

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДИК РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

Abstract: *The comparative analysis of existing design procedures of reliability of systems such as "k from n" is submitted. It is considered five techniques, the different methods based on use and laws of distribution of an operating time to refusal. It is shown, that to the most effective, resulting{bringing} to the minimal errors of calculation of parameters of reliability, the technique based on use of two-parametrical DN -distribution, classical probability theory and a method of functions of casual argument is represented.*

Key words: *function of distribution of an operating time, function of casual arguments, an average operating time to refusal, factor of a variation of an operating time, an error of calculation.*

Аноація: *Представлено порівняльний аналіз існуючих методик розрахунку надійності систем типу "k з n". Розглянуто п'ять методик, заснованих на використанні різних методів і законів розподілу наробітку до відмови. Показано, що найбільш ефективною, яка приводить до мінімальних погрешностей розрахунку показників надійності, представляється методика, заснована на використанні двопараметричного DN-розподілу, класичної теорії ймовірностей і методу функцій випадкового аргументу.*

Ключові слова: *функція розподілу наробітку, функція випадкових аргументів, середній наробіток до відмови, коефіцієнт варіації наробітку, погрешність розрахунку.*

Аннотація: *Представлен сравнительный анализ существующих методик расчета надежности систем типа "k из n". Рассмотрено пять методик, основанных на использовании разных методов и законов распределения наработки до отказа. Показано, что наиболее эффективной, приводящей к минимальным погрешностям расчета показателей надежности, представляется методика, основанная на использовании двухпараметрического DN-распределения, классической теории вероятностей и метода функций случайного аргумента.*

Ключевые слова: *функция распределения наработки, функция случайных аргументов, средняя наработка до отказа, коэффициент вариации наработки, погрешность расчета.*

1. Введение

Как способ повышения надежности технических систем имеет место резервирование путем параллельного соединения элементов, когда все элементы находятся под нагрузением (нагруженный резерв), в частности, широкое применение в различных областях техники имеют системы (структуры) типа "k из n". Такая структура, имеющая n параллельно соединенных элементов, нормально функционирует тогда и только тогда, когда работоспособны по крайней мере k элементов. В работах [1–3] представлены методики расчета надежности таковых структур на основании использования различных методов расчета и функций распределения наработки. В настоящей работе представлен сравнительный анализ указанных методик расчета надежности параллельных структур.

2. Методики расчета надежности параллельных структур

Ниже приведены оценки основных показателей (характеристик) надежности исследуемых структур, в частности, оценки математического ожидания (средней наработки до отказа) T_c и коэффициента вариации наработки V_c , как функции средней наработки до отказа T_0 и коэффициента вариации наработки V_0 составляющих элементов.

Методика № 1. Расчет надежности на основе классической теории вероятностей и функций случайных аргументов с использованием экспоненциального распределения [2]:

$$T_c = T_3 \sum_{i=0}^{n-k} (i+k)^{-1}; \quad \nu_c = 1.$$

Методика № 2. Расчет надежности на основе классической теории вероятностей и функций случайных аргументов с использованием распределения Вейбулла [2]:

$$T_c = T_3 \left(\frac{n-k+1}{n} \right)^{\nu_c}; \quad \nu_c = 0,56 \cdot \nu_3.$$

Примечание. В данном случае приведена оценка ν_c для структуры: $n = 5$; $k = 3$.

Методика № 3. Расчет надежности на основе классической теории вероятностей и функций случайных аргументов с использованием DN-распределения [3]:

$$T_c = \mu_c = \frac{T_3}{x[F_c(T_3); \nu_c]}; \quad \nu_c = \frac{\nu_3}{\sqrt{n-k+1}},$$

где $x[F_c(T_3); \nu_c] = \frac{T_3}{T_c} = x$. Значение x можно определить из таблиц функции DN-распределения обратным входом по значениям вероятности отказа $F = F_c(T_3)$ и коэффициента вариации наработки до отказа системы $\nu = \nu_c$ или из решения уравнения

$$F = \Phi\left(\frac{x-1}{\nu\sqrt{x}}\right) + \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right) \cdot \Phi\left(\frac{x+1}{\nu\sqrt{x}}\right),$$

где $\Phi(\cdot)$ – функция нормированного нормального распределения.

Методика № 4. Расчет надежности на основе ВФ-метода [4]:

$$T_c = \mu_c = \frac{T_3(n-k+1)}{\sqrt{n}}; \quad \nu_c = \frac{\nu_3}{\sqrt{n-k+1}}.$$

Методика № 5. Расчет надежности на основе ПС-метода [1]:

$$T_c = \mu_c = x_d T_3; \quad \nu_c = \frac{\nu_3}{\sqrt{n-k+1}},$$

где x_d – относительная наработка, соответствующая появлению d -го отказа ($d = n - k + 1$), то есть для структур типа k из n $x_d = \frac{t_d}{T_3} = x(d/n; \nu_3)$ (t_d – наработка до d -го отказа).

Значение x_d можно определить из таблиц функции DN-распределения обратным входом по значениям вероятности отказа $F = d/n$ и коэффициента вариации наработки до отказа элементов ν_3 или из решения уравнения

$$F = \frac{d}{n} = \Phi\left(\frac{x_d-1}{\nu_3\sqrt{x_d}}\right) + \exp\left(\frac{2}{\nu_3^2}\right) \cdot \Phi\left(\frac{x_d+1}{\nu_3\sqrt{x_d}}\right).$$

Предварительный анализ разработанных методик показал, что расчетные оценки показателей надежности конкретных систем при одних и тех же исходных данных имеют

существенные расхождения. Представляет практический интерес определение методических погрешностей разработанных методик и выявление наиболее адекватной из них.

3. Моделирование и расчет надежности систем

С целью оценки методических погрешностей методик расчета надежности систем, имеющих структуры типа "*k* из *n*", были выполнены моделирование структур "*k* из *n*" и наработки до отказа этих структур. На основании экспериментальных (моделируемых) данных отказов, имеющих существенно отличающиеся характеристики надежности (функции распределения наработки до отказа), было проведено моделирование структур типа "*k* из *n*" (при $n = 5$; $k = 3$) и определены показатели надежности этих структур (средняя наработка до отказа T_c и коэффициент вариации наработки до отказа ν_c этих структур). Принято (моделировалось) пять типов элементов со следующими показателями надежности: 1) $T_g = 1000$ час, $\nu_g = 0,5$; 2) $T_g = 1000$ час, $\nu_g = 0,7$; 3) $T_g = 1000$ час, $\nu_g = 0,85$; 4) $T_g = 1000$ час, $\nu_g = 1$; 5) $T_g = 1000$ час, $\nu_g = 1,2$.

Моделирование наработок до отказа элементов осуществлялось с использованием генератора случайных чисел, имеющих распределение типа диффузионное немонотонное (*DN*-распределение). Моделирование наработок до отказа исследуемых систем ("*k* из *n*") осуществлялось следующим образом. Методом Монте-Карло с использованием генератора *DN*-распределенных чисел моделировалось 5 элементов (5 случайных наработок до отказа: t_1, t_2, t_3, t_4, t_5). Затем строился вариационный ряд из этих пяти наработок: $t_1^* \leq t_2^* \leq t_3^* \leq t_4^* \leq t_5^*$. Определялась наработка до отказа данной системы: $T_c = T_{0i} = t_3^*$. Таким образом, моделировалось $N = 100$ систем.

На основе статистики наработок до отказа систем $\{T_{01}, T_{02}, \dots, T_{0i}, \dots, T_{0100}\}$ получены оценки средней наработки до отказа и коэффициента вариации наработки исследуемых систем:

$$\tilde{T}_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{0i}; \quad \tilde{\nu}_c = \frac{\sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (T_{0i} - \tilde{T}_c)^2}}{\tilde{T}_c}.$$

Затем на основании известных (моделируемых) характеристик по надежности элементов (T_g, ν_g), используя представленные методики, рассчитывались эти же показатели надежности систем аналитическим методом по выше приведенным формулам. Результаты моделирования и расчетов приведены в табл. 1.

Далее были оценены методические погрешности разработанных методик при расчете указанных показателей надежности систем.

Таблица 1. Результаты моделирования и расчетов исследуемых систем при различных показателях надежности

Методика	Показатели надежности системы	Показатели надежности элементов $T_s = 1000$ час и ν_s				
		$\nu_s = 0,5$	$\nu_s = 0,7$	$\nu_s = 0,85$	$\nu_s = 1,0$	$\nu_s = 1,2$
Методика № 1	T_c	783	783	783	783	783
	ν_c	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Методика № 2	T_c	867	819	784	751	709
	ν_c	0,28	0,39	0,48	0,56	0,67
Методика № 3	T_c	915	850	752	735	692
	ν_c	0,29	0,40	0,49	0,58	0,69
Методика № 4	T_c	1342	1342	1342	1342	1342
	ν_c	0,29	0,40	0,49	0,58	0,69
Методика № 5	T_c	1007	955	925	848	517
	ν_c	0,29	0,40	0,49	0,58	0,69
Результаты моделирования	\tilde{T}_c	900	811	786	732	730
	$\tilde{\nu}_c$	0,25	0,34	0,44	0,55	0,66

Методические погрешности методик расчета средней наработки до отказа системы T_c , а также коэффициента вариации распределения наработки системы ν_c вычислялись по следующим формулам:

$$\delta_T = \left| \frac{\tilde{T}_c - T_c^*}{\tilde{T}_c} \right|; \quad \delta_\nu = \left| \frac{\tilde{\nu}_c - \nu_c^*}{\tilde{\nu}_c} \right|,$$

где \tilde{T}_c , $\tilde{\nu}_c$ – выборочные (экспериментальные) оценки соответственно средней наработки до отказа и коэффициента вариации наработки системы;

T_c^* , ν_c^* – расчетные оценки соответственно средней наработки до отказа и коэффициента вариации наработки системы.

В табл. 2 приведены усредненные по всем выборкам оценки погрешностей $\tilde{\delta}$, вычисленные по формулам

$$\tilde{\delta}_T = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \delta_T^i; \quad \tilde{\delta}_\nu = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \delta_\nu^i.$$

С целью обобщенной оценки погрешностей сравниваемых методик, полагая соизмеримую значимость погрешностей (δ_T , δ_ν), в таблице приведена обобщенная погрешность методик ξ , вычисленная по формуле

$$\xi = \sqrt{\delta_T^2 + \delta_\nu^2}.$$

Таблица 2. Методические погрешности методик расчета

Методика	Погрешность	$\nu_s=0,5$	$\nu_s=0,7$	$\nu_s=0,85$	$\nu_s=1,0$	$\nu_s=1,2$	$\tilde{\delta}$	ξ
Методика № 1	δ_T	0,13	0,03	0,004	0,07	0,07	0,06	1,51
	δ_ν	3,0	1,94	1,27	0,82	0,51	1,51	
Методика № 2	δ_T	0,04	0,01	0,003	0,03	0,03	0,03	0,09
	δ_ν	0,14	0,15	0,08	0,02	0,02	0,09	
Методика № 3	δ_T	0,016	0,048	0,04	0,004	0,05	0,03	0,10
	δ_ν	0,16	0,17	0,11	0,05	0,04	0,10	
Методика № 4	δ_T	0,48	0,65	0,70	0,83	0,83	0,69	0,70
	δ_ν	0,16	0,17	0,11	0,05	0,04	0,10	
Методика № 5	δ_T	0,12	0,18	0,18	0,16	0,29	0,18	0,21
	δ_ν	0,16	0,17	0,11	0,05	0,04	0,10	

4. Заключение

Анализируя методические погрешности рассматриваемых методик расчета, можно сделать вывод, что наиболее адекватными в данном случае для структур ($n=5$; $k=3$) практически с одинаковыми погрешностями расчета представляются методика № 2 (расчет надежности на основе классической теории вероятностей и функций случайных аргументов с использованием распределения Вейбулла) и методика № 3 (расчет надежности на основе классической теории вероятностей с использованием DN -распределения). Учитывая, что расчет по методике № 3 более универсальный, т.е. он одинаково хорошо работает также при расчете надежности других структур типа " k из n " [2, 3], в дальнейшем рекомендуется использовать для расчета надежности структур типа " k из n " методику № 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азарсков В.Н., Джассим М. Касми, Стрельников В.П. Использование порядковой статистики в задачах оценки надежности резервированных систем // Математические машины и системы. – 2005. – № 4. – С. 152–156.
2. Азарсков В.Н., Джассим М. Касми, Стрельников В.П. Методика расчета надежности резервированных систем // Проблеми інформатизації та управління: Збірник наукових праць. – К.: НАУ, 2005. – Вип. 4 (15). – С. 8–11.
3. Стрельников В.П., Джассим М. Касми Расчет надежности резервированных структур с использованием DN -распределения на основе аппарата функций случайных аргументов // Математические машины и системы. – 2006. – № 2. – С. 147–150.
4. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.