

**А.Н. СЕРЕБРОВСКИЙ, В.П. СТРЕЛЬНИКОВ**

## **ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ВЕРОЯТНОСТНО-ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОТКАЗОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СОБЫТИЙ, ПОРОЖДАЮЩИХ ТЕХНОГЕННУЮ ОПАСНОСТЬ**

**Abstract:** The method for estimation the probability of elementary undesirable events which cause technogenic danger, is offered. The principles of probabilistic-physical models of failures are used. The work can be utilized when developing software of the automated systems for control and analysis of potential-hazardous objects safety.

**Key words:** hazardous object, probalistic analysis, technogenic hazard, models of failures.

**Анотація:** Пропонується методика оцінок імовірності елементарних небажаних подій, що породжують техногенну небезпеку. Методика використовує імовірнісно-фізичні моделі відмов. Робота може бути використана при розробці математичного забезпечення автоматизованих систем контролю й аналізу безпеки потенційно небезпечних об'єктів.

**Ключові слова:** небезпечний об'єкт, імовірнісний аналіз небезпеки, техногенна небезпека, моделі відмов.

**Аннотация:** Предлагается методика оценок вероятностей элементарных нежелательных событий, порождающих техногенную опасность. Методика использует вероятностно-физические модели отказов. Работа может быть использована при разработке математического обеспечения автоматизированных систем контроля и анализа безопасности потенциально опасных объектов.

**Ключевые слова:** опасный объект, вероятностный анализ опасности, техногенная опасность, модели отказов.

### **1. Введение**

В вероятностном анализе безопасности исходной информацией являются данные о вероятностях элементарных нежелательных (базисных) событиях [1, 2]. Для базисных событий, представляющих собой отказы отдельных элементов и систем опасных объектов, вероятности возникновения могут быть оценены методами теории надежности. По данной проблематике имеются достаточно публикаций, в частности [3–5]. В данной работе приводятся методики использования вероятностно-физических моделей отказов для прогнозирования возникновения базисных событий в случаях, когда они являются отказами отдельных элементов или подсистем потенциально опасных объектов.

### **2. Краткое описание методики оценки вероятностей отказов**

Данная методика включает в себя следующие основные этапы:

- выбор теоретической функции распределения наработки до отказа;
- проведение испытаний заданной совокупности изделий;
- вычисление оценок параметров распределения;
- расчет оценки вероятности отказа изделия на заданный момент времени.

*Выбор теоретической функции распределения наработки до отказа*

При выборе функции распределения целесообразно руководствоваться сравнительными характеристиками различных моделей отказов, изложенными в [4]. Выбор теоретического распределения возможен при наличии полученной ранее статистики отказов и при ее отсутствии.

*Выбор теоретической функции распределения с использованием статистики отказов*

При наличии статистики отказов выбор теоретической функции распределения (в кратчайшем изложении) сводится к следующим действиям [4]:

- выдвинуть гипотезы о возможных функциях распределения;

– оценить соответствие проверяемых гипотез имеющимся реальным статистическим данным и удалить из дальнейшего рассмотрения гипотезы, не удовлетворяющие критериям проверки;

– принять окончательное решение о выборе.

#### *Выбор модели отказов при отсутствии статистики отказов*

В этом случае проводят анализ превалирующих физических процессов деградации, приводящих к отказам исследуемого типа объектов (его составных частей).

Особенного внимания заслуживают диффузионные распределения. Эти модели ближе остальных к реальному процессу изменения определяющего параметра. Если физический процесс деградации описывается случайным процессом с монотонными реализациями, то в качестве теоретической модели отказов следует принять диффузионное монотонное распределение (*DN*-распределение).

$$F(t) = DM(t; \mu, \nu) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right), \quad (1)$$

где  $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$  – нормированное нормальное распределение;

$\mu$  – параметр масштаба, совпадающий с медианой распределения случайной величины  $t$ ;

$\nu$  – параметр формы распределения случайной величины  $t$ .

*DN*-распределение находит применение для процессов, имеющих необратимый характер (механический износ, разрушения при усталости т.п.). Подобные процессы характерны для механических объектов.

Если физический процесс деградации описывается случайным процессом с немонотонными реализациями, то распределение отказов будет аппроксимироваться диффузионным немонотонным распределением (*DN*-распределением).

$$F(t) = DN(t; \mu, \nu) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right) + \exp(2\nu^{-2}) \Phi\left(-\frac{t + \mu}{\nu\sqrt{\mu t}}\right), \quad (2)$$

где  $\mu$  – параметр масштаба, совпадающий с математическим ожиданием случайной величины  $t$ ;

$\nu$  – параметр формы, равный коэффициенту вариации распределения величины  $t$ .

Для объектов, состоящих из изделий электронной техники или частично включающих в себя такие изделия, наиболее подходящей моделью отказов представляется *DN*-распределение. В случае, когда не удастся установить превалирующие физические процессы деградации, приводящие к отказам, в качестве модели принимается *DN*-распределение. При оценках параметров *DN*- и *DN*-распределений, полученных на основе одинаковых значений исходных данных, *DN*-распределение дает менее оптимистические показатели надежности по сравнению с *DN*-распределением.

#### *Проведение испытаний*

На испытания ставится группа  $N$  однородных изделий. При этом возможны действия:

– регистрация отказов изделий (фиксация номера отказа  $i$  ( $i = 1, \dots, r$ ) и наработки до отказов  $t_i$ , где  $r$  - количество отказов за время испытания  $t$ );

– регистрация значения определяющего параметра  $X$ , характеризующего состояние изделия;

– регистрация отказов и значений определяющего параметра.

*Оценивание параметров выбранного теоретического распределения на основе результатов испытаний*

Оценку параметра масштаба и параметра формы выбранного распределения можно выполнить на основе данных о наработках до отказа и данных об изменении определяющего параметра.

*Оценивание параметров распределения на основе данных о наработке до отказа*

Здесь выделяются случаи вычисления оценок параметров методами [4]:

– максимального правдоподобия;

– моментальных оценок;

– квантилей.

*Максимально правдоподобные ( $\mu_{np}, \nu_{np}$ ) и моментные ( $\bar{\mu}, \bar{\nu}$ ) оценки параметра масштаба ( $\mu$ ) и параметра формы ( $\nu$ ), например, для  $DN$  – распределения и плана испытаний [NUN], имеют следующие выражения [3]:*

$$\mu_{np} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i; \quad (3)$$

$$\nu_{np} = \sqrt{\mu_{np}} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{t_i} - N \left( \sum_{i=1}^N t_i \right)^{-1} \right]^{1/2}; \quad (4)$$

$$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i; \quad (5)$$

$$\bar{\nu} = \sqrt{D} / \bar{\mu}, \quad (6)$$

где  $D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{\mu})^2$  – выборочная дисперсия,  $t_i - i = (1, 2, \dots, N)$  – наработка до отказа  $i$ -го изделия,  $N$  – количество изделий, поставленных на испытания.

*Оценивание параметров распределения методом квантилей [5] при планах испытаний [NUT] или [NUR]*

Возможны следующие случаи решения задачи:

– одновременный расчет оценок  $\mu$  и  $\nu$ ;

– нахождение оценки  $\mu$  в предположении, что известна оценка  $\nu$ .

*Одновременный расчет оценок  $\mu$  и  $\nu$*

Допустим, что выбрано теоретическое распределение  $F(t; \mu, \nu)$ . При испытаниях  $N$  изделий за время  $t_1$  зафиксировано  $r_1$  отказов, а за время  $t_2$  –  $r_2$  отказов. Тогда оценки  $\bar{\mu}$  и  $\bar{\nu}$  могут быть получены решением системы вида

$$F(t_1; \mu, \nu) = r_1/N; \quad (7)$$

$$F(t_2; \mu, \nu) = r_2/N. \quad (8)$$

*Оценивание параметра масштаба  $\mu$  при допущении, что известно априорное значение параметра формы  $\nu$*

Допустим, что в выбранном теоретическом распределении  $F(t; \mu, \nu)$  априори известно значение параметра  $\nu = \nu_0$ . За время  $T$  испытания  $N$  изделий (план испытаний [NUT]), зафиксированы отказы  $r$  изделий. Тогда оценку параметра масштаба  $\mu$  можно получить, решая уравнение

$$F(T; \mu, \nu_0) = \tilde{F}(T), \quad (9)$$

где  $\tilde{F}(T) = r/N$ .

Эту оценку можно улучшить, используя данные о наработках всех отказавших изделий за время  $T$ . Для этого уравнение типа (9) решается для каждого  $i$ -го отказа ( $i = 1, \dots, r$ ).

$$F(t_i; \mu, \nu_0) = \tilde{F}(t_i), \quad (10)$$

где  $\tilde{F}(t_i) = i/N$  ( $i = 1, \dots, r$ );

$t_i$  – наработка  $i$ -го отказавшего изделия.

Тогда усредненная оценка параметра  $\bar{\mu}$  определяется выражением

$$\bar{\mu} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \bar{\mu}_i, \quad (11)$$

где  $\bar{\mu}_i$  – результаты решений уравнений (10) при ( $i = 1, \dots, r$ ).

Замечание. На практике вместо решения уравнений типа (10) используются результаты предварительного табулирования функций теоретических распределений. Для удобства табулирования вводится в рассмотрение понятие относительной наработки ( $x$ ):

$$x = t/\mu. \quad (12)$$

Например, для  $DN$ -распределения в выражении функции  $F(t; \mu, \nu)$  делается замена  $t = x\mu$ . После этого табулируется полученная функция  $F_0(x; 1, \nu)$ , устанавливающая зависимость между относительной наработкой, коэффициентом вариации и вероятностью отказа [5]. Тогда правило расчета параметра  $\mu$  сводится к следующему:

– для каждого  $i$  ( $i = 1, \dots, r$ ) вычисляется эмпирическая частота  $\tilde{F}(i) = i/N$  ( $N$  – количество испытуемых изделий);

– для полученного значения  $\tilde{F}(i)$  и известного  $\nu = \nu_0$  по заранее сформулированной таблице функции распределения  $F(x;1,\nu)$  определяется соответствующее значение относительной наработки  $x_i$ ;

– определение значения  $\bar{\mu}_i = t_i/x_i$ ;

– расчет оценки  $\bar{\mu}$  по формуле (11).

*Оценивание параметров распределения на основе изменений определяющего параметра*

В тех случаях, когда статистика отказов недостаточна или вовсе отсутствует, для построения функций распределения используется вероятностно-физический подход, который позволяет оценить скорость деградации параметра, вызывающего отказ, и использовать ее для прогноза отказов.

В кратчайшем изложении эта методика сводится к следующим шагам:

– принятие решения об определяющем параметре, характеризующем процесс деградации;

– оценка предельного значения определяющего параметра ( $\Pi_{np}$ );

– постановка на испытания группы однотипных изделий ( $N$  единиц);

– регистрация состояний изделий в начальный момент ( $t_n$ ) испытаний,  $x_{ni}$  – значения определяющего параметра в момент  $t = t_n$  обозначим ( $i = 1, 2, \dots, N$ );

– фиксирование значений определяющего параметра  $i$ -го изделия в моменты  $t_1$  и  $t_2$ ;

– вычисление оценок средней физической скорости деградации ( $\alpha$ ) и средней нормированной скорости деградации ( $\alpha_n$ ):

$$\alpha = (X_2 - X_1):(t_2 - t_1); \quad (13)$$

$$\alpha_n = \alpha/(\Pi_{np} - \Pi_n), \quad (14)$$

где  $\Pi_n = \sum_{i=1}^N x_{ni}/N$ ,  $X_1 = \sum_{i=1}^N x_{1i}/N$ ,  $X_2 = \sum_{i=1}^N x_{2i}/N$ ; (15)

$x_{ni}, x_{1i}, x_{2i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) – значения определяющего параметра  $i$ -го изделия в моменты  $t_n, t_1, t_2$ ;

$\Pi_{np}$  – предельное значение определяющего параметра;

– вычисление оценки коэффициента вариации процесса деградации  $\tilde{\nu}$ .

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{X_1} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (x_{1i} - X_1)^2}{N-1} \right]^{1/2} + \frac{1}{X_2} \left[ \frac{\sum_{i=1}^N (x_{2i} - X_2)^2}{N-1} \right]^{1/2} \right\}. \quad (16)$$

*Расчет оценки вероятности отказа изделия до заданного момента времени*

Полученные результаты дают возможность сделать оценку вероятности отказа изделия до произвольного момента будущего, не доводя изделия до разрушения. Расчет выполняется подстановкой заданного момента времени в предварительно сформированное распределение отказов. При этом для  $DN$ -распределения и  $DN$ -распределения параметр масштаба  $\mu$  и параметр формы  $\nu$  определяются [4] выражениями

$$\mu = 1/\alpha_n ; \quad (17)$$

$$\nu = \tilde{\nu} . \quad (18)$$

Пример 1. Группа из  $N$  изделий прошла испытания, во время которых наблюдались начальные значения определяющего параметра  $x_{ni}$ , а также значения при двух «замерах», разнесенных во времени в моменты  $t_1$  и  $t_2$ . Стоит задача – определить вероятность отказа изделия до заданного момента  $t_z$ .

Допустим, что в процессе предварительного анализа изделий данного типа установлено возможное предельное значение определяющего параметра и в качестве теоретической модели отказов выбрано  $DN$ -распределение.

Одно из возможных представлений  $DN$ -распределения есть [3]

$$F_{DM}(t) = \Phi \left[ \frac{\alpha t + \Pi_n - \Pi_{np}}{\nu \sqrt{\alpha t (\Pi_{np} - \Pi_n)}} \right], \quad (19)$$

где  $\Phi$  – функция нормированного нормального распределения,  $\alpha$  – средняя физическая скорость деградации,  $\nu$  – коэффициент вариации скорости роста деградации,  $t$  – момент времени, для которого делается прогноз,  $\Pi_{np}$  – предельное значение определяющего параметра,  $\Pi_n$  – среднее начальное значение определяющего параметра.

По результатам «замеров» определяются оценки параметров  $\nu$  и  $\alpha$  (согласно формулам (13–16)). Рассчитанные значения оценок обозначим соответственно  $\tilde{\nu}$  и  $\tilde{\alpha}$  и, подставив в выражение (19), получим

$$F_{DM}(t) = \Phi \left[ \frac{\tilde{\alpha} t + \Pi_n - \Pi_{np}}{\tilde{\nu} \sqrt{\tilde{\alpha} t (\Pi_{np} - \Pi_n)}} \right]. \quad (20)$$

Данное выражение позволяет рассчитать вероятность отказа до произвольного заданного момента времени ( $t = t_z$ ). Вычислив значение аргумента ( $Z$ ) функции нормированного нормального распределения, соответствующего моменту  $t = t_z$ , и подставив в (20), получим окончательное выражение для расчета искомой вероятности:

$$F_{DM}(t_z) = \Phi \left[ \frac{\tilde{\alpha} t_z + \Pi_n - \Pi_{np}}{\tilde{\nu} \sqrt{\tilde{\alpha} t_z (\Pi_{np} - \Pi_n)}} \right]. \quad (21)$$

Пример 2. Условия примера аналогичны примеру 1, только в качестве теоретического распределения выбрано  $DN$ -распределение (см. (2)).

По результатам испытаний вычисляются средняя нормированная скорость деградации ( $\alpha_n$ ) и коэффициент вариации процесса деградации ( $\tilde{\nu}$ ) согласно выражениям (13)–(16). На основании этих оценок и соотношений (17), (18) определяются оценки параметра масштаба и параметра формы. Обозначим их соответственно  $\tilde{\mu}$  и  $\tilde{\nu}$  и, подставив в выражение  $DN$ -распределения, получим

$$F_{DM}(t) = \Phi\left(\frac{t - \tilde{\mu}}{\tilde{\nu}\sqrt{\tilde{\mu}t}}\right) + 2\exp(2\tilde{\nu}^{-2})\Phi\left(-\frac{t - \tilde{\mu}}{\tilde{\nu}\sqrt{\tilde{\mu}t}}\right). \quad (22)$$

Искомая вероятность отказа до заданного момента  $t_z$  вычисляется подстановкой в выражение (22) значения  $t = t_z$ .

### 3. Заключение

В работе излагается методика использования вероятностно-физических моделей отказов для оценки вероятностей возникновения базисных событий, порождающих техногенную опасность. Данная работа может быть использована при разработке математического обеспечения автоматизированных систем контроля и анализа безопасности потенциально-опасных объектов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бегун В.В., Горбунов О.В., Каденко И.Н. и др. Вероятностный анализ безопасности атомных станций (ВАБ). – Киев: НТУУ "КПИ", 2000. – 568 с.
2. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно сложных систем. – СПб.: Изд-во «Политехника», 2000. – 248 с.
3. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.
4. ГОСТ 27.005-97. Надежность в технике. Основные положения. Модели отказов; Введ. 05.12.97. – К.: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации. – 45 с.
5. Погребинский С.П., Стрельников В.П. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.