

# РЕЗОНАНСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ КИЛЬВАТЕРНОЙ ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИМПУЛЬСОМ В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

*В.П. Милантьев, В.А. Туриков*

*Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*

Исследован процесс возбуждения волны пространственного заряда при распространении электромагнитного импульса вдоль внешнего магнитного поля в области электронного циклотронного резонанса. В гидродинамическом приближении получено уравнение для относительного изменения плотности плазмы под действием пондеромоторной силы, с помощью которого исследована зависимость амплитуды кильватерной волны от расстройки резонанса. Проведено численное моделирование по методу частиц в ячейке процесса распространения электромагнитного импульса в резонансных условиях.

PACS: 41.60.-m

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно разрабатывается несколько различных схем ускорителей на кильватерных плазменных волнах [1,2]. Один из наиболее перспективных методов основан на возбуждении плазменных волн под действием коротких лазерных импульсов. В работах [1,3] исследовался процесс самомодуляции лазерного импульса при его распространении в разреженной плазме. В них было показано, что при этом имеет место резонансное нарастание амплитуды кильватерной волны, позволяющее значительно повысить эффективность ускорения частиц.

В замагниченной плазме процессы самофокусировки и самомодуляции электромагнитных волн, обусловленные действием пондеромоторной силы [4] и релятивизмом, могут существенно отличаться от аналогичных процессов в изотропной плазме [5]. При распространении правополяризованной электромагнитной волны в замагниченной плазме в области электронно-циклотронного резонанса (ЭЦР) возможен режим ускорения электронов, близкий к авторезонансному [6-8], если фазовая скорость волны близка к скорости света. Продольное движение электронов в таком режиме приводит к разделению зарядов и возникновению электрического поля, под действием которого происходит расфазировка резонансных частиц с волной. В работах [9,10] было показано, что в этом случае могут возникать электромагнитные солитоны со "встроенными" ленгмюровскими колебаниями.

Целью настоящей работы является аналитическое и численное исследование процесса самомодуляции электромагнитного импульса и резонансного возбуждения кильватерной волны в режиме ЭЦР.

В приближении стационарной волны огибающей исследована зависимость скорости пространственного нарастания кильватерной волны от расстройки резонанса.

Проведено моделирование по методу частиц-ячейке процесса возбуждения кильватерной волны при распространении электромагнитного импульса в замагниченной плазме в резонансных условиях.

## 2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕЗОНАНСНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Рассмотрим правополяризованную электромагнитную волну, распространяющуюся в холодной плазме вдоль внешнего постоянного магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , направленного вдоль оси  $z$ . При описании взаимодействия такой волны с плазмой в области ЭЦР будем исходить из уравнений Максвелла для поперечного и продольного полей

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{\perp} = \frac{4\pi e}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e v_{\perp}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_{\perp}}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial B_{\perp}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi e (n_e - n_0), \quad (3)$$

и гидродинамических уравнений для электронов

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \gamma v_{\perp} = \frac{e}{m} \left( E_{\perp} - \frac{v_z}{c} B_{\perp} \right) - i\omega_c v_{\perp}, \quad (4)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \gamma v_z = \frac{e}{m} \left[ \frac{1}{c} \operatorname{Re}(v_{\perp} B_{\perp}^*) + E_z \right], \quad (5)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_e v_z) = 0. \quad (6)$$

Здесь  $E_{\perp} = E_x + iE_y$ ,  $B_{\perp} = B_y - iB_x$  – электрическое и магнитное поле волны,  $E_z$  – продольное поле разделения заряда,  $v_{\perp} = v_x + iv_y$ ,  $v_z$  – поперечная и продольная скорости электронов,  $\omega_c = |e|B_0/mc$  – циклотронная частота. Ионы считаем неподвижными.

Будем искать решения уравнений (1)-(6) в виде плоских волн с медленно изменяющейся амплитудой

$$E_{\perp}(\xi) = E(\xi) \exp(ikz - i\omega t), \quad \xi = z - v_g t,$$

$$v_{\perp} = v(\xi) \exp(ikz - i\omega t), \quad v_z = v_z(\xi),$$

$v_g$  – групповая скорость волны.

Тогда в нерелятивистском приближении можно получить следующую систему уравнений для амплитуд поля и гидродинамических скоростей [9]:

$$2 \left( N - \frac{v_g}{c} \right) \frac{dE}{d\zeta} + i \frac{\omega}{c} (N^2 - 1) E = -4\pi n_e \frac{v}{c}, \quad (7)$$

$$v_g \frac{dv_z}{d\zeta} = i [\omega_c - (\omega - kv_z)] v + \frac{e}{m} \left( N \frac{v_z}{c} - 1 \right) E, \quad (8)$$

$$v_g \frac{dv_z}{d\zeta} = - \frac{e}{m} \left[ \frac{1}{c} N \operatorname{Re}(vE^*) + E_z \right], \quad (9)$$

$$\frac{dE_z}{d\zeta} = 4\pi e(n_e - n_0), \quad (10)$$

$$n_e(v_g - v_z) = n_0 v_g, \quad (11)$$

где  $N = kc/\omega$  – показатель преломления плазмы. Система (7)-(11) получена с использованием следующих условий:

$$|N^2 - 1| \ll |N/\beta_g - 1|, \quad q^2 \ll |N/\beta_g - 1|, \quad (12)$$

$$|v_z| \ll v_g, \quad |\delta| \ll 1,$$

где  $\beta_g = v_g/c$ ,  $q = \omega_p/\omega$ ,  $\omega_p$  – плазменная частота,  $\delta = (\omega - \omega_c)/\omega$  – расстройка резонанса.

Выражая  $v$  через  $E$  и  $\frac{dE}{d\zeta}$  с помощью (7) и подставляя это выражение в (9), приходим к уравнению

$$\frac{dv_z}{d\zeta} = \frac{e}{mv_g} \left[ \frac{2e}{m\omega_p^2} N(N - \beta_g) \operatorname{Re} \left( \frac{dE}{d\zeta} E^* \right) - E_z \right]. \quad (13)$$

Из уравнения (11) и условий (12) вытекает приближенное выражение для относительного возмущения электронной плотности

$$n = \frac{n_e - n_0}{n_0} \approx \frac{v_z}{v_g}. \quad (14)$$

Дифференцируя (13) и используя (10), (12) и (14), получаем уравнение для  $n$

$$v_g^2 \frac{d^2 n}{d\zeta^2} + \omega_p^2 n = \frac{e^2}{m^2 \omega_p^2} N(N - \beta_g) \frac{d^2 |E|^2}{d\zeta^2}. \quad (15)$$

Будем считать, что

$$\frac{q^2}{2\delta^2} \ll 1. \quad (16)$$

Тогда с помощью условий (12) можно получить

$$N - \beta_g \approx \frac{q^2}{2\delta^2}. \quad (17)$$

Введем безразмерную амплитуду электромагнитного поля  $a = eE/m\omega c$  и безразмерную координату  $\zeta = \zeta\omega/c$ . Тогда с помощью (17) можно представить уравнение (15) в виде

$$\frac{d^2 n}{d\zeta^2} + \frac{q^2}{\beta_g^2} n = \frac{1}{2\delta^2 \beta_g^2} \frac{d^2 |a|^2}{d\zeta^2}. \quad (18)$$

Уравнение такого типа совместно с уравнением для амплитуды  $a$  численно решалось в работе [3] при изучении процесса резонансной самомодуляции в плазме без магнитного поля.

Пренебрегая в (18) полем разделения заряда внутри импульса и полагая  $\beta_g \approx 1$ , получим оценку для относительного возмущения плотности

$$n \approx \frac{|a|^2}{2\delta^2}.$$

В отличие от аналогичного выражения для плазмы без магнитного поля [1] в знаменателе в условиях ЭЦР стоит малая величина  $\delta^2$ , приводящая к увеличению возмущения плотности.

Для оценки величины пространственного нарастания амплитуды кильватерной волны в процессе резонансной самомодуляции в области ЭЦР снова положим  $\beta_g \approx 1$  и зададим амплитуду импульса в следующем виде

$$a = (a_0 + \varepsilon \cos q\zeta) \exp(i\theta), \quad \varepsilon \ll 1$$

Такой выбор зависимости  $a(\zeta)$  физически обусловлен тем, что в данном случае главный вклад в самомодуляцию импульса вносит не зависимость частоты от амплитуды, а модуляция плотности заряда с пространственным периодом  $2\pi/q$ , вызванная плазменными колебаниями. Тогда в линейном приближении по  $\varepsilon$  уравнение (18) принимает вид

$$\frac{d^2 n}{d\zeta^2} + q^2 n = -\varepsilon a_0 \frac{q^2}{\delta^2} \cos q\zeta. \quad (19)$$

Уравнение (19) аналогично уравнению вынужденных колебаний гармонического осциллятора с собственной частотой  $q$  под действием периодической силы с той же частотой в отсутствие затухания. Его общее решение имеет вид:

$$n = C_1 \sin q\zeta + C_2 \cos q\zeta - \varepsilon a_0 \frac{q}{2\delta^2} \zeta \sin q\zeta. \quad (20)$$

Пространственное нарастание плазменных колебаний в системе отсчета импульса определяется линейной зависимостью от координаты  $\zeta$  в резонансном слагаемом в правой части (20). Из результатов численного моделирования следует, что такая зависимость действительно имеет место.

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРАВОПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ С ПЛАЗМОЙ

Моделирование процесса взаимодействия электромагнитного импульса с замагниченной плазмой проводилось с использованием электромагнитного релятивистского кода 1D2V.

Число частиц на сеточный шаг  $\Delta$  равнялось 5, что обеспечивало высокую точность сохранения полной энергии частиц плазмы и полей. Величина шага  $\Delta$  была равной  $0.1k_0^{-1}$  ( $k_0$  – волновое число импульса в вакууме), а шага по времени  $\Delta t = 0.1\omega^{-1}$ . Расчеты проводились как для неподвижных ионов, так и с учетом их движения при отношении масс  $m_i/m_e = 1840$ .

Начальная форма огибающей импульса в вакуумной области задавалась в виде

$$a(Z) = a \exp\left[-\left(\frac{Z - Z_0}{D}\right)^2\right], \quad \text{при } Z \geq Z_0,$$

$$a(Z) = a, \quad \text{при } Z_0 - L \leq Z < Z_0, \quad Z = k_0 z.$$

Такой импульс имеет вид плоской волны с передним фронтом гауссова профиля и ступенчатым задним фронтом. Поперечные проекции электриче-

ского и магнитного поля импульса задавались в виде правополяризованной волны, распространяющейся вдоль оси  $Z$ .

Начальное распределение частиц соответствовало состоянию холодной плазмы с резкой границей. Все поля и характеристики плазмы считались зависящими только от координаты  $Z$  вдоль направления распространения импульса.

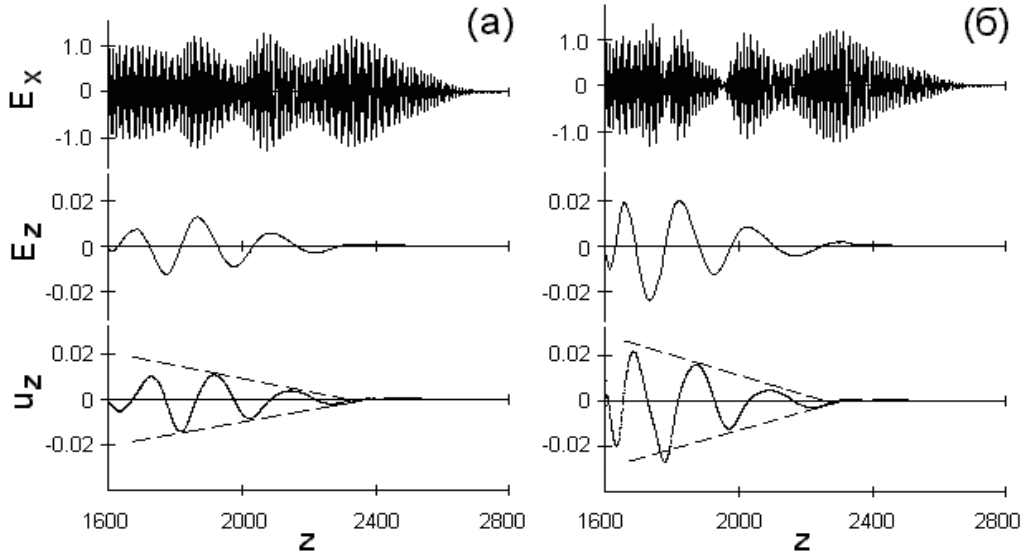


Рис. 1. Самомодуляция импульса и резонансное нарастание амплитуды кильватерной волны в момент времени  $t = 1200$  (в единицах  $\omega^{-1}$ ).  $a = 0.002$ ,  $q = 0.02$ ; (а) –  $\delta = 0.03$ , (б) –  $\delta = 0.025$

На Рис.1 представлены результаты моделирования для случая малой амплитуды  $a = 0.002$ , соответствующей импульсу СВЧ-диапазона. Значения полей  $E_x$ ,  $E_z$  выражены в единицах начальной амплитуды волны в вакууме. Безразмерный релятивистский импульс частиц определен как  $u_z = \gamma v_z / c$ .

Граница плазмы расположена в точке  $Z = 1600$ . Параметры огибающей импульса:  $D = 100$ ,  $L = 1400$ .

Пунктирными линиями на Рис.1 отмечено резонансное линейное нарастание амплитуды продольной скорости электронов, соответствующее решению (20). Угол наклона этих линий с хорошей точностью согласуется со значением коэффициента последнего слагаемого в выражении (20).

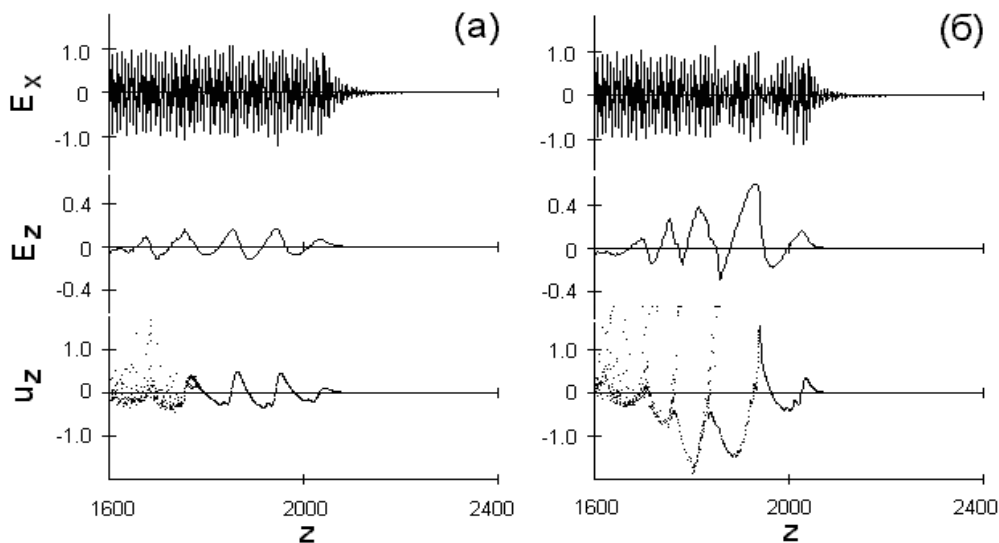


Рис. 2. Возбуждение кильватерной волны в режиме ЭЦР импульсом большой амплитуды.  $a = 0.1$ ,  $q = 0.05$ ; (а) –  $\delta = 0.12$ , (б) –  $\delta = 0.1$ . Остальные параметры те же, что на Рис. 1

В случае импульса лазерного диапазона интенсивностей и частот ( $a = 0.1$ , Рис.2) нарастание амплитуды кильватерной волны происходит намного быстрее. Затем за счет сильной нелинейности резонансное взаимодействие между модулированным импульсом и плазменными колебаниями нарушается, и рост амплитуды продольных колебаний останавливается. При этом величина электрического поля возбуждаемой в режиме ЭЦР кильватерной волны достигает значений, сравнимых с полем лазерного импульса. Эти значения в приведенных на Рис.2 результатах на два порядка превышают напряженность поля кильватерной волны в плазме без магнитного поля при тех же параметрах.

Следует отметить, что для лазерного возбуждения кильватерных волн в режиме ЭЦР необходимо наличие сильного внешнего магнитного поля. Такие условия возбуждения могут быть реализованы, например, при облучении мощным лазером плазмы Z-пинча [11].

Из результатов численных расчетов следует, что в рассмотренной области параметров влияние ионов на процессы резонансного взаимодействия пренебрежимо мало.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено аналитическое и численное исследование процесса резонансного взаимодействия электромагнитного импульса с докритической плазмой при его распространении вдоль внешнего постоянного магнитного поля. Показано, что в условиях ЭЦР имеет место резонансное нарастание амплитуды кильватерной волны, обусловленное самомодуляцией импульса. При этом амплитуда возбуждаемой волны обратно пропорциональна квадрату расстройки ЭЦР. Это дает возможность создавать кильватерные волны большой амплитуды при значительно меньших значениях амплитуд импульса по сравнению со случаем плазмы без магнитного поля.

Полученные результаты могут быть применены к системам с лазерным ускорением частиц и циклотронным нагревом плазмы.

### WAKE-FIELD WAVE RESONANT EXCITATION IN MAGNETIZED PLASMAS BY ELECTROMAGNETIC PULSE

*V.P. Milantsev, V.A. Turikov*

In this paper the space charge wave excitation process at electromagnetic pulse propagation along external magnetic field in vicinity of electron cyclotron resonance. In hydrodynamic approach it is obtained an equation for plasma density under ponderomotive force action. With help of this equation we investigated a wake-field wave amplitude dependence from resonance detuning. The numerical simulation using a PIC method electromagnetic pulse propagation process in the resonant conditions was done.

### РЕЗОНАНСНЕ ЗБУДЖЕННЯ КІЛЬВАТЕРНОЇ ХВИЛІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ІМПУЛЬСОМ У ЗАМАГНІЧЕНІЙ ПЛАЗМІ

*В.П. Мілантєв, В.О. Туриков*

Досліджено процес порушення хвилі просторового заряду при поширенні електромагнітного імпульсу уздовж зовнішнього магнітного поля в області електронного циклотронного резонансу. У гідродинамічному наближенні отримане рівняння для відносної зміни щільності плазми під дією пондеромоторної сили, за допомогою якого досліджена залежність амплітуди кильватерної хвилі від розстроювання резонансу.

Работа выполнена в рамках Программы Минобрразования России «Университеты России».

### ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Е. Андреев, Л.М. Горбунов. Лазерно-плазменное ускорение электронов // *УФН*. 1999, т.169, с.53.
2. В.А. Балакирев, В.И. Карась, И.В. Карась. Ускорение заряженных частиц интенсивным сверхкоротким электромагнитным импульсом, возбуждаемым в плазме лазерным излучением или сгустками релятивистских электронов // *Физика плазмы*. 2002, т.28, с.144.
3. Н.Е. Андреев, Л.М. Горбунов, В.И. Кирсанов, А.А. Погосова, Р.Р. Рамазашвили. Резонансное возбуждение кильватерных волн лазерным импульсом в плазме // *Письма в ЖЭТФ*. 1992, т.55, с.550.
4. М.А. Миллер. Движение заряженных частиц в высокочастотных электромагнитных полях // *Изв. Вузов. Сер. Радиофизика*. 1958, т.1, с.110.
5. А.Г. Литвак. Динамические нелинейные электромагнитные явления в плазме // *Вопросы теории плазмы* / Под ред. М.А.Леонтовича. М.: «Атомиздат», 1980, в.10, с.164.
6. В.Я. Давыдовский. О возможности резонансного ускорения заряженных частиц электромагнитными волнами в постоянном магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1962, т.43, с.886.
7. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Резонансные явления при движении частицы в плоской электромагнитной волне // *ЖЭТФ*. 1963, т.44, с.261.
8. В.П. Милантьев. Явление циклотронного авторезонанса и его применения // *УФН*. 1997, т.167, с.3.
9. В.Б. Красовицкий, В.В. Прудских. Авторезонансный солитон в плазме // *Физика плазмы*. 1994, т.20, с.564.
10. Д.В.Красовицкий. Резонансный электромагнитный солитон в плазме // *Физика плазмы*. 1986, т.12, с.1394.
11. V.B. Krasovitskii, V.G. Dorofeenko, V.I. Sotnikov, B. Bauer. Interaction of powerful laser pulse with magnetized plasma // *Phys. Plasmas*. 2004, v.11, p.724.

Проведено чисельне моделювання по методу частинок у вічку процесу поширення електромагнітного імпульсу в резонансних умовах.