

УДК 522.41:519.271

**Л. Я. Халявина**

Полтавская гравиметрическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
36029 Полтава, ул. Мясоедова 27/29

## **Дополнительные процедуры обработки наблюдений на призмной астролябии.**

### **2. Назначение весов наблюдениям отдельных звезд**

*Изучена эффективность назначения весов наблюдениям звезд на равных высотах. Рассмотрены недостатки общепринятого весового оценивания по величине остаточных уклонений звезд от среднего альмукантарата, определенного из наблюдений группы звезд. Изучена возможность определения качества наблюдений отдельной звезды по сходимости массива уклонений ее высот от условного альмукантарата. На примере нескольких годовых серий наблюдений на призмной астролябии в Полтаве 1) исследованы статистические характеристики массивов наблюденных высот отдельных звезд (дисперсия, долгопериодический тренд); 2) проведена переобработка рядов с учетом весовых коэффициентов, определенных по отклонениям индивидуальных высот от кривой изменений относительной высоты для каждой звезды. Установлено, что: для большинства наблюдений систематические компоненты изменений высот с точностью до постоянной совпадают с кривыми, предвычисленными по данным о параметрах вращения Земли; их разности не превышают 0.1"; дисперсия случайной компоненты, в среднем, составляет 0.26" и несколько зависит от яркости звезды; распределение случайной составляющей подчиняется закону Пирсона; применение предложенного метода назначения весов позволяет улучшать сходимость рядов широты, не менее, чем на 15 %.*

**ДОДАТКОВІ ПРОЦЕДУРИ ОБРОБКИ СПОСТЕРЕЖЕНЬ НА ПРИЗМОВІЙ АСТРОЛЯБІЇ. 2. ПРИЗНАЧЕННЯ ВАГ ПРИ ОБРОБЦІ СПОСТЕРЕЖЕНЬ СПОСОБОМ РІВНИХ ВИСОТ, Халявіна Л. Я.** — Вивчено ефективність методів призначення ваг спостереженням зірок на рівних висотах. Розглянуто недоліки вагового оцінювання на основі залишкових відхилень зір від середнього альмукантарату, отриманого із спостережень групи зірок. Вивчена можливість оцінити якість спостережень окремої зірки за сходимістю масиву відхилень її висот від умовного альмукантарату. На прикладі декількох річних серій спостережень на призмній астролябії в Полтаві: 1) досліджено статистичні характеристики масивів поправок висоти окремих зірок (довгоперіодичний тренд, дисперсія); 2) проведені переобчислення ряду з врахуванням вагових коефіцієнтів, визначених по відхиленню індивідуальних висот від кривої зміни відносної висоти окремої зірки. Встановлено, що: для більшості спостережень

систематичні компоненти змін висоти з точністю до постійної співпадають з кривими, передобчисленими за даними про параметри орієнтації Землі; їх відмінності не перевищують  $0.1''$ ; дисперсія випадкової складової, в середньому, складає  $0.26''$  і децю залежить від яскравості зірки; розподіл випадкової складової співпадає з законом розподілу Пірсона; застосування запропонованого методу призначення ваг покращує збіжність широтних рядів, не менше, ніж на 15 %.

*SOME COMPLEMENTARY PROCEDURES FOR REDUCING OBSERVATIONS WITH A PRISMATIC ASTROLABE. 2. WEIGHING IN REDUCING OBSERVATIONS AT EQUAL HEIGHTS, by Khalyavina L. Ya. — An efficiency of assigning weights to star observations at equal heights is studied. The imperfections of standard method for weighing based on deviations of stars from mean almucantar obtaining from observations of a star group are considered. The possibility of the evaluation of the quality of observations of individual star on the basis of the convergence of its height deviations from conditional almucantar is studied. By the example of some sets derived from observations with a prismatic astrolabe in Poltava we studied some statistical characteristics of star height arrays (trends and dispersions) and carried out a reprocessing of sets with taking into account the weight factors depending on individual deviations of star heights from the curve of systematic variations of the height for this star. It is established that systematic components of height variations for majority of star differ from modelled ones (on the basis of the Earth's rotation parameters data) by a constant value; the varying differences are less than  $0.1''$ ; dispersion of stochastic component is about  $0.26''$  and slightly depends on the magnitude of a star; the distribution of stochastic component obeys Pirson's law; application of our weighing method improves the convergence of latitude sets by not less than 15 %.*

## ВВЕДЕНИЕ

Огромные массивы данных, накопленные в XX веке наземной астрометрией, все еще востребованы для извлечения научной информации [12]. Возможно ли повысить метрологическую надежность таких данных, а следовательно, и достоверность выводов, полученных из их анализа?

Этому способствуют как применение уточненных каталогов положений и движений звезд, так и широкое внедрение компьютерных технологий. В предыдущей части [7] были рассмотрены методы исследования первичных данных наблюдений с призменной астролябией. Здесь будет исследована возможность оценки метрологического качества каждого наблюдения отдельной звезды на основе моментов наблюдений, полученных обычной процедурой усреднения. Такой подход особенно полезен при анализе длительных серий, для которых нет первичной информации о регистрации звезд на электронных носителях. С другой стороны, для менее отдаленных периодов наблюдений появится возможность комплексного анализа характеристик процесса регистрации и итоговой точности определения положения звезды.

Решение поставленной задачи позволит получить для анализа уточненную серию наблюдений широты длительностью 43 года. Предыдущая ревизия широтного ряда наблюдений на призменной астролябии в Полтаве дала однородный в систематическом отношении ряд, но однородность в случайном отношении не была достигнута [8]. Оценки погрешностей, характеризующие сходимость отдельных фрагментов ряда, различаются почти в 1.5 раза ( $\sigma_1 = 0.152''$  для отрезка 1979—1983 гг. и  $\sigma_1 = 0.102''$  в 1994—1999 гг.). Установлено, что источник нестабильности результатов

наблюдений имеет преимущественно инструментальное происхождение, и в сочетании с целым рядом факторов (яркостью звезды, условиями видимости, состоянием наблюдателя и т. д.), определяет качество наблюдения звезды [5].

Наиболее тривиальный метод ослабления влияния искажающих факторов — назначение весов наблюдениям отдельных звезд.

#### ВЫБОР ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ МЕТРОЛОГИЧЕСКОГО КАЧЕСТВА НАБЛЮДЕНИЯ ЗВЕЗДЫ

При обработке наблюдений на равных высотах обычно принята процедура назначения весов отдельным звездам по итогам наблюдений конкретной группы [1, 2, 9]. Показателем погрешности наблюдений звезды служит остаточное отклонение  $v_{ij}$  звезды от «мгновенного» альмукантарата, определяемого из наблюдений группы звезд, где  $i$  — индекс звезды;  $j$  — индекс вечера наблюдений. Мы пытались применить подобный метод назначения весов в процессе ревизии ряда [6]. При этом учитывалось наличие систематических деформаций видимого альмукантарата и неоднородность дисперсий остаточных отклонений вдоль горизонта и в зависимости от яркости звезды. Применение этого метода для нескольких фрагментов ряда не улучшило их сходимость.

Причина этого видится в следующем. Массивы остаточных уклонений  $\{v_i\}$ , ( $j = \text{const}$ ) хорошо представляют статистические свойства совокупности погрешностей наблюдений  $\{e_i\}$ , в том случае, если распределение последних нормально как по времени, так и по горизонту. При использовании метода наименьших квадратов они связаны между собой отношением

$$v = e - A \cdot (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot e, \quad (1)$$

где  $v = |v_i|$  — вектор-столбец остаточных уклонений;  $e = |e_i|$  — вектор-столбец погрешностей наблюдений;  $A$  — матрица плана, которая для простейшей модели способа равных высот имеет вид  $A = |\sin A_1 \cos A_1 - 1|$ .

Второе слагаемое выражения (1) представляет совокупность влияния на остаточное отклонение  $i$ -й звезды погрешностей наблюдений остальных звезд группы. При некоторых распределениях погрешностей  $\{e_i\}$  по азимутам и времени это слагаемое может существенно изменяться, искажая представление о качестве конкретного наблюдения. Поскольку для полтавской астролябии характерны погрешности типа «деформаций альмукантарата», то и эффективность рассмотренного метода взвешивания низкая.

Получить оценку качества наблюдения звезды, не зависящую от влияния соседних звезд, мы попытались, анализируя сходимость массива поправок высот выбранной звезды  $\{\delta h_{ij}\}$ , определенных за некоторый период. Поправки высот определяются по отношению к условному альмукантарату с принятыми значениями долготы  $\lambda_0$ , широты астролябии  $\varphi_0$  и инструментального зенитного расстояния  $z_0$ . Условный альмукантарат — «круг отсчета» при вычислении видимых мест, поэтому массивы поправок высоты фактически представляют свободные члены уравнений способа равных высот. Структуру последовательности поправок высоты для каждой звезды, упорядоченной по времени наблюдений, можно представить выражением

$$\delta h_{ij} = 15 \cos \varphi \cdot \sin A_1 [(UTO - UTC) + \delta u] + \cos A_1 (\Delta \varphi + \delta \varphi) + \Delta z_j + e_{ij}, \quad (2)$$

Эта последовательность содержит гладкую составляющую, которая медленно изменяется на протяжении нескольких месяцев, в течение которых

ведутся наблюдения звезды. Изменения обусловлены, в первую очередь, изменениями параметров ориентации Земли (компоненты УТО—УТС и  $\Delta\varphi$ ) и, предположительно, направленным смещением зенита, обусловленным геофизическими или метеорологическими влияниями (компоненты  $\delta u$  и  $\delta\varphi$ ). Стохастическая составляющая включает поправку  $\Delta z_j$  наблюдаемого зенитного расстояния и погрешность наблюдений  $e_{ij}$ . Поправку  $\Delta z_j$  можно и необходимо исключить. Ее оценку легко получить как среднее значение поправок высот всех звезд группы, наблюдавшихся в  $j$ -й вечер:  $\Delta z_j \approx \Sigma \delta h_{ij}/n$ . Это касается полных групп, имеющих оптимальное распределение звезд по азимутам. В общем же случае необходимо определять  $\Delta z_j$  из решения системы уравнений, полученной из наблюдений группы звезд по способу равных высот.

Следовательно, оценку погрешности  $e_{ij} = \delta h'_{ij} - L_s$  можно получить как разность между измеренной поправкой высоты  $\delta h'_{ij} = \delta h_{ij} - \Delta z_j$  и гладкой составляющей  $L_s$  последовательности  $\{\delta h'_{ij}\}$ , оцененной на момент наблюдений. Сглаживание массива  $\{\delta h'_{ij}\}$  производилось с помощью процедуры *ksmooth* пакета Mathcad [3]. Эта процедура аналогична сглаживанию методом скользящего среднего с весовой функцией Гаусса и шириной окна 0.1 года [10].

#### СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ИЗМЕРЯЕМЫХ ПОПРАВОК ВЫСОТ ЗВЕЗД

Возможность использования массивов поправок высоты для определения качества наблюдений звезд была изучена нами на примере трех серий наблюдений на равных высотах (1983—1985; 1998—1999; 2002—2003 гг.). Эти отрезки выбраны по следующим причинам: их отличает стабильность в систематическом отношении и достаточно высокая плотность наблюдений, что обеспечивает надежность выборок и хорошую сходимость рядов.

Были изучены статистические свойства массивов  $\{e_{ij}\}$  — отклонений поправок высот от гладкой составляющей. Результаты этих исследований за 1999 г. представлены в табл. 1, в которой содержатся данные: серия (номер группы и год),  $\sigma$  — робастные оценки дисперсий массивов  $\{e_{ij}\}$ ,  $\mu_3$  — асимметрия распределения,  $\beta_2 = \mu_4/\mu_2^2$  — моментное отношение, характеризующее эксцесс распределения  $\varepsilon = \beta_2 - 3$ . Указанные характеристики получены для полных массивов наблюдений звезд, а также для звезд, ярче  $4.6^m$  (1) и звезд, удаленных от меридиана на  $30^\circ$  на севере и на  $40^\circ$  на юге (2).

Результаты показывают следующее.

1. Робастные оценки дисперсий высот отдельных звезд имеют значения  $0.24$ — $0.28''$  и сравнимы с дисперсиями остаточных отклонений, характеризующих внутреннюю сходимость наблюдений группы звезд.

2. Параметры распределения уклонений высот указывают на слабую

Таблица 1. Статистические свойства погрешностей наблюдений по данным анализа массивов уклонений поправок высоты  $\{e_{ij}\}$

Серия	$\sigma(e_{ij})$	$\mu_3$	$\beta_2$	$\sigma^{(1)}$	$\beta_2^{(1)}$	$\sigma^{(2)}$	$\beta_2^{(2)}$
3-99	$\pm 0.269''$	-0.002	4.1	$\pm 0.253''$	3.0	$\pm 0.261''$	3.7
4-99	0.237	0.002	4.6	0.232	4.6	0.230	4.0
5-99	0.283	-0.002	4.7	0.273	3.1	0.268	2.8
6-99	0.284	0.002	4.6	0.261	2.9	0.278	3.9
7-99	0.250	-0.005	4.9	0.230	2.6	0.248	3.6
8-99	0.244	0.004	3.8	0.231	3.3	0.242	4.0

асимметрию и довольно значительный положительный эксцесс ( $\epsilon \approx 1.5$ ), что соответствует заметным отклонениям от нормального закона распределения. Подобные выводы о характере распределения погрешностей наблюдений на призменной астролябии были сделаны в свое время на основе анализа массивов остаточных уклонений за 1961—1964 гг. [1]. Такие распределения относятся к распределениям Пирсона VII типа.

3. Зависимость дисперсии от азимута и яркости звезды очень слабая, хотя для всех серий отмечается небольшое уменьшение  $\sigma$  при ограничении массивов по яркости и азимуту. Более заметны изменения эксцесса распределения. После исключения звезд слабее  $4.5^m$  и звезд, пересекающих альмукантарат вблизи меридиана, для большинства представленных серий параметр  $\beta_2$  изменился в сторону нормального распределения. Однако эта тенденция не является всеобщей. Для летних групп № 5—7, для которых в 1999 г. наиболее характерны указанные особенности, в 2003 г. исключение слабых звезд практически не изменило эксцесс:  $\beta_2^{(1)} = 4.4$ .

Еще одной характеристикой качества наблюдений может служить неполярная составляющая изменений высоты. В табл. 2 представлены параметры систематических различий  $|L_s - L_p|$  — гладкой составляющей эмпирических последовательностей поправок высот  $\{\delta h'_{ij}\}$  и ее полярной части, которая легко моделируется по данным об изменениях параметров ориентации Земли. Первый параметр  $\sigma$  — это среднее квадратичное отклонение эмпирической составляющей от полярной; второй — их максимальное расхождение.

Как видно из табл. 2, это отличие в большинстве случаев статистически незначительное и не превышает  $0.10''$ , особенно для летних групп. Однако в каждой из приведенных серий имеются звезды, для которых расхождение эмпирической и полярной гладких составляющих  $\max(|L_s - L_p|)$  достигает значительных величин. Первый результат говорит о том, что для коротких и разреженных серий наблюдений, когда сглаживание последовательности поправок высот проблематично, гладкую составную можно моделировать (с точностью до постоянной) полярным приближением. Второй — о необходимости анализа такой возможности для каждой конкретной звезды.

С другой стороны, эти различия позволяют оценивать величину неполярных изменений положения зенита, контролировать стабильность системы и вклад или отклик измеренного положения каждой звезды на ее изменения. На рисунке приведены неполярные составляющие  $L_s - L_p$  изменений высот четырех звезд, наблюдаемых в различных группах в сезоне 2003 г. Азимуты звезд, соответствующих кривым 1—4, составляют  $34.7^\circ$  (гр. № 6),  $44.0^\circ$  (гр. № 7),  $44.4^\circ$  (гр. № 5),  $46.8^\circ$  (гр. № 6).

Можно видеть, что для трех звезд, наблюдаемых в разных группах, систематическое смещение относительно полярных изменений незначительно варьируют вокруг значения  $+0.4''$ . Такое согласие говорит о хорошем соответствии каталожных положений и отсутствии других источников систематических различий (например, яркость или цвет). Для кривой 1 смещение составляет около  $+0.27''$ , что может свидетельствовать о наличии

Таблица 2. Сравнение гладких эмпирических составляющих изменений высот звезд с предвычисленными по данным о параметрах вращения Земли

Серия	3-99	4-99	5-99	6-99	7-99	8-99
$\sigma(L_s - L_p)$	$\pm 0.049''$	0.030	0.033	0.011	0.020	0.089
$\max( L_s - L_p )$	$0.395''$	0.236	0.336	0.247	0.178	0.320

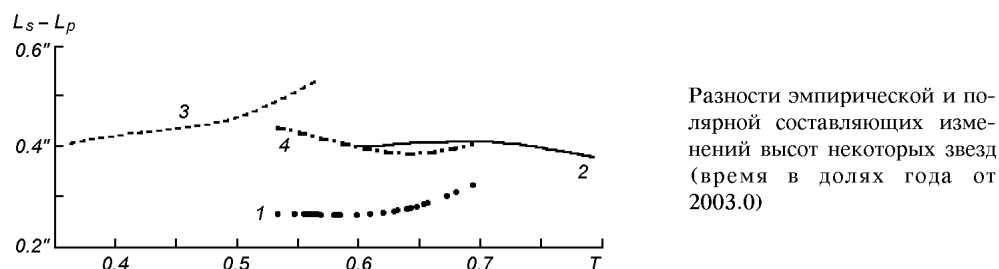


Таблица 3. Данные об изменении сходимости отдельных фрагментов широтного ряда с учетом взвешивания наблюдений каждой звезды

Фрагмент ряда	Количество широт	$\sigma_2$	$\sigma_2^{(p)}$
1983.6—1985.3	409	0.153"	0.120"
1998.7—1999.9	270	0.112	0.097
2002.9—2003.9	207	0.106	0.088

одной или нескольких из перечисленных особенностей у этой звезды. Сезонная нестабильность изменений высоты характерна для кривой 3: к концу серии после момента 2003.5 отмечается значимое увеличение разности  $L_s - L_p$  более, чем на  $0.1''$ . Это обусловлено, вероятней всего, метеорологическими факторами в связи с выходом наблюдений данной звезды на вечернее время. Таким образом, комплексный анализ разностей  $L_s - L_p$  для различных наборов звезд может дать информацию о состоянии измерительной системы и ее изменениях.

Для этих же отрезков наблюдений были проведены вычисления широт с помощью взвешенного МНК, когда веса отдельных наблюдений назначались по величине уклонения поправки высоты от гладкой составляющей. В качестве весов принимались бивес-оценки Тьюки [11]:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1 - u^2, & \text{если } u \leq 1, \\ 0, & \text{если } u > 1, \end{cases} \quad (3)$$

где  $u = |e_{ij}| / (3 \cdot \text{stdev}(e))$ . Известно, что границы цензурирования ( $w_{ij} = 0$ ) устанавливаются в зависимости от формы распределения погрешностей наблюдений [4]. Данные табл. 1 показывают, что распределения погрешностей поправок высот большинства наблюдаемых звезд (ярче  $4.5^m$  или удаленных от меридиана) соответствуют закону, близкому к нормальному, что и обусловило выбор выражения (3).

В табл. 3 содержатся некоторые результаты применения взвешивания для некоторых фрагментов широтного ряда. Параметр  $\sigma_2$  представляет среднее квадратичное отклонение мгновенных широт от эталонной кривой вариаций широты, построенной по координатам полюса. Как видно из табл. 3, улучшение сходимости составляет от 15 до 22 %.

Полученные результаты могут служить основанием для продолжения работ по улучшению качества эмпирического материала, накопленного в течение многих лет на призменной астролябии в Полтаве.

1. Джунь И. В., Славинская А. А. Закон распределения остаточных погрешностей определения времени и широты на астролябии Данжона // Вращение и приливные деформации Земли.—1984.—Вып. 16.—С. 69—74.
2. Джунь И. В., Славинская А. А. Обработка наблюдений на астролябии Данжона с учетом эксцесса закона ошибок остаточных погрешностей // Изучение Земли как планеты

- методами геофизики, геодезии и астрономии: Тр. II Орловской конф. — Киев: Наук. думка, 1988.—С. 222—226.
3. Дьяконов В. Mathcad 8 / 2000. Специальный справочник. — С-Петербург, 2000.—590 с.
  4. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. — Л.: Энергоатомиздат, 1991.—303 с.
  5. Халявина Л. Я. О систематических деформациях альмукуантарата в наблюдениях с призменной астролябией Полтавской гравиметрической обсерватории // Кинематика и физика небес. тел.—1999.—15, № 2.—С. 177—188.
  6. Халявина Л. Я. К вопросу о ревизии широтного ряда, полученного из наблюдений на призменной астролябии в Полтаве // Кинематика и физ. небес. тел. Приложение.—1999.—№ 1.—С. 106—107.
  7. Халявина Л. Я. Дополнительные процедуры обработки наблюдений на призменной астролябии. 1. Уточнение средних моментов регистрации // Кинематика и физика небес. тел.—2005.—21, № 1.—С. 66—73.
  8. Халявина Л. Я., Кислица Е. Н., Борисюк Т. Е., Заливадный Н. М. Обновленная версия широтного ряда наблюдений на призменной астролябии в Полтаве // Кинематика и физика небес. тел.—2001.—17, № 4.—С. 372—382.
  9. Bougeard M. L. Statistical problems about the use of the ordinary least-squares method in astrometry. Application to the Paris-Astrolabe data // Astron. and Astrophys.—1987.—183.—P. 156—166.
  10. Kabelac I. The use of Gauss' frequency curve for smoothing observed values of the geographic latitude and time corrections // Bull. Astron. Inst. Czech.—1976.—27, N 3.—P. 143—152.
  11. Mosteller F., Tukey J. W. Data Analysis and Regression: A second course in statistics reading. — Addison-Wesley, Mass. USA, 1977.
  12. Vondrak J., Ron C. An improve optical reference frame for long-term Earth rotation studies // Journees 2002: Systemes de reference spatio temporals. Astrometry from ground and from Space, Bucharest, 25—28 September, 2002. — Bucharest: Astronomical Institute of Romanian Academy, 2003.—P. 49—55.

Поступила в редакцию 13.08.04