

# СИНХРОННЫЙ МЕХАНИЗМ УСКОРЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ГАУССОВОЙ ВОЛНОЙ

*В. П. Милантьев, Я. Н. Шаар*

*Российский университет дружбы народов, лаборатория физики плазмы, Москва, Россия,*

*E-mail: [vmilantiev@mx.pfu.edu.ru](mailto:vmilantiev@mx.pfu.edu.ru)*

Рассмотрен механизм ускорения электронов гауссовой электромагнитной волной при начальном условии циклотронного резонанса. Показано, что эффективность ускорения гауссовым лазерным пучком может быть существенно повышена с помощью соответствующего профилирования внешнего магнитного поля. Найден приближенный закон изменения этого поля, обеспечивающий захват частиц пучка в режим ускорения. Показано, что в режим ускорения захватываются все частицы независимо от начальной расфазировки. Предложена схема синхронного каскадного лазерного ускорителя релятивистских электронов.

## 1. Введение

Последнее время ведутся многочисленные исследования, связанные с поисками альтернативных высокоэффективных методов ускорения заряженных частиц [1 - 4]. Среди различных механизмов взаимодействия заряженных частиц с электромагнитными волнами особое место занимает механизм циклотронного авторезонанса, обеспечивающий высокий темп ускорения [5 - 7]. Циклотронный авторезонанс строго осуществляется лишь в случае плоской поперечной электромагнитной волны, распространяющейся со скоростью света в вакууме вдоль постоянного магнитного поля при начальном условии циклотронного резонанса частицы с волной. В этом случае циклотронный резонанс сохраняется во всё время движения частицы, и её энергия монотонно растёт со временем. Нарушение любого из указанных условий приводит к расстройке резонанса, и энергия частицы становится периодической функцией времени. Для поддержания синхронизма частицы с не вакуумной или не плоской волной на достаточно большом временном интервале предлагались различные способы – с помощью вариации параметров волны, профилирования ведущего магнитного поля, включения продольного или поперечного электростатического поля и т.д. [7]. Эффективность ускорения заряженных частиц волной существенно зависит от её интенсивности. Поэтому последнее время рассматривались различные схемы авторезонансного ускорения электронов с использованием мощного лазерного излучения [8,9]. При этом наиболее распространённым является приближение плоской волны. В реальных условиях лазерное излучение не представляет собой плоскую волну и может быть достаточно хорошо аппроксимировано в квазиоптическом приближении в виде гауссова пучка [10]. В ряде работ [11 - 13] была показана возможность ускорения электронов лазерным гауссовым пучком без внешнего магнитного поля. Фазовая скорость гауссова пучка не равна скорости света в вакууме, поэтому в магнитном поле условия циклотронного

авторезонанса для него заведомо не выполнены. Тем не менее, как показано в работе [14], существует достаточно разумный интервал, на котором электроны при начальном условии циклотронного резонанса могут быть эффективно ускорены гауссовым лазерным пучком. Цель настоящей работы – показать, что эффективность ускорения гауссовым лазерным пучком может быть существенно повышена с помощью соответствующего профилирования внешнего магнитного поля. Найден приближенный закон изменения этого синхронизирующего поля. Анализ фазового разброса инжектируемых электронов показал, что в режим ускорения захватываются все частицы независимо от их начальной расфазировки. В случае гауссова пучка микроволнового диапазона неоднородность магнитного поля практически не влияет на величину конечной энергии, набираемой электроном на рассматриваемом интервале ускорения.

## 2. Исходные уравнения

Рассмотрим движение электрона в поле гауссова пучка (ГП), распространяющегося вдоль оси симметрии неоднородного магнитного поля - оси  $\vec{z}$ . Вблизи оси симметрии магнитное поле можно приближенно представить в виде:

$$\vec{B}_0 = (B_{0x}, B_{0y}, B_{0z}(z)), \quad (1)$$

где

$$B_{0x} = -\frac{x}{2} \frac{dB_{0z}}{dz}, \quad B_{0y} = -\frac{y}{2} \frac{dB_{0z}}{dz}.$$

Поле ГП, вообще говоря, имеет все три компоненты. Мы будем рассматривать такую моду ГП, в которой вблизи оси симметрии можно пренебречь  $z$ -ой компонентой напряженности электрического поля. В этом случае поле гауссова пучка с круговой поляризацией можно аппроксимировать выражением

$$\vec{E} = (E \cos \theta, -E \sin \theta, 0). \quad (2)$$

Здесь фаза волны равна [10, 12]

$$\theta = -\omega t + kz + k\psi, \quad (2a)$$

$$k\psi = r^2 D / a^2 (1 + D^2) - \text{arctg} D;$$

амплитуда

$$E = E_1 (1 + D^2)^{-1/2} \exp\{-r^2 / a^2 (1 + D^2)\}, \\ \equiv E_1 f(x, y, z) \quad (2б)$$

где  $D = 2z/ka^2 \equiv z/z_q$ ; величина  $z_q = ka^2/2$  - рэлеевская длина;  $\omega$  - частота волны;  $k = \omega/c$  - вакуумное волновое число;  $a$  - сужение пучка, т.е.

радиус пучка при  $z = 0$ ; величина  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  играет роль поперечной координаты.

Компоненты магнитного поля ГП можно найти с помощью уравнений Максвелла, из которых следует:

$$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z), \quad (3)$$

где

$$B_x = E_1 (fQ \sin \hat{e} - G \cos \hat{e}), \quad (3a)$$

$$B_y = E_1 (G \sin \hat{e} + fQ \cos \hat{e}), \quad (3б)$$

$$B_z = -\frac{2fE_1}{ka^2(1+D^2)} ((xD-y)\sin \hat{e} + (yD+x)\cos \hat{e}). \quad (3в)$$

Здесь

$$Q = 1 + \frac{\partial k}{\partial k_z}, \quad G = \frac{\partial f}{\partial k_z}. \quad (3г)$$

Движение электронов в указанных полях описывается уравнениями

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{e}{c} [\vec{v} \{ \vec{B}_0 + \vec{B}(\vec{r}, t) \}], \quad (4)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}.$$

Будем считать, что магнитное поле является сильным и достаточно слабо меняется, так что выполняются условия дрейфового приближения. Для выделения циклотронного вращения необходимо сделать замену  $p_x = p_\perp \cos \theta_0$ ,  $p_y = p_\perp \sin \theta_0$ ,  $p_z = p_z$ , где  $\theta_0$  - гирофаза. Пренебрегая членами второго и более высоких порядков по параметру дрейфовой теории, получаем усредненные по быстрым фазам уравнения движения электронов. Быстрыми фазами являются гирофаза, фаза волны и их нерезонансная комбинация. Все величины будем рассматривать

как функции безразмерной координаты  $Z$ , пользуясь уравнением  $\frac{dZ}{d\tau} = V_z \equiv \frac{P_z}{\gamma}$ , где  $\gamma$  - релятивистский

фактор,  $Z = kz$ ,  $\tau = \omega t$ ,  $P_z = \frac{p_z}{m_0 c}$ . Тогда для

безразмерных компонент импульса  $\vec{P} = \frac{\vec{p}}{m_0 c}$

получаем уравнения

$$\frac{dP_z}{dZ} = -\varepsilon \frac{P_\perp}{P_z} \{ fQ \cos \theta_+ - G \sin \theta_+ \} - \frac{P_\perp^2}{2P_z \Omega} \frac{d\Omega}{dZ}, \quad (5)$$

$$\frac{dP_\perp}{dZ} = -\frac{\varepsilon}{P_z} f \{ \gamma - P_z Q \} \cos \theta_+ - \varepsilon G \sin \theta_+ + \frac{P_\perp}{2\Omega} \frac{d\Omega}{dZ}, \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_+}{dZ} = \frac{\Omega - \gamma + P_z Q}{P_z} + \varepsilon \frac{f}{P_\perp P_z} \{ \gamma - P_z Q \} \sin \theta_+ - \\ - \frac{\varepsilon}{P_\perp} G \cos \theta_+, \quad (7)$$

$$\frac{d\gamma}{dZ} = -\frac{\varepsilon}{P_z} P_\perp f \cos \theta_+ \quad (8)$$

Здесь величина  $\theta_+ = \theta + \theta_0$  - резонансная разность фаз, относящаяся к числу медленных переменных.

Параметр  $\varepsilon = \frac{eE_1}{m_0 c \omega}$  определяется интенсивностью

волны,  $\Omega = \frac{\omega_c}{\omega}$  - отношение классической циклотронной частоты к частоте волны.

Из уравнения (7) следует, что условие точного циклотронного резонанса определяется соотношением

$$\gamma - P_z Q = \Omega. \quad (9)$$

Нетрудно убедиться, что соотношение (9) не является интегралом движения уравнений (5)-(8). Другими словами, начальное условие циклотронного резонанса не может сохраняться автоматически во все время движения частицы. В результате расстройки фазового синхронизма электрона с волной происходит срыв резонанса на определенном расстоянии. Однако на расстоянии 100 см частица еще может набрать энергию, хотя и с меньшим темпом, чем в случае плоской волны [14]. Расстройку резонанса, как видно из уравнения (7), можно скомпенсировать с помощью неоднородного магнитного поля. Однако точное выполнение соотношения (9) во все время движения согласно уравнениям (5) - (7) накладывает довольно жесткие связи между динамическими переменными частицы, параметрами ГП и синхронизирующего магнитного поля. Такие условия вряд ли могут быть реально осуществлены. Поэтому далее рассматривается

возможность осуществления вместо соотношения (9) более мягкого условия резонанса, справедливого для квазиплоской волны [7]:

$$\gamma - P_z = \Omega(Z). \quad (10)$$

Это условие выполняется тем лучше, чем ближе параметр  $Q$  к единице, т.е. чем меньше отклонения ГП от плоской волны. Тогда, исключая из системы (5)-(7) магнитное поле с помощью соотношения (10), мы найдем режим, в котором это соотношение выполняется во все время движения частицы.

### 3. Численное решение

Система уравнений (5)-(7) решалась численно по методу Рунге-Кутты. Результаты вычислений при различных условиях на ускоряющем интервале 100 см представлены на рисунках 1 – 6. Выбор такого интервала обусловлен тем, что на этом интервале не происходит заметного изменения напряженности поля ГП. Результаты, представленные на рисунках 1 - 5, получены для случая  $CO_2$ -лазера с интенсивностью  $I \approx 10^{15} W/cm^2$ , длиной волны  $\lambda \approx 10 \mu m$ , при условии циклотронного резонанса (10) в момент инжекции ( $Z_0 = 0$ ). Начальная величина ведущего магнитного поля  $B_0 = 100 kG$ . Рассматривается движение частицы, имеющей начальную энергию  $\gamma_0 = 51$ , инжектируемой в точке  $X_0 = Y_0 = Z_0 = 0$  в фазе  $\theta_{+0} = \pi$ . Сужение ГП  $a = 0,16 \text{ см}$ .

На рисунках 1 и 2 показаны зависимости энергии и резонансной расфазировки на рассматриваемом ускоряющем промежутке. Случай а) соответствует идеальным условиям циклотронного авторезонанса: плоская волна, распространяющаяся со скоростью света вдоль однородного магнитного поля. В этом случае резонансная разность фаз остается постоянной во все время движения частицы. В случае б) частица ускоряется в поле ГП вдоль однородного магнитного поля. Видно, что частица набирает на рассматриваемом интервале ускорения меньшую энергию, чем в случае плоской волны, при этом разность фаз заметно изменяется. В случае в) рассматривается движение электрона при выполнении резонансного соотношения (10). В этом случае на рассматриваемом интервале частица ускоряется с большим темпом, чем в случае плоской волны. Профиль синхронизирующего магнитного поля, обеспечивающего такой режим, показан на рис. 3а. Как уже отмечалось, условие (10), определяющее профиль магнитного поля для ГП, является приближенным. Ясно, что такой профиль не является оптимальным. Чтобы убедиться в этом, рассматривался случай d), в котором неоднородное магнитное поле изменялось по линейному закону:  $B(Z) = B_0(1 + \alpha Z)$ . Если

подобрать градиент магнитного поля в виде  $\alpha = \frac{4}{q}$ ,

где  $q = a^2 k^2$ , то в случае  $CO_2$ -лазера происходит максимальный набор энергии электроном на выбранном интервале ускорения, при этом электрон набирает заметно большую энергию, чем в случае плоской волны.

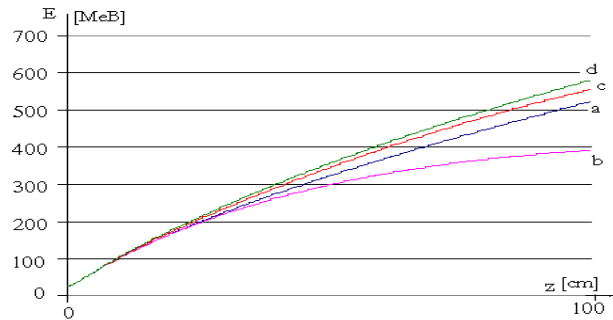


Рис. 1. Зависимость энергии от расстояния в случае  $CO_2$ -лазера для электрона с начальной энергией  $\gamma_0 = 51$ , инжектируемого в точке  $X_0 = Y_0 = Z_0 = 0$  в фазе  $\theta_{+0} = \pi$ . Сужение ГП  $a = 0,16 \text{ см}$ : а) - авторезонанс в плоской волне; б) - ГП в однородном магнитном поле; в) - движение при выполнении резонансного условия (10); д) - движение в синхронизирующем магнитном поле, изменяющемся по линейному закону:  $B(Z) = B_0(1 + \alpha Z)$ , где  $\alpha = \frac{4}{q}$ ,  $q = a^2 k^2$ .

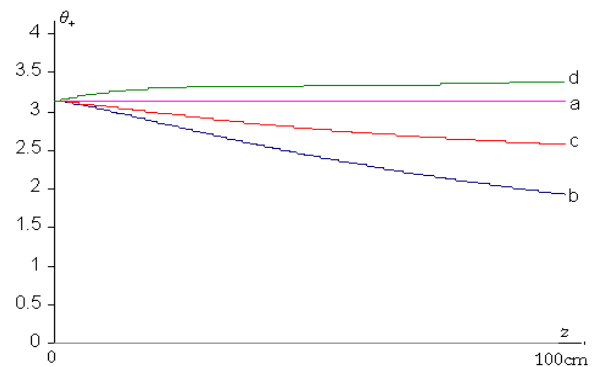


Рис. 2. Изменение фазы  $\theta_+$  для тех же случаев, как на рис. 1.

Рассматривалась также зависимость набора энергии частицей от начальной расфазировки (рис. 4). Видно, что независимо от начальной расфазировки все частицы вовлекаются в режим ускорения на заданном интервале практически с одинаковым темпом. Об этом же свидетельствует характер поведения фаз инжектируемых частиц (рис. 5): любая из начальных фаз стремится к некоторому предельному значению, так что можно говорить о фазовом захвате частиц в режим ускорения.

Расчет показывает, что частицы, инжектируемые строго на оси неоднородного магнитного поля, испытывают незначительное поперечное квазипериодическое движение. Если же в момент инжекции частицы смещены от оси, то при ускорении на рассматриваемом участке они прижимаются к оси.

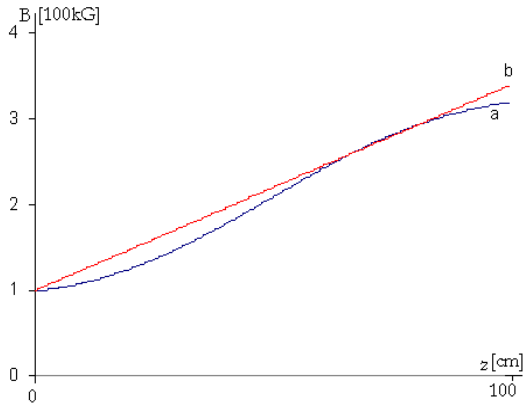


Рис. 3. а) - профиль синхронизирующего магнитного поля при условии (10); б) - неоднородное магнитное поле, изменяющееся по линейному закону.

В случае лазера на Nd-стекле или других более мощных лазеров электроны могут набирать колоссальную энергию, при этом инжектируемые электроны должны быть уже существенно релятивистскими. Иначе условие циклотронного резонанса в начальный момент времени не может быть выполнено. Например, в случае лазера на Nd-стекле электроны с начальной энергией 250 MeV на ускоряющем интервале 100 см в рассматриваемом режиме приобретают энергию 2250 MeV. На основании этого можно рассматривать схему каскадного лазерного ускорителя, в котором на каждом согласованном ускоряющем участке обеспечивается синхронный режим ускорения.

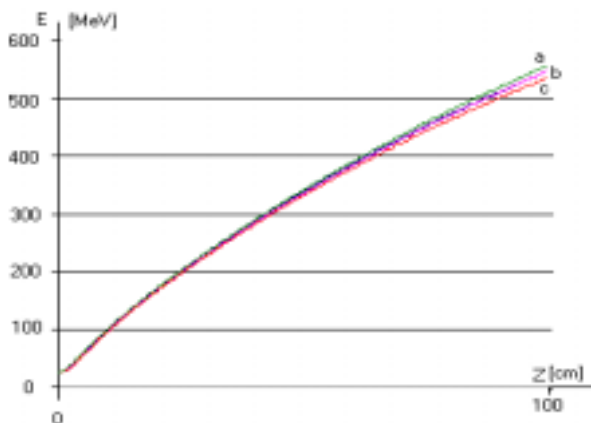


Рис. 4. Набор энергии частицей при разных значениях начальной расфазировки: а)  $-\theta_{+0} = \pi$ ; б)  $-\theta_{+0} = \pi/2$ ; в)  $-\theta_{+0} = 0$  и  $3\pi/2$ .

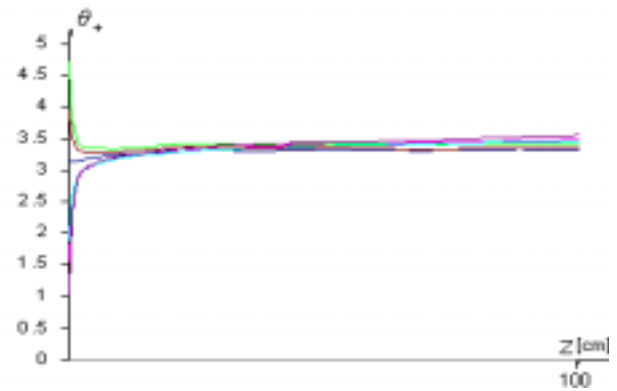


Рис. 5. Изменение резонансной фазы инжектируемых электронов на ускоряющем промежутке.

В аналогичных условиях рассматривалось движение электрона в поле ГП микроволнового диапазона с интенсивностью  $I \approx 10^{12} \text{ W/cm}^2$ ,  $\lambda = 1 \text{ mm}$ ,  $a = 1,6 \text{ ст}$  (рис.6). Видно, что в этом случае энергия, набираемая частицей на том же интервале ускорения, существенно меньше, чем в случае  $\text{CO}_2$ -лазера, и всегда меньше энергии, набираемой в плоской волне. При этом в конечном счете неоднородность магнитного поля практически не влияет на набор энергии, хотя и несколько меняет темп ускорения. Гауссовы пучки микроволнового диапазона могут использоваться для предварительного ускорения электронов с последующим ускорением лазерным излучением.

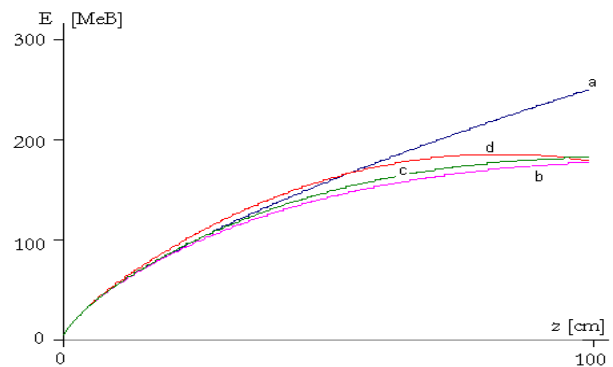


Рис. 6. Набор энергии электроном случае ГП микроволнового диапазона с интенсивностью  $I \approx 10^{12} \text{ W/cm}^2$ ,  $\lambda = 1 \text{ mm}$ ,  $a = 1,6 \text{ ст}$ . Начальная энергия электрона 2,5 MeV. а) – плоская волна; б) – ГП в однородном магнитном поле; в) – движение при выполнении соотношения (10); д) – неоднородное магнитное поле, изменяющееся по линейному закону.

Расчеты проводились как на основе усредненных, так и точных уравнений движения электронов. Оказалось, что результаты счета при всех значениях параметров с большой точностью совпадают.

#### 4. Заключение

Проведенный анализ показал, что ускорение электронов электромагнитным гауссовым пучком наиболее эффективно при использовании мощного лазерного излучения. Подбором оптимального синхронизирующего магнитного поля можно практически добиться поддержания начального условия циклотронного резонанса на всем промежутке ускорения и достичь значительно больших энергий, чем в случае авторезонанса в плоской волне. Рассматриваемый механизм позволяет ускорить существенно релятивистские электроны до колоссальных энергий. Такой механизм может быть реализован в каскадном лазерном ускорителе, в котором на каждом ускоряющем промежутке обеспечивается согласованный с предыдущим промежутком синхронный режим ускорения.

Учет собственных электрического и магнитного полей релятивистского электронного пучка не приводит к заметному искажению его динамики на рассматриваемом интервале ускорения.

#### 5. Литература

1. Файнберг Я.Б. Ускорение заряженных частиц волнами плотности заряда в плазме, возбуждаемыми лазерным излучением и релятивистскими электронными пучками // Физика плазмы, 1987. Т. 13. С. 607.
2. Jochi C. (Editor). Advanced accelerator concepts, 1989. AIP Conf. Proc. N 193. AIP, NY.
3. Файнберг Я.Б. Плазменная электроника и плазменные методы ускорения заряженных частиц // Физика плазмы, 1994. Т. 20. N 7,8.
4. Андреев Н.Е., Горбунов Л.М. Лазерно-плазменное ускорение электронов // УФН, 1999. Т. 169. С. 53.
5. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Резонансные явления при движении частицы в плоской электромагнитной волне // ЖЭТФ, 1963. Т. 44. С. 262.
6. Давыдовский В.Я. О возможности резонансного ускорения заряженных частиц электромагнитными волнами в постоянном магнитном поле // ЖЭТФ, 1962. Т. 43. С. 886.
7. Милантьев В.П. Явление циклотронного авторезонанса и его применения // УФН, 1997. Т. 167. С. 3.
8. Loeb A., Friedland L. Autoresonant laser accelerator // Phys. Rev. 1986. V. A33. P. 1828.
9. Loeb A., Friedland L. The nonlinear dynamics of dense electron beams in the autoresonance laser accelerator // Phys. Lett. 1988. V. A129. P. 329.
10. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – М.: Наука. 1990. С. 432.
11. Takeuchi S., Sugihara R. Electron acceleration by single and double laser beams // Nucl. Instr. & Meth. hys. Res. 1998. V. A410. P. 505.
12. Scully M.O., Zubairy M.S. Simple laser accelerator: Optics and particle dynamics // Phys. Rev. 1991. V. A44. P. 2656.
13. Zhu L.J. et. al. Violent acceleration of electrons by

an ultra intense pulsed laser beam // Phys. Letters, 1998. V .A248. P. 319.

14. Милантьев В.П., Шаар Я. Ускорение электронов гауссовым электромагнитным пучком в постоянном магнитном поле // ЖТФ (в печати); Milantiev V.P., Shaar Y.N. On the Synchronous regime of Acceleration of Electrons by Electromagnetic Gaussian Beam // Int. Conf. on Phen. in Ion. Gases. Warsaw. 1999 - Proc. V. 2. P. 105.

Работа выполнена по программе Минобразования РФ «Университеты России – фундаментальные исследования».

### SYNCHRONOUS MECHANISM OF ACCELERATION OF ELECTRONS BY A GAUSSIAN WAVE

V.P.Milantiev, Ya.N.Shaar

Peoples' Friendship University of Russia, Plasma physics laboratory, Moscow, Russia,  
E-mail: vmilantiev@mx.pfu.edu.ru

**Abstract** - Mechanism of acceleration of electrons by Gaussian electromagnetic wave at the initial condition of cyclotron resonance is considered. It is shown, that the efficiency of acceleration by a Gaussian laser beam can be essentially increased with the help of corresponding profiling of an external magnetic field. Approximate law of change of this field, which provides trapping of particles into the regime of acceleration, is found. It is shown that all the particles are trapped into the regime of acceleration independently on their initial phases. The scheme of cascade synchronous laser accelerator is proposed.