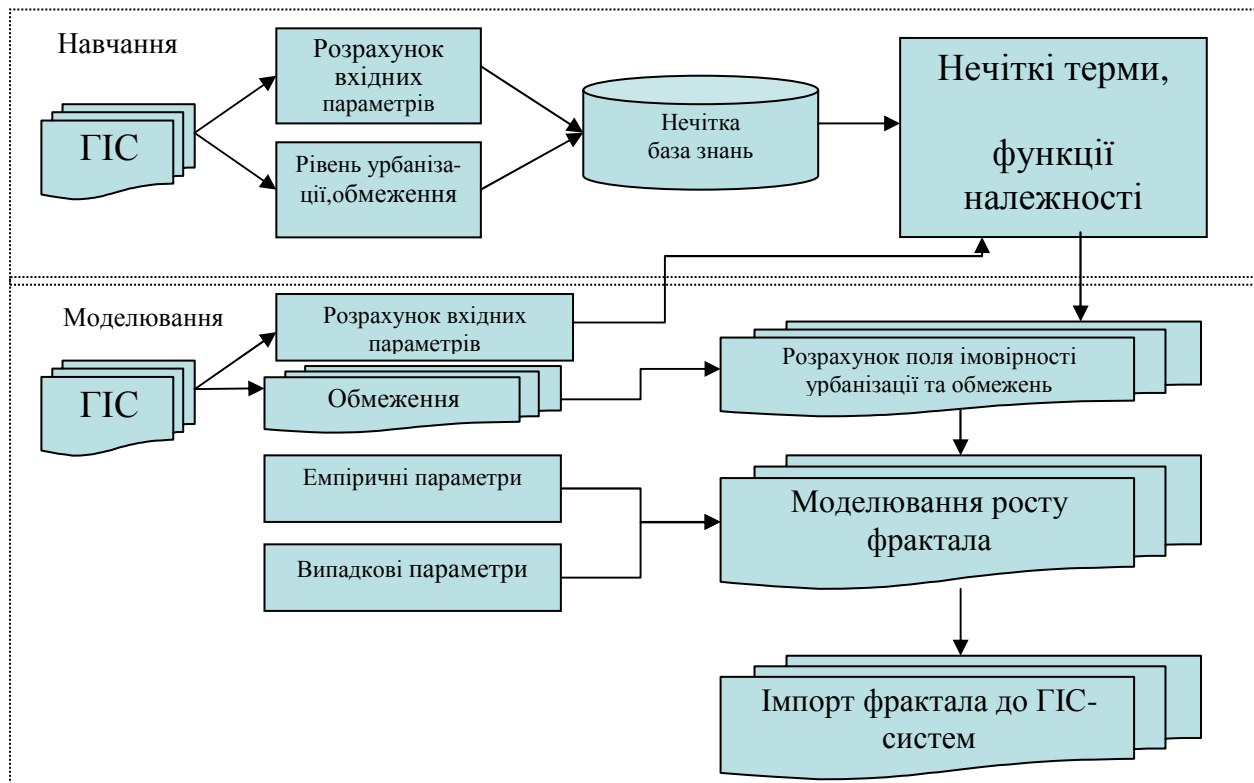


Рис. 5. Структурна схема алгоритму моделювання фрактальної структури туристичних поселень

## Крок 2. Розрахунок поля імовірності урбанізації та обмежень

Використовуючи нечітку базу знань, отриману на кроці 1, розраховується матриця поля імовірності. За допомогою ГІС-системи формуються матриці обмежень.

## Крок 3. Моделювання росту фракталу

3.1. Ініціалізується початковий нульовий профіль поверхні  $Z(x, y)$ .

3.2. Визначаються початкові координати броунівської частинки (12).

3.3. Розраховується зміщення частинки  $(x_r, y_r)$  згідно з (9). Якщо частинка віддалилась більш ніж на  $L$  або перевищено число ітерацій, повернутись до 3.2.

3.4. Визначається рівняння прямої зрізу (7).

3.5. Розраховується профіль  $Z_D(x, y)$ .

3.6. Розраховується броунівська поверхня (2).

3.7. Перехід до 3.3.

## Крок 4. Представлення результату

Отриманий фрактал імпортується у ГІС-системи у вигляді окремого прошарку.

## 4. Комп'ютерний експеримент

Перевірка адекватності моделі проводилась для «ідеального» міста (рис. 1). Вхідними параметрами служили три вектори доріг, розташовані під кутом  $\pi/3$  один до одного. Як атрактор виступала точка перетину доріг.

Для формування продукційних правил нечіткої моделі використовувались ландшафтні дані урбанізованих територій Карпатського регіону, отримані за допомогою ГІС-систем. Всього навчальна множина містила близько 1000 записів.

Розраховане поле імовірності представлено на рис. 6а. З рисунку видно, що поле імовірності по своїй структурі має багато спільного з рис. 1. Однак основною відмінністю є симетричність поля. В розвитку урбанізованих територій завжди присутній елемент хаосу. Цей фактор можна врахувати за допомогою броунівських афінних стохастичних фрактальних поверхонь.

Для побудови фрактальних поверхонь використовувався алгоритм (рис. 5) з такими наближеннями: матриця поверхні  $Z$  розмірністю  $1000 \times 1000$ ,  $\mu = 15$ ,  $\sigma^2 = 1$ , кількість зрізів складала  $N = 10000$ . Отримана в ході виконання алгоритму поверхня представлена на рис. 6б. З рисунку видно, що за рахунок направлених зрізів отримана поверхня є досить гладкою, без різких спадів чи підйомів.

Для визначення динаміки росту населеного пункту достатньо побудувати горизонтальні зрізи поверхні на різних висотах (рис. 6в). Для даного об'єкта перевірку адекватності моделі можна провести тільки на якісному рівні, так як місто, представлене на рис. 1, – ідеалізований випадок. З даного рисунку видно, що на початкових етапах розвитку на

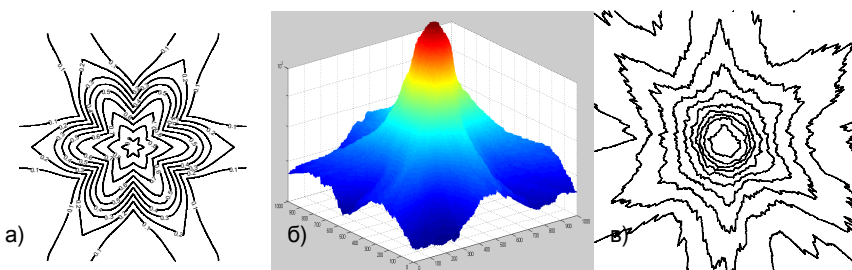


Рис. 6. «Ідеальне» місто: а) нечітке поле імовірності урбанізації; б) афінна стохастична фрактальна поверхня; в) динаміка розвитку міста

форму міста слабо впливають транспортні мережі, і населений пункт має сферичну форму. Це підтверджується і нашими розрахунками (рис. 6в). В подальшому розвитку все більше відчувається вплив транспортних мереж і населений пункт починає

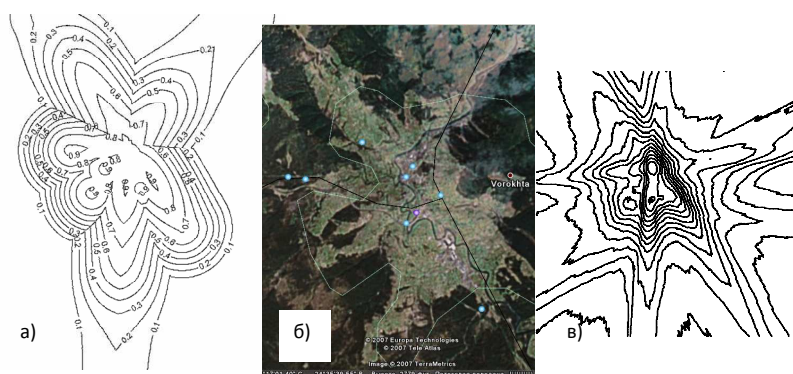


Рис. 7. Ворохта: а) нечітке поле імовірності урбанізації; б) світлина з космосу; в) розрахована динаміка фрактального росту

приймати форму шестикутної зірки. Ця особливість підтверджується і якісними дослідженнями роботи [3].

Підтвердження адекватності наших розрахунків дозволяє провести моделювання просторового розвитку реальних туристичних містечок. Об'єктом дослідження було

вибране відоме курортне містечко в українських Карпатах – Ворохта (рис. 7б).

Як перше наближення, під час розрахунку потенціального поля за вхідні параметри нечіткої моделі, основаної на алгоритмі нечіткого виводу Сугено, було вибрано координати гірськолижних витягів, віддалі до доріг і шлях дорогою до найближчого атрактора. Особливості рельєфу не враховували. Емпіричні параметри алгоритму не змінювались.

Розраховане навченою мережею нечітке імовірнісне поле представлено на рис. 7а. З рисунку видно, що дане поле нагадує за формою урбанізовані території. В зоні максимальних забудов імовірність близька до 1. З віддаленням від центру міста імовірність спадає до 0. З рисунку видно, що градієнт спадання поля максимальний, перпендикулярно до дороги. А вздовж доріг імовірність забудови спадає повільніше. Що підтверджує висновки роботи [3].

Отриманий після четвертого кроку алгоритму фрактал наведений на рис. 7в.

З якісного порівняння отриманого фракталу та реального населеного пункту можна прийти до висновку, що фрактал повторює основні особливості форми Ворохти. На під'їздах до містечка фрактал показує ріст населеного пункту вздовж доріг, а в центрі спостерігається складна структура, зумовлена полем імовірності та наявністю декількох атракторів. З рисунку видно, що на початкових етапах розвитку Ворохти забудова велась в основному біля атракторів. З часом, у процесі розростання міста, забудова починає тяжіти до транспортних шляхів – джерел рекреантів та транспортних потоків.

На жаль, нерівномірність розвитку та відсутність історичних аерофотозйомок не дає змогу порівняти часову залежність точності розрахунку. Тому порівнювалась лише сучасна форма міста з отриманим фракталом.

Критерієм ступені схожості форми стохастичного фракталу до модельованого об'єкта виступає співвідношення, запропоноване Мандельбротом в [14]:

$$\rho = \frac{P^{1/D}}{S^{1/2}}, \quad (13)$$

де  $P$  – периметр багатогранника,  $D$  – фрактальна розмірність,  $S$  – площа багатогранника.

Якщо профіль поверхні фрактала представлений у вигляді матриці, тоді фрактальну розмірність Хаусдорфа-Базікевича можна легко розрахувати згідно з [16]:

$$D(R) = 2 + \frac{\log(n_h/N)}{\log(R)}, \quad (14)$$

де  $R$  – радіус (лінійний розмір) досліджуваної частини матриці  $Z$ ,  $N$  – кількість комірок, що містить досліджувана область,  $n_h$  – кількість клітинок, зайнятих фракталом у досліджуваній області матриці  $Z$ .



Якщо багатогранники подібні, то співвідношення (13) для розрахованого фракталу ( $\rho_F$ ) та населеного пункту ( $\rho_S$ ) мають бути близькими.

Розрахована фрактальна розмірність отриманого стохастичного фракталу, згідно з (14), для різних рівнів лежить у межах  $D \in [1,25, 1,31]$ . Для розрахунку фрактальної розмірності Ворохти територія покривалась сіткою, якій ставилась у відповідність матриця  $H'$ . Коміркам таблиці, яким відповідала урбанізована територія, присвоювалось значення 1, для неосвоєних територій – 0. Аналогічно розрахована фрактальна розмірність Ворохти становить  $D \approx 1,273$ . Близькість до одиниці фрактальної розмірності свідчить про те, що структура міста ближче до лінійної, чим до сферичної.

Периметри і площі побудованого фракталу та населеного пункту розраховувались шляхом підрахунку ненульових клітинок матриць  $Z$  та  $H'$ . В результаті найменше відхилення  $\rho_F$  від  $\rho_S$  становило 89%, що є підтвердженням адекватності та точності запропонованої моделі.

## 5. Висновки

В роботі наведено огляд можливих підходів до моделювання форм населених пунктів. Наведено особливості розвитку та внутрішньої структури невеликих туристичних поселень.

Обґрунтовано та наведено алгоритм розрахунку вхідних параметрів моделі. Представлено алгоритм побудови нечіткої бази знань та поля імовірності на основі нечіткого виводу Сугено. Запропоновано метод урахування поля імовірності забудови при побудові броунівського самоафінного фрактального рельєфу. Розроблено математичні методи моделювання броунівського руху для множини атракторів. Наведено аналітичний вигляд рівнянь фрактальних зрізів при броунівському русі.

Розроблена методика моделювання фрактального росту населених пунктів, представлена у вигляді покрокового алгоритму та структурної схеми.

Апробація алгоритму проводилась на туристичному курорті українських Карпат – м. Ворохта. Отриманий фрактал за формою, розмірністю та ступенем схожості показав достатній рівень точності. Це підтверджує адекватність моделі.

До переваг такого підходу можна віднести можливість моделювання як форми, так і динаміки зростання населеного пункту в часі за допомогою математичних фракталів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Alexander C. A city is not a tree / C. Alexander // Architectural Forum. – 1965. – N 122. – P. 58 – 61; Alexander C. A city is not a tree / C. Alexander // Architectural Forum. – 1965. – N 1. – P. 58 – 62.
2. Mandelbrot B.B. Stochastic models for the earth's relief, the hape and fractal dimension of coastlines and the number-area rule for islands / B.B. Mandelbrot // Proc. of the National Academy of Sciences USA. – 1975. – N 72. – P. 3825 – 3828.
3. Doxiadis C.A. Ekistics: An Introduction to the Science of Human Settlements / Doxiadis C.A. – Hutchinson, London, 1968. – 445 p.
4. Mandelbrot B.B. Fractals – a geometry of nature / B.B. Mandelbrot // New Scientist. – 1990. – N 127. – P. 38 – 43.
5. Reps J.W. The Making of Urban America: A History of City Planning in the United States / J.W. Reps J.W. – Princeton University Press, Princeton: NJ, 1965. – 402 p.
6. Keeble L. Principles and Practice of Town and Country Planning / L. Keeble // The Estates Gazette. – London, 1959. – 338 p.
7. Qingsheng Ya. Cellular automata for simulating land use changes based on support vector machines / Ya. Qingsheng, L. Xia, S. Xun // Computers & Geosciences. – 2008. – N 34. – P. 592 – 602.

8. Teknomo K. Cellular Urban Descriptors of Lowland Urban Model / K. Teknomo, G.P. Gerilla, K. Hokao // Proc. of International Symposium of Lowland Technology. – Bangkok, 2004. – September. – P. 297 – 302.
9. Elisabete S. Complexity, emergence and cellular urban models: lessons learned from applying SLEUTH to two Portuguese metropolitan areas / S. Elisabete, C. Keith // European Planning Studies. – 2005. – N 13,1. – P. 93 – 115.
10. Couclelis H. From cellular automata to urban models: new principles for model development and implementation // H. Couclelis // Environment and Planning B: Planning and Design. – 1997. – N 24 (2). – P. 165 – 174.
11. Teknomo K. Stochastic cellular model for lowland urban development / K. Teknomo, G.P. Gerilla, K. Hokao // Lowland Technology Information Journal. – 2006. – N 8,1. – P. 1 – 10.
12. Vykylyuk Ya. Crystal's fractal growth patterns in the fuzzy potential field for prognostication of socio-economic processes / Ya. Vykylyuk // e-journal: Information Technology for Economics & Management (ISSN 1643-8949). – 2009. – Vol. 5, N 1. – 19 p.
13. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Заде Л.А. – Москва: Мир, 1976. – 165 с.
14. Федер Е. Фракталы / Федер Е.; пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
15. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах / Кроновер Р.М. – Москва: Техносфера, 2006. – 488 с.
16. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Мандельброт Б.; пер. с англ. А.Р. Логунова. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
17. Batty M. Fractal cities / M. Batty, P. Longley. – London and San Diego: Academic Press, 1996. – 394 p.

*Стаття надійшла до редакції 15.02.2010*