КИНЕМАТИКА
И ФИЗИКА
НЕБЕСНЫХ
ТЕЛ том 21 № 1 2005

УДК 523.165

С. Ф. Носов, Б. А. Шахов

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
03680 ГСП, Киев, ул. Академика Заболотного 27

Космические лучи в звездном ветре как неравновесная система

Рассматривается взаимодействие космических лучей со сферически симметричным звездным ветром при свободном обмене частицами между областями, соответственно занятыми и не занятыми ветром, а также при отсутствии такого обмена. Рассматривается баланс энтропии в этих случаях. Показано, что неоднородности звездного ветра являются источником энтропии космических лучей. В открытой системе «звездный ветер — межзвездная среда» происходит вынос энтропии, обусловленный наличием ее потока из системы, так, что энтропия космических лучей в стационарном звездном ветре сохраняется. В случае закрытой системы поток энтропии из нее равен нулю, что приводит к ее непрерывному возрастанию в этом случае. Рост энтропии сопровождается ростом энергии космических лучей.

КОСМІЧНІ ПРОМЕНІ У ЗОРЯНОМУ ВІТРІ ЯК НЕРІВНОВАЖНА СИСТЕМА, Носов С. Ф., Шахов Б. О. — Розглядається взаємодія космічних променів із сферично-симетричним зоряним вітром при вільному обміні частинками між областями, відповідно зайнятими і не зайнятими вітром, а також при відсутності такого обміну. Розглядається баланс ентропії для цих випадків. Показано, що неоднорідності зоряного вітру є джерелом ентропії космічних променів. У відкритій системі «зоряний вітер — міжзоряне середовище» відбувається винесення ентропії, зумовлене наявністю її потоку з системи, так що ентропія космічних променів у стаціонарному зоряному вітрі зберігається. У випадку закритої системи потік ентропії із неї дорівнює нулеві, що призводить до її безперервного зростання в цьому випадку. Зростання ентропії супроводжується зростанням енергії космічних променів.

COSMIC RAYS AS AN EXAMPLE OF THE NON-EQUILIBRIUM SYSTEM, by Nosov S., Shakhov B. — We consider discuss the cosmic ray interaction with spherical-symmetrical stellar wind for the case of particle exchange between the regions with stellar wind and without it and for the case when the exchange is absent. The entropy balance for these cases is considered. It is shown that stellar wind inhomogeneties are the source of cosmic ray entropy. In the open system “the stellar wind — interstellar medium” the *transport of entropy takes place due to its stream from the system, so that cosmic ray entropy in stationary stellar wind is conserved. For a close system, the entropy stream equals zero, which leads to its continuous increasing for this case. The entropy increase is accompanied by the energy increase.*

Рассмотрим систему «космические лучи — звездный ветер» для двух случаев. В первом случае будем предполагать возможность свободного выхода частиц космических лучей из области, занимаемой звездным ветром. Этот случай реализуется для звезд, обладающих ветром. Во втором случае свободный выход космических лучей из области, занимаемой звездным ветром, невозможен. Такая постановка задачи соответствует описанию системы двойной звезды, когда одна из звезд — сверхновая, которая сбрасывает свою оболочку на вторую звезду, обладающую ветром.

Будем считать ветер сферически-симметричным. Будем также предполагать, что плотность энергии космических лучей много меньше плотности энергии движущихся неоднородностей звездного ветра. Чтобы исследовать вопрос о неравновесности, рассмотрим плотность энтропии системы космические лучи — звездный ветер, которая определяется выражением [1]

$$S_\Sigma(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathrm{i}} \int d\mathbf{p} F_{\mathrm{i}}(1 - \ln F_{\mathrm{i}}), \tag{1}$$

где $F_{\mathrm{i}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ — функция распределения i-го компонента системы (в нашем случае $i = 2$). Предполагается, что неоднородности звездного ветра движутся стационарно с регулярной скоростью $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$. В силу малости плотности энергии космических лучей они не оказывают влияния на звездный ветер, и энтропия этого компонента системы не изменяется во времени. Поэтому будем интересоваться энтропией космических лучей при сделанных выше предположениях. В этом случае плотность энтропии космических лучей определяется формулой

$$S(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{p} F(1 - \ln F). \tag{2}$$

Функция распределения космических лучей $F(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ нормируется условием

$$\int d\mathbf{p} F(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = n(\mathbf{r}, t), \tag{3}$$

где $n(\mathbf{r}, t)$ — плотность космических лучей всех энергий. Плотность энтропии в фазовом пространстве обозначим выражением

$$s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = F \cdot (1 - \ln F), \tag{4}$$

которое продифференцируем по времени:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial t} \cdot \ln F. \tag{5}$$

Используя кинетическое уравнение, полученное впервые в работе [2], получим

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\mathbf{v}\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial}{\partial p_\alpha} D_{\alpha\lambda} \frac{\partial F}{\partial p_\lambda}, \tag{6}$$

где $D_{\alpha\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ — тензор диффузии космических лучей, $\mathbf{v}$ — скорость частиц. Подставляя (6) в (5), получим

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\mathbf{v}\frac{\partial s}{\partial \mathbf{r}} - (\ln F)\frac{\partial}{\partial p_\alpha} D_{\alpha\lambda} \frac{\partial F}{\partial p_\lambda}. \tag{7}$$

При этом использовано тождество

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} \cdot \ln F = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} F(1 - \ln F).$$

Справедливо также следующее соотношение:

$$\frac{\partial}{\partial p_\alpha} D_{\alpha\lambda} \frac{\partial s}{\partial p_\lambda} = -\ln F \frac{\partial}{\partial p_\alpha} D_{\alpha\lambda} \frac{\partial F}{\partial p_\lambda} - D_{\alpha\lambda} \frac{\partial F}{\partial p_\alpha} \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial p_\lambda}. \tag{8}$$

Используя соотношение (8), уравнение (7) представим в виде

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial s}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial p_\alpha} D_{\alpha\lambda} \frac{\partial s}{\partial p_\lambda} + D_{\alpha\lambda} \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial p_\lambda}. \tag{9}$$

Уравнение (9) представляет собой кинетическое уравнение для плотности энтропии $s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ с источником Σ_s, который имеет вид

$$\Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = D_{\alpha\lambda} \cdot \frac{\partial F}{\partial p_\alpha} \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial p_\lambda}. \tag{10}$$

Интегрируя по импульсам $\mathbf{p}$, получим уравнение баланса плотности энтропии

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \mathbf{j}^s = \sigma, \tag{11}$$

где

$$\mathbf{j}^s(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{p} \cdot \mathbf{v} \cdot s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \tag{12}$$

— плотность потока энтропии, а

$$\sigma(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{p} \Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \tag{13}$$

— производство энтропии, т. е. возникновение энтропии за единицу времени в единичном объеме, которое для необратимых процессов является положительно определенной величиной.

Покажем, что $\sigma \geq 0$. Для этого запишем явный вид тензора диффузии [3]:

$$D_{\alpha\lambda} = \frac{p^2}{2\Lambda} W \cdot \left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{W_\alpha W_\beta}{W^2} \right), \tag{14}$$

где $\mathbf{W} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$, $W = |\mathbf{v} - \mathbf{u}|$, $p = |\mathbf{p}|$, Λ — длина свободного пробега частицы, $\mathbf{u}$ — скорость звездного ветра. Подставляя (14) в (10), получим выражение для источника энтропии $\Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$:

$$\Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{p^2}{2\Lambda} \cdot \frac{W}{F} \left[\frac{\partial F}{\partial p_\alpha} \cdot \frac{\partial F}{\partial p_\alpha} - \left(\frac{W_\alpha}{W} \cdot \frac{\partial F}{\partial p_\alpha} \right)^2 \right]. \tag{15}$$

Знак $\Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ определяет величина, стоящая в квадратных скобках, которая, очевидно, положительно определена. Таким образом $\Sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \geq 0$, отсюда следует, что и $\sigma(\mathbf{r}, t) \geq 0$.

Итак, мы видим, что производство энтропии — величина положительная. Для того чтобы рассчитать конкретные значения величин, нужно знать решение кинетического уравнения — функцию распределения $F(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. Получение его очень трудная математическая проблема. С другой стороны известно, что космические лучи обладают высокой степенью изотропии, что позволяет применить диффузионное приближение, т. е. функция распределения $F(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ апроксимируется суммой двух первых членов разложения по полиномам Лежандра от углов вектора $\mathbf{p}$:

$$F(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{4\pi}\left(N + \frac{3\mathbf{p}\cdot\mathbf{j}}{pv}\right), \tag{16}$$

где $N(\mathbf{r}, p, t)$ — плотность частиц с импульсом p, $\mathbf{j}(\mathbf{r}, p, t)$ — вектор плотности потока частиц с импульсом p. Эти величины удовлетворяют системе уравнений диффузионного приближения

$$\begin{gathered}\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla\mathbf{j} + \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}p^2\frac{1}{3}p(\mathbf{u}\cdot\nabla)N = 0,\\ \mathbf{j} = -\kappa\nabla N - \frac{1}{3p}\mathbf{u}\frac{\partial N}{\partial p},\end{gathered} \tag{17}$$

где $\kappa = \dfrac{\Lambda v}{3}$ — коэффициент диффузии космических лучей. Рассмотрим теперь случай распространения космических лучей в сферически-симметричном звездном ветре при условии свободного проникновения частиц из межзвездной среды. Эта ситуация может быть моделирована такой краевой задачей: к системе уравнений (17) добавляются краевые условия на границе звездного ветра r_0 [6]:

$$N(0, p) \neq 0, \quad N(r_0, p) = \begin{cases}\left(\dfrac{p}{m_0c}\right)^{-\gamma_1}, & (\gamma_1 > 4, \text{ если } p > m_0c),\\ \left(\dfrac{p}{m_0c}\right)^{-\gamma_2}, & (\gamma_2 < 3, \text{ если } p < m_0c).\end{cases} \tag{18}$$

Для случая $\kappa = kr$, $u = \text{const}$ можно получить точное аналитическое решение (17):

для $p > m_0c$ —

$$N(r, p) = \left(\frac{p}{m_0c}\right)^{-\gamma_1}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{u}{2k} - 1 + \left[\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_1}{3k}\right]^{1/2}},$$

для $p < m_0c$ —

$$\begin{aligned}N(r, p) = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{u}{2k} - 1}&\left\{\left(\frac{p}{m_0c}\right)^{-\gamma_2}\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\left[\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_2}{3k}\right]^{1/2}}\times\right.\right.\\ &\times\left(2 - \operatorname{erfc}\left[\frac{3k}{2u}\sqrt{\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_2}{3k}} - \sqrt{\frac{u}{6k\ln(m_0c/p)}}\cdot\ln\frac{r_0}{r}\right]\right) +\\ &+\left.\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\left[\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_2}{3k}\right]^{1/2}}\operatorname{erfc}\left[\frac{3k}{2u}\sqrt{\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_2}{3k}} + \sqrt{\frac{u}{6k\ln(m_0c/p)}}\ln\frac{r_0}{r}\right]\right] +\\ &+\left(\frac{p}{m_0c}\right)^{-\gamma_2}\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\left[\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_1}{3k}\right]^{1/2}}\times\right.\\ &\times\operatorname{erfc}\left[\frac{3k}{2u}\sqrt{\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_2}{3k}} - \sqrt{\frac{u}{6k\ln(m_0c/p)}}\cdot\ln\frac{r_0}{r}\right] -\\ &-\left.\left.\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\left[\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_1}{3k}\right]^{1/2}}\operatorname{erfc}\left[\frac{3k}{2u}\sqrt{\left(\frac{u}{2k} - 1\right)^2 + \frac{2u\gamma_1}{3k}} + \sqrt{\frac{u}{6k\ln(m_0c/p)}}\cdot\ln\frac{r_0}{r}\right]\right]\right\}.\end{aligned} \tag{19}$$

Так как мы рассматриваем стационарный случай, то $\partial s/\partial t = 0$, непосредственной подстановкой в формулы (19) и (7) убеждаемся, что поток энтропии из системы полностью компенсирует производство энтропии в ней.

Рассмотрим теперь космические лучи, запертые в звездном ветре. Тогда к системе уравнений диффузионного приближения необходимо добавить граничное условие в виде равенства нулю потока частиц при $r = r_0$, если при этом выбрать начальное распределение частиц, обеспечивающее равенство нулю потока во всем объеме ветра, то в сферически-симметричном случае при $\kappa = \mathrm{const}$, $u = \mathrm{const}$ можно получить точное аналитическое решение [7] этой краевой задачи.

При начальном распределении

$$N(r, p, 0) = \frac{(m_0 c)^3}{p_0^2}\,\delta\left\{p \exp\left[-\frac{u\left(r - r_0\right)}{3\kappa}\right] - p_0\right\}$$

плотность космических лучей дается формулой

$$N(r, p, t) = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\kappa}{\pi t}}\,\frac{(m_0 c)^3}{u(pp_0)^{3/2}}\exp\left\{\frac{u(r - r_0)}{2\kappa} - \frac{u^2 t}{4\kappa} - \frac{9\kappa}{4u^2 t}\left[\ln\frac{p}{p_0} + \frac{u(r - r_0)}{3\kappa}\right]^2\right\} \tag{20}$$

система диффузионного приближения в этом случае переходит в уравнение

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{1}{p^2}\frac{\partial}{\partial p}\,p^2\,\frac{u^2 p^2}{9\kappa}\,\frac{\partial N}{\partial p}\,, \tag{21}$$

которое описывает ускорение космических лучей. Так как потока частиц из системы нет, то поток энтропии, пропорциональный ему, равен нулю, и энтропия космических лучей возрастает. Уравнение баланса энтропии получается из уравнения [4]

$$dS = d_{\mathrm{i}}S + d_{\mathrm{r}}S, \tag{22}$$

которое определяет изменение энтропии в общем виде: полное изменение энтропии dS космических лучей складывается из внешнего (обратимого) изменения энтропии $d_{\mathrm{r}}S$, связанного с обратимым воздействием космических лучей со звездным ветром и окружающей его межзвездной средой, и положительного изменения энтропии $d_{\mathrm{i}}S \geq 0$, которое обусловлено необратимыми процессами в космических лучах при их взаимодействии со звездным ветром. В неравновесной термодинамике показывается, что в каждой точке системы справедливо уравнение [5]

$$d_{\mathrm{i}}S = \sigma. \tag{23}$$

В стационарных условиях $dS = 0$, и мы получаем для первого рассмотренного нами случая $d_{\mathrm{r}}S = -\mathrm{div}\mathbf{j}^{\mathrm{s}} = -\sigma$, т. е. поток энтропии космических лучей в околозвездном пространстве обусловлен обратимым процессом взаимодействия со звездным ветром. Производимая энтропия компенсируется обратимым процессом восстановления градиентов ∇N регулярным движением околозвездной среды, а также может выноситься в межзвездное пространство потоком $\mathbf{j}^{\mathrm{s}}$. Это равносильно внесению в систему определенной информации о звездном ветре и межзвездной среде, заключенной в измеряемой анизотропии и спектре космических лучей: $\mathbf{j} \approx -\mathbf{j}^{\mathrm{s}}\ln N$.

Во втором случае $\mathbf{j}^{\mathrm{s}} = 0$, следовательно, обратимого изменения энтропии нет, а необратимое увеличение энтропии в системе сопровождается ускорением космических лучей.

Эта статья в основном была подготовлена при жизни С. Ф. Носова, и совместная работа с ним проходила в ярких дискуссиях, которым, увы, не суждено повториться.

1. *Де Гроот С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. — М.: Наука, 1964.—553 с.
2. *Долгинов А. З., Топтыгин И. Н.* Многократное рассеяние заряженных частиц в случайном магнитном поле // Журн. эксперим. и теор. физ.—1966.—**51**.—С. 1771—1777.
3. *Дорман Л. И., Кац М. Е., Федоров Ю. И., Шахов Б. А.* О балансе энергии заряженных частиц при многократном рассеянии в случайном магнитном поле // Журн. эксперим. и теор. физ.—1980.—**79**.—С. 1267—1281.
4. *Дьярмати И.* Неравновесная термодинамика. — М.: Мир, 1974.—102 с.
5. *Пнтров Н., Бранков Й.* Современные проблемы термодинамики. — М.: Мир, 1986.—215 с.
6. *Кац М. Е., Федоров Ю. И., Шахов Б. А.* Энергетическая зависимость анизотропии космических лучей в межпланетном пространстве // Исслед. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца.—1988.—Вып. 82.—С. 111—122.
7. *Шахов Б. А.* Ускорение космических лучей при их рассеянии на движущихся с регулярной скоростью массивных рассеивателях // Кинематика и физика небес. тел.—2000.—**16**, № 1.—С. 3—6.

Поступила в редакцию 09.11.04