

УДК 524:537.8;538.3;533

Ю. Т. Цап<sup>1</sup>, Ю. Г. Копылова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИИ «Крымская астрофизическая обсерватория»  
98409 Крым, п. Научный

<sup>2</sup>Главная астрономическая обсерватория РАН  
196140 Санкт-Петербург, Пулковое, Россия

## Поверхностная неустойчивость желобковых возмущений в условиях космической плазмы

*В рамках дрейфовой теории и магнитной гидродинамики (МГД) рассматривается аналогия между гравитацией и эффектами кривизны магнитных силовых линий (правило соответствия), используемая для оценки инкремента желобковой неустойчивости в астрофизических приложениях. На основе линеаризованных уравнений идеальной МГД получено выражение для изменения потенциальной энергии системы с резкой границей плазма—плазма. Показано, что развитие поверхностной желобковой неустойчивости в случае изотропной замагниченной плазмы определяется силами МГД-природы. Обсуждаются условия применимости правила соответствия.*

*ПОВЕРХНЕВА НЕСТІЙКІСТЬ ЖОЛОБКОВИХ ЗБУРЕНЬ В УМОВАХ КОСМІЧНОЇ ПЛАЗМИ, Цап Ю. Т., Копилова Ю. Г. — В рамках дрейфової теорії та магнітної гідродинаміки (МГД) розглядається аналогія між гравітацією і ефектами кривизни магнітних силових ліній (правило відповідності), яка використовується для оцінки інкремента жолобкових нестійкостей в астрофізичних проблемах. На основі лінеаризованих рівнянь ідеальної МГД отримано вираз для зміни потенціальної енергії системи з різкою границею плазма—плазма. Показано, що розвиток поверхневої жолобкової нестійкості у випадку ізотропної замагніченої плазми визначається силами МГД-природи. Обговорюються умови застосування правила відповідності.*

*THE SURFACE INSTABILITY OF THE FLUTE TYPE DISTURBANCES UNDER COSMIC PLASMA CONDITIONS, by Tsap Yu. T., Kopylova Yu. G. — Within the framework of the drift theory and ideal magnetohydrodynamics (MHD), we consider the analogy between gravitation and effects of the curvature of the magnetic field lines (rule of correspondence) which are used in astrophysical applications for estimation of a growth rate of the flute type instability. On the basis of the linearized MHD equations, an analytic expression for the change in potential energy of a system with the sharp plasma—plasma boundary is obtained. It is shown that the MHD forces determine the development of the surface flute type instability. Conditions of application of a rule of correspondence is discussed.*

## ВВЕДЕНИЕ

Желобковая неустойчивость — одна из наиболее легко возбуждаемых неустойчивостей неоднородной плазмы [5]. С ней связывают многие астрофизические явления. Считается, что она может приводить к формированию межзвездных облаков [25], перемешиванию вещества во время вспышек сверхновых [21], гамма-всплескам на нейтронных звездах [18], переносу углового момента в аккреционных дисках [20], солнечным вспышкам [11], [28], корональным выбросам массы [26], разрыву кометных хвостов [22], геомагнитным бурям [24] и т. д. Как правило, для описания неустойчивости используют либо дрейфовое, либо МГД-приближение. Однако детальный сравнительный анализ механизмов, ответственных за ее возникновение, до сих пор так и не был проведен.

Для систем с резкой границей плазма—вакуум, находящихся в поле силы тяжести, Крускал и Шварцшильд [23] предложили связать развитие желобковой неустойчивости с дрейфовыми движениями заряженных частиц. Согласно принятому механизму гравитационный дрейф ионов и электронов приводит к разделению зарядов, которые накапливаются на боковых поверхностях плазменного «языка». Возникшее из-за этого электрическое поле вызывает дрейф плазмы как целого, обуславливая дальнейшее увеличение исходной деформации. Розенблют и Лонгмайер [12], руководствуясь этими соображениями, получили соотношение для инкремента неустойчивости. Его вид совпадает с выражением, следующим из МГД-приближения [3], в котором развитие неустойчивости определяется действием сил МГД-природы [1]. Изложение наиболее важных положений дрейфового подхода можно найти во многих монографиях по физике плазмы [3, 4, 13, 15].

Если магнитные силовые линии искривлены, то анализ желобковой неустойчивости существенно усложняется [9]. Поэтому для оценки скорости нарастания возмущений, обусловленных эффектами кривизны магнитных силовых линий, довольно часто привлекается методологический прием, названный правилом соответствия [9]. Его суть состоит в том, что в выражение для инкремента, полученного для системы в поле силы тяжести с однородным магнитным полем, вместо ускорения свободного падения  $g$  подставляют центробежное ускорение  $p/(\rho R)$ , где  $p$  — газовое давление,  $\rho$  — плотность плазмы и  $R$  — радиус кривизны магнитных силовых линий [3, 9]. Правомерность такой замены следует из сопоставления гравитационного, центробежного и градиентного дрейфов заряженных частиц в потенциальном магнитном поле [4, 9].

В астрофизике правило соответствия получило широкое распространение [11, 22, 26, 27]. При этом не всегда принимается во внимание, что оно получено на основе дрейфовой теории для систем с резкой границей плазма—вакуум. В частности, Сакай [26], исследуя равновесие солнечных корональных петель, счел возможным включить в МГД-уравнение движения центробежную силу  $F_R = p/R$ . Подобное «обобщение», на наш взгляд, нельзя считать достаточно обоснованным, поскольку в дрейфовом приближении коллективные эффекты не учитываются. Между тем именно токи намагничивания, обусловленные вращением заряженных частиц по ларморовским орбитам, позволяют свести в приближении сильного магнитного поля кинетическое уравнение Власова к соотношениям Чу—Гольдбергера—Лоу, из которых следует вывод о правомерности использования МГД-подхода для описания бесстолкновительной плазмы [2].

Космическая плазма в отличие от лабораторной характеризуется большими масштабами, что предполагает выполнение условия вмороженности магнитных силовых линий. Во многих случаях ее можно считать замагниченной, т. е. гирочастоты заряженных частиц заметно превышают

частоты парных столкновений. Поэтому для исследования желобковой неустойчивости космической плазмы можно исходить как из теории дрейфов, так и идеальной МГД. Еще одна важная особенность состоит в том, что среда непрерывна. Вследствие этого оба приближения применимы к любой области рассматриваемой системы, а значит, понятие границы магнитных конфигураций носит в значительной мере формальный характер.

Цель нашей работы — провести анализ механизма возникновения поверхностной желобковой неустойчивости, уделяя особое внимание токам намагничивания, а также в рамках МГД получить выражение для изменения потенциальной энергии системы с резкой границей плазма—плазма, позволяющее лучше понять природу неустойчивости.

### ДРЕЙФОВАЯ ТЕОРИЯ ЖЕЛОБКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ПЛАЗМЕННЫЙ ДИАМАГНЕТИЗМ

Согласно Розенблюту и Лонгмайеру [12], для систем с резкой границей плазма—вакуум, находящихся в однородном магнитном поле  $\mathbf{B}$ , за развитие желобковой неустойчивости ответственна не зависящая от знака заряда  $q$  внешняя сила  $\mathbf{f}$ . Она вызывает дрейф электронов и ионов в противоположных направлениях со скоростью

$$\mathbf{v}_d = \frac{1}{qnm} \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (1)$$

где  $n$  и  $m$  — соответствующие концентрации и массы,  $\mathbf{F} = n\mathbf{f}$ . В результате накопления зарядов на боковых поверхностях образующегося плазменного «языка» возникает электростатическое поле  $\mathbf{E}$ , которое приводит плазму в движение с ускорением

$$\frac{d\mathbf{v}_E}{dt} = \frac{\partial \mathbf{E} / \partial t \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (2)$$

Отсюда с учетом уравнения, описывающего накопление поверхностных зарядов, следует, что скорость нарастания желобковых возмущений с длиной волны  $\lambda = 2\pi/k$  равна [12]

$$\Gamma = \sqrt{kF/\rho}, \quad (3)$$

где  $k$  и  $F$  — поперечные магнитному полю компоненты волнового вектора и внешней силы.

В неоднородном магнитном поле появляются два различных по своей природе дрейфа, способных разделять заряды. Первый связан с пространственным изменением напряженности магнитного поля (градиентный дрейф), второй — с кривизной магнитных силовых линий (центробежный дрейф). В частном случае потенциального магнитного поля ( $\text{rot}\mathbf{B} = 0$ ) их суммарное действие можно заменить эффективной центробежной силой  $\mathbf{F}_R \approx \approx (p_{\parallel} + p_{\perp})\mathbf{R}/R^2$  [3], где  $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  — продольная и поперечная магнитному полю составляющие газового давления,  $R$  — радиус кривизны магнитных силовых линий. На основании этого, а также уравнений (1)—(3) делается вывод об эквивалентности силы тяжести  $\mathbf{F}_g = \rho\mathbf{g}$  и  $\mathbf{F}_R$ , что и составляет суть правила соответствия, который в дальнейшем мы будем называть дрейфовым принципом соответствия.

Поскольку магнитные конфигурации космической плазмы отличаются большими масштабами, то в силу высокой проводимости плазмы, а также непрерывности среды накоплением зарядов на граничной поверхности можно пренебречь (см. также [8]). При этом легко перейти от описания плазмы на языке зарядов и электрических полей к описанию на языке одних только электрических токов. Последнее обстоятельство, в частности,

позволяет при проведении анализа желобковой неустойчивости в замагниченной плазме ограничиться анализом сил, действующих на дрейфовые и диамагнитные токи (токи намагничивания).

Поперечный к магнитному полю  $\mathbf{B}$  электрический ток  $\mathbf{j}_d$ , вызванный центробежным, градиентным и гравитационным дрейфами, а также диамагнитный ток  $\mathbf{j}_m$  можно представить в виде [6, 7]

$$\mathbf{j}_d = \frac{1}{B^2} \left( \frac{p_{\parallel}}{R^2} \mathbf{R} \times \mathbf{B} + \frac{p_{\perp}}{B} \mathbf{B} \times \nabla B + \rho \mathbf{g} \times \mathbf{B} \right), \quad \mathbf{j}_m = -\text{rot} \left( \frac{p_{\perp}}{B^2} \mathbf{B} \right). \quad (4)$$

Полагая  $\nabla_{\perp} B \gg \nabla_{\parallel} B$ ,  $\nabla_{\perp} p_{\perp} \gg \nabla_{\parallel} p_{\perp}$ ,  $\mathbf{g} \perp \mathbf{B}$ , согласно (4) нетрудно найти выражения для соответствующих сил Ампера  $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ , за которые ответственны дрейфовый и диамагнитный токи:

$$\mathbf{F}_d = p_{\perp} \frac{\nabla_{\perp} B}{B} - \frac{p_{\parallel}}{R^2} \mathbf{R} - \rho \mathbf{g}, \quad \mathbf{F}_m = -p_{\perp} \frac{\nabla_{\perp} B}{B} + \frac{p_{\perp}}{R^2} \mathbf{R} + \nabla_{\perp} p_{\perp}. \quad (5)$$

В ходе вывода уравнений (5) мы приняли  $((\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B})_{\perp} = -B^2 \mathbf{R}/R^2$ . Таким образом, результирующая сила  $\mathbf{F}_{\Sigma} = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_m$  равна

$$\mathbf{F}_{\Sigma} = \nabla_{\perp} p_{\perp} + \frac{p_{\perp} - p_{\parallel}}{R^2} \mathbf{R} - \rho \mathbf{g}. \quad (6)$$

Уравнение (6) предполагает, что при  $p_{\parallel} = p_{\perp}$  эффективная сила, связанная с кривизной магнитных силовых линий, равна  $F_R = (p_{\parallel} - p_{\perp})/R \equiv 0$ , т. е. диамагнитные силы полностью компенсируют центробежные. Следовательно, рассуждения, лежащие в основе дрейфового принципа соответствия, для космической плазмы становятся неприемлемыми. Поэтому далее мы будем исходить из уравнений идеальной МГД, к которым сводятся соотношения Чу—Гольдбергера—Лоу [19] в случае изотропной плазмы.

#### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД В ПРИБЛИЖЕНИИ РЕЗКОЙ ГРАНИЦЫ ПЛАЗМА—ПЛАЗМА

Линеаризованное уравнение движения, вытекающее из системы уравнений идеальной МГД, представим следующим образом [17]:

$$\omega^2 \rho \mathbf{s} = \mathbf{K} \{ \mathbf{s} \}, \quad (7)$$

где квазиупругая сила

$$\mathbf{K} \{ \mathbf{s} \} = \mathbf{B} \times \text{rot} \text{rot}(\mathbf{s} \times \mathbf{B}) / \mu - \mathbf{j} \times \text{rot}(\mathbf{s} \times \mathbf{B}) - \nabla(\mathbf{s} \nabla p + \gamma p \text{div} \mathbf{s}) + \mathbf{g} \text{div}(\rho \mathbf{s}). \quad (8)$$

В выражениях (7) и (8) использованы стандартные обозначения, а вектор смещения  $\mathbf{s}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{s}(\mathbf{r}) \exp(i\omega t)$ .

Учитывая самосопряженность оператора  $\mathbf{K}$ , из уравнения (7) получим следующие соотношения для второй вариации потенциальной энергии  $\delta^2 W$  и собственных значений  $\omega^2$  [17]

$$\delta^2 W = \frac{1}{2} \int_{\mathbf{v}} \mathbf{s} \mathbf{K} \mathbf{s} dV, \quad (9)$$

$$\omega^2 = \frac{2\delta^2 W}{\int_{\mathbf{v}} \rho \mathbf{s}^2 dV}. \quad (10)$$

Энергетический метод позволяет не только установить условия неустойчивости, определяемые отрицательным знаком  $\delta^2 W$ , но и оценить ее инкремент  $\Gamma = -i\omega$ . Однако задаваемые смещения  $\mathbf{s}$  (пробные функции) должны быть собственными функциями линейного дифференциального

уравнения (7) и удовлетворяют граничным условиям. В случае сильно неоднородной среды нахождение данных функций сопряжено с большими трудностями, в то время как для слабо неоднородной плазмы их вид хорошо известен. В случае, когда две слабо неоднородные области разделены тонким сильно неоднородным переходным слоем, сложностей, связанных с поиском собственных функций, можно избежать, обратившись к приближению резкой границы плазма—плазма. Заметим, что наиболее благоприятные условия для развития желобковой неустойчивости возникают именно в области переходного слоя.

Изменение потенциальной энергии  $\delta^2 W$  с учетом (8) и (9) представим следующим образом [17]:

$$\delta^2 W = \frac{1}{2} \int_V \{ \mathbf{j}(\mathbf{s} \times \delta \mathbf{B}) + (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \operatorname{rot} \delta \mathbf{B} / \mu - s \nabla (s \nabla p + \gamma p \operatorname{div} s) + \mathbf{g} s \operatorname{div}(\rho \mathbf{s}) \} dV, \quad (11)$$

где  $\delta \mathbf{B} = \operatorname{rot}(\mathbf{s} \times \mathbf{B})$ . Используя известные векторные тождества и теорему Остроградского — Гаусса, уравнение (11) можно преобразовать к виду

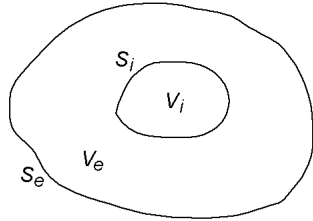
$$\delta^2 W = \delta^2 W_V + \delta^2 W_S, \quad (12)$$

где вариации объемной  $\delta^2 W_V$  и поверхностной  $\delta^2 W_S$  энергии равны

$$\delta^2 W_V = \frac{1}{2} \int_V \left\{ \frac{\delta B^2}{\mu} + \mathbf{j}(\mathbf{s} \times \delta \mathbf{B}) + (\gamma p + s \nabla p) \operatorname{div} s + \mathbf{g} s \operatorname{div}(\rho \mathbf{s}) \right\} dV, \quad (13)$$

$$\delta^2 W_S = \frac{1}{2} \oint_S \{ \delta \mathbf{B} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) / \mu - (s \nabla p + \gamma p \operatorname{div} s) \mathbf{s} \} d\mathbf{S}. \quad (14)$$

При использовании энергетического метода исследований для решения различных астрофизических задач вкладом  $\delta^2 W_S$  в изменение полной энергии системы  $\delta^2 W$ , как правило, пренебрегают, считая амплитуды возмущенных величин на больших расстояниях от рассматриваемой области малыми. Но, как уже было отмечено, для магнитных образований с достаточно резкой границей, например солнечных пятен или корональных петель, данный подход может приводить к трудностям. В связи с этим обратимся к приближению резкой границы плазма—плазма.



Схематическое изображение системы с резкой границей плазма—плазма

Считая границу между двумя смежными слабо неоднородными областями бесконечно тонкой, будем полагать, что внешняя область ( $e$ ) с объемом  $V_e$  ограничена двумя замкнутыми поверхностями  $S_i$  и  $S_e$ , первая из которых отделяет ее от внутренней ( $i$ ) области с объемом  $V_i$  (рисунок). Тогда вместо (12) имеем

$$\delta^2 W = \delta^2 W_{V_i} + \delta^2 W_{S_{ie}} + \delta^2 W_{V_e} + \delta^2 W_{S_{ei}} + \delta^2 W_{S_e}. \quad (15)$$

Здесь  $\delta^2 W_{V_i}$  и  $\delta^2 W_{V_e}$  — вариации потенциальной энергии в объемах  $V_i$  и  $V_e$ ,  $\delta^2 W_{S_{ie}}$  и  $\delta^2 W_{S_{ei}}$  — на внутренней ( $S_{ie}$ ) и внешней ( $S_{ei}$ ) частях поверхности  $S_i$ ,  $\delta^2 W_{S_e}$  — на удаленной поверхности  $S_e$ . Условие баланса полных давлений в точке  $\mathbf{r}_0$ , лежащей на границе между внутренней и внешней областью, в момент времени  $t_0$  представим в виде

$$\langle P_i(\mathbf{r}_0, t_0) \rangle = -\langle P_e(\mathbf{r}_0, t_0) \rangle = P_e(\mathbf{r}_0, t_0) - P_i(\mathbf{r}_0, t_0) = 0, \quad (16)$$

где  $P = p + B^2/(2\mu)$  — полное давление, а угловые скобки обозначают скачок между величинами при переходе границы. Если вследствие возмущения какая-либо точка граничной поверхности  $S_i$  сместилась из начального равновесного состояния в некоторую точку  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{s}$ , то

$$\langle P_{i,e}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{s}, t_0 + \delta t) \rangle = 0. \quad (17)$$

Разложив в ряд каждый член уравнения (17), ограничившись при этом первым порядком малости, с учетом (16) для изменения величины  $\langle P \rangle$ , вызванного смещением  $\mathbf{s}$ , имеем

$$\delta \langle P_{i,e}(\mathbf{r}, t) \rangle = -\mathbf{s} \nabla \langle P_{i,e}(\mathbf{r}, t) \rangle \Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0, t=t_0}. \quad (18)$$

Используя уравнение непрерывности для плотности плазмы и уравнение адиабаты, возмущение газового давления представим в виде [3]

$$\delta p = -\mathbf{s} \nabla p - \gamma p \operatorname{div} \mathbf{s}. \quad (19)$$

Тогда из (16), (18) и (19) следует

$$\mathbf{B}_i \delta \mathbf{B}_i / \mu - (\mathbf{s}_i \nabla p_i + \gamma p_i \operatorname{div} \mathbf{s}_i) = \mathbf{s}_i \nabla \langle P_i \rangle + \mathbf{B}_e \delta \mathbf{B}_e / \mu + \delta p_e, \quad (20)$$

$$\mathbf{B}_e \delta \mathbf{B}_e / \mu - (\mathbf{s}_e \nabla p_e + \gamma p_e \operatorname{div} \mathbf{s}_e) = \mathbf{s}_e \nabla \langle P_e \rangle + \mathbf{B}_i \delta \mathbf{B}_i / \mu + \delta p_i, \quad (21)$$

где  $\mathbf{s}_i$  и  $\mathbf{s}_e$  — векторы смещения на внутренней и внешней части поверхности  $S_i$  соответственно.

Если амплитуды возмущенных величин с увеличением расстояния от граничной поверхности  $S_i$  быстро уменьшаются, то интегралом по удаленной поверхности  $S_e$  можно пренебречь. В свою очередь, принимая во внимание тангенциальность магнитных силовых линий на границе ( $\mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$ ), после подстановки (20) и (21) в (14) находим

$$\delta^2 W_{S_{ie}} = \frac{1}{2} \oint_{S_{ie}} \{ \mathbf{s}_i \nabla \langle P_i \rangle + (\mathbf{B}_e \delta \mathbf{B}_e) / \mu + \delta p_e \} \mathbf{s}_i d\mathbf{S}, \quad (22)$$

$$\delta^2 W_{S_{ei}} = \frac{1}{2} \oint_{S_{ei}} \{ \mathbf{s}_e \nabla \langle P_e \rangle + (\mathbf{B}_i \delta \mathbf{B}_i) / \mu + \delta p_i \} \mathbf{s}_e d\mathbf{S}. \quad (23)$$

Поверхность  $S_i$  является общей как для внутренней, так и внешней области, поэтому  $\mathbf{n}_i = -\mathbf{n}_e$ , где  $\mathbf{n}_i$  и  $\mathbf{n}_e$  — соответствующие векторы нормали, и, кроме того, в силу непрерывности нормальных смещений  $s_{n_i} = s_{n_e}$ . Учитывая также, что  $\mathbf{s} \nabla \langle P \rangle = s_n d\langle P \rangle / dn$ ,  $\mathbf{s} d\mathbf{S} = s_n S$ , из (16), (22) и (23), положив  $\mathbf{n}_i = \mathbf{n}$ ,  $s_{n_i} = s_n$ ,  $\langle P_i \rangle = \langle P \rangle$  и  $S_i = S$ , получим

$$\delta^2 W_S = \delta^2 W_{S_{ie}} + \delta^2 W_{S_{ei}} = \frac{1}{2} \oint_S s_n^2 \frac{d\langle P \rangle}{dn} dS. \quad (24)$$

Тогда из (13), (15) и (24) следует

$$\begin{aligned} \delta^2 W &= \delta^2 W_{V_i} + \delta^2 W_{V_e} + \delta^2 W_S = \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_i} \left\{ \frac{\delta B^2}{\mu} + \mathbf{j}(\mathbf{s} \times \delta \mathbf{B}) + \gamma p (\operatorname{div} \mathbf{s})^2 + (\mathbf{s} \nabla p) \operatorname{div} \mathbf{s} + \mathbf{g} \operatorname{div}(\rho \mathbf{s}) \right\} dV + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{V_e} \left\{ \frac{\delta B^2}{\mu} + \mathbf{j}(\mathbf{s} \times \delta \mathbf{B}) + \gamma p (\operatorname{div} \mathbf{s})^2 (\mathbf{s} \nabla p) \operatorname{div} \mathbf{s} + \mathbf{g} \operatorname{div}(\rho \mathbf{s}) \right\} dV + \\ &+ \frac{1}{2} \oint_S s_n^2 \frac{d\langle P \rangle}{dn} dS. \end{aligned} \quad (25)$$

Уравнение (25) описывает изменение потенциальной энергии системы с резкой границей плазма—плазма.

Выражение для изменения поверхностной энергии  $\delta^2 W_s$  в (25) с помощью условия МГД-равновесия

$$-\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu} \right) + \frac{(\mathbf{B}\nabla)\mathbf{B}}{\mu} + \rho\mathbf{g} = 0,$$

а также (16) можно свести к виду

$$\delta^2 W_s = \oint_s \left\{ \frac{\langle p \rangle}{R} + \frac{\langle \rho \rangle}{2} g_n \right\} s_n^2 dS. \quad (26)$$

При  $\rho_i \gg \rho_e$  и  $p_i \gg p_e$  вид первого члена под интегралом (26) с точностью до коэффициента соответствует выражению для центробежной силы, следующему из дрейфовой теории. Между тем в рамках рассматриваемого подхода данная сила непосредственно не связана с движением тепловых частиц по искривленной траектории вдоль магнитных силовых линий. Она, как и в столкновительной плазме, обусловлена нарушением баланса градиентов полных давлений в области границы, т. е. ее возникновение определяется силами магнитогидродинамической природы. Поэтому возможность замены:  $g_n \Leftrightarrow 2\langle p \rangle / (\langle \rho \rangle R)$ , мы назовем принципом магнитогидродинамического соответствия.

Приближение резкой границы означает, что возмущенная энергия, заключенная в переходной ( $b$ ) области, значительно меньше энергий, содержащихся во внутренней и внешней областях:

$$\int_{V_b} \rho s^2 dV \ll \int_{V_i} \rho s^2 dV + \int_{V_e} \rho s^2 dV. \quad (27)$$

Неравенство (27) предполагает, что характерное значение амплитуды возмущения  $s_n$  должна быть существенно больше толщины переходной области  $h$ . Рассмотрим данный вопрос более детально.

Предположим, что смещение  $s(\mathbf{r})$  является собственной функцией оператора  $\mathbf{K}$  и описывает поведение системы, которую формально можно разбить на две квазиоднородные области с неоднородной прослойкой. Тогда в точке  $\mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}_n$ , где  $\mathbf{r}_0$  соответствует какой-либо точке граничной поверхности, имеем

$$s_n(\mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}_n) = s_n(\mathbf{r}_0) + \left. \frac{\partial s_n(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0} \Delta\mathbf{r}_n + \dots$$

Принимая  $|\Delta\mathbf{r}_n| = h$ , характерный масштаб возмущения

$$d = \left| \frac{\mathbf{n}}{s_n(\mathbf{r}_0)} \left. \frac{\partial s_n(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0} \right|^{-1},$$

условие применимости приближения тонкой границы  $s_n(\mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}_n) \approx s_n(\mathbf{r}_0)$  можно записать следующим образом:

$$h \ll d. \quad (28)$$

Если неоднородность имеет выделенное направление, совпадающее с осью  $z$ , а решения уравнения (7) в квазиоднородных областях  $s_n = s_z \propto \exp(\pm \alpha z)$ , где  $\alpha = \text{const}$ , то условие (28) сводится к виду  $h\alpha \ll 1$ .

В приближении тонкой границы собственные значения уравнения (7) можно найти с помощью очевидного соотношения

$$\omega^2 = \frac{2\delta^2 W}{\int_{V_i} \rho s^2 dV + \int_{V_e} \rho s^2 dV}. \quad (29)$$

В случае, когда  $B = 0$  и  $\text{divs} = 0$ , задавая возмущения стандартным образом [15], согласно (26) и (29) нетрудно получить хорошо известное

выражение для инкремента неустойчивости Рэлея—Тейлора:  $\Gamma = \sqrt{g_n k(\rho_i - \rho_e)/(\rho_i + \rho_e)}$ .

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

В представленной работе мы провели анализ механизмов возникновения поверхностной желобковой неустойчивости в условиях замагниченной бесстолкновительной плазмы, уделив особое внимание токам намагничивания. Как было отмечено, силы, обусловленные данными токами, способны полностью компенсировать действие сил, за которые ответственны дрейфы заряженных частиц в неоднородном магнитном поле. Несмотря на это, при решении тех или иных астрофизических задач данным обстоятельством зачастую пренебрегают, ограничиваясь рассуждениями о правиле соответствия, доказанного в рамках дрейфовой теории Розенблютом и Логмайэром [12] для систем с резкой границей плазма—вакуум. Между тем в непрерывной среде накопление зарядов на границах магнитных конфигураций не происходит, поэтому для исследования желобковой неустойчивости в условиях космической плазмы МГД-подход выглядит предпочтительнее дрейфового. Причем в изотропном случае поверхностная неустойчивость возникает из-за нарушения баланса сил МГД-природы, действующих на дрейфовые и диамагнитные токи в области границы. Поэтому утверждение о том, что в условиях космической плазмы движение тепловых частиц вдоль искривленных магнитных силовых линий приводит к возникновению центробежной силы, вызывающей неустойчивость, не отражает сути явления.

На основе линеаризованных уравнений идеальной магнитной гидродинамики мы получили выражение для второй вариации потенциальной энергии системы с резкой границей плазма—плазма. Отсюда следует МГД-принцип соответствия, который в отличие от дрейфового имеет иное происхождение и сводится к виду:  $g_n \Leftrightarrow 2\langle p \rangle / (\langle \rho \rangle R)$ . Особо отметим, что представления о центробежной силе дрейфовой или МГД-природы правомерны лишь для систем с резкой границей. В предположении непрерывности среды это означает, что соответствующий масштаб возмущения должен быть существенно больше характерного размера неоднородности. Тем не менее, Ишимару [4] счел возможным пренебречь данным условием, в результате получив не совсем верную оценку для инкремента желобковой неустойчивости (более детальное обсуждение приведено в [14]).

Энергетический метод исследования устойчивости плазмы применим лишь для консервативных систем, что накладывает определенные ограничения на полученные результаты. Так, в случае развития колебательной неустойчивости (*overstability*), сделанные выше выводы становятся некорректными. Вместе с тем, согласно Половину и Демущкому [10], уравнения идеальной МГД ввиду отсутствия диссипативных процессов могут описывать лишь абсолютную неустойчивость (устойчивость) плазмы. На наш взгляд, данное утверждение не имеет достаточных оснований, поскольку энергетические потери системы могут быть также связаны с излучением МГД-волн в окружающую среду (см., например, [16]).

В заключение хотелось бы подчеркнуть, что в рамках идеальной МГД эффекты, обусловленные поляризацией плазмы, не учитываются (формально ток смещения равен нулю). С другой стороны, в случае резкой границы плазма—вакуум, выражение для инкремента, полученное на основе дрейфовой теории с учетом накопления поверхностных зарядов, совпадает с выражением, следующим из МГД-уравнений. По нашему мнению, это не означает, что данные подходы описывают один и тот же механизм в разных приближениях («макроскопическая» и «микроскопическая» картина не-



устойчивости [3]). Вопрос о том, какой из них является более адекватным, требует дополнительных исследований.

Работа поддержана грантами ИНТАС № 00-543 и РФФИ № 03-02-17218-а.

Авторы выражают свою искреннюю признательность А. В. Степанову за поддержку и проявленное внимание к данной работе.

1. *Велихов Е. П.* Устойчивость границы плазма—вакуум // *ЖТФ.*—1961.—31, № 2.—С. 180—187.
2. *Волков Т. Ф.* Гидродинамическое описание сильно разреженной плазмы // *Вопросы теории плазмы.*—1964.—4.—С. 3—19.
3. *Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров С. А.* Основы физики плазмы. — М: Атомиздат, 1977.—384 с.
4. *Иишимура С.* Основные принципы физики плазмы. — М.: Атомиздат, 1975.—288 с.
5. *Кадомец Б. Б.* Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.—238 с.
6. *Ленерт Б.* Динамика заряженных частиц. — М: Атомиздат, 1967.—351.
7. *Лонгмайер К.* Физика плазмы. — М: Атомиздат, 1966.—341 с.
8. *Михайловский А. Б.* Теория плазменных неустойчивостей. Неустойчивости однородной плазмы. — М.: Атомиздат, 1970.—Т. 1.—294 с.
9. *Михайловский А. Б.* Теория плазменных неустойчивостей. Неустойчивости неоднородной плазмы. — М.: Атомиздат, 1971.—Т. 2.—312 с.
10. *Половин Р. В., Демуцкий В. П.* Основы магнитной гидродинамики. — М.: Энергоатомиздат, 1987.—208 с.
11. *Пустыльник Л. А.* Неустойчивость спокойных протуберанцев и происхождение солнечных вспышек // *Астрон. журн.*—1973.—50, № 6.—С. 1211—1219.
12. *Розенблют К., Лонгмайер К.* Стабильность плазмы, ограниченной магнитным полем // *Пробл. соврем. физ.*—1958.—99, № 1.—С. 99—110.
13. *Роуз Д., Кларк М.* Физика плазмы и управляемые термоядерные реакции. — М.: Госатомиздат, 1963.—487 с.
14. *Силин В. П.* Введение в кинетическую теорию газов. — М.: Наука, 1971.—331 с.
15. *Синельников К. Д., Руткевич Б. Н.* Лекции по физике плазмы. — Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1964.—242 с.
16. *Цап Ю. Т., Копылова Ю. Г.* Механизм акустического затухания изгибных колебаний корональных петель // *Письма в Астрон. журн.* 2001.—27, № 11.—С. 859—866.
17. *Bernstein I. B., Frieman E. A., Kruskal M. D., Kulsrud R. M.* An energy principle for hydromagnetic stability problems // *Proc. Roy. Soc. London A.*—1958.—244, N 1236.—P. 17—40.
18. *Blaes O., Blandford R., Madau P., Koonin S.* Slowly accreting neutron stars and the origin of gamma-ray burst // *Astrophys. J.*—1990.—363, N 2.—P. 612—627.
19. *Chew G. F., Goldberger M. L., Low F. E.* The Boltzman equation and the one-fluid hydromagnetic equations in the absence of particle collisions // *Proc. Roy. Soc. London A.*—1956.—236, N 1204.—P. 112—118.
20. *Coppi B., Keyes E. A.* Ballooning modes in thin accretion disks: limits for their excitation // *Astrophys. J.*—2003.—595, N 2.—P. 1000—1008.
21. *Ebisuzaki T., Shigeyama T., Momoto K.* Rayleigh—Taylor instability and mixing in SN 1987A // *Astrophys. J.*—1989.—344, N 2.—P. L65—L68.
22. *Ip W.-H., Mendis D. A.* The flute instability as the trigger mechanism for disruption of cometary plasma tails // *Astrophys. J.*—1978.—223, N 2.—P. 671—675.
23. *Kruskal M., Schwarzschild M.* Some instabilities of a completely ionized plasma // *Proc. Roy. Soc. London A.*—1954.—223, N 1154.—P. 348—360.
24. *Ohtani S., Tamao T.* Does the ballooning instability trigger storms in the near-Earth magnetotail? // *J. Geophys. Res.*—1993.—98A, N 11.—P. 19369—19379.
25. *Parker E. N.* The dynamical state of the interstellar gas and field // *Astrophys. J.*—1966.—145, N 3.—P. 811—833.
26. *Sakai J.-I.* Ballooning instability driven by fast magnetosonic waves and its application to coronal loop transients associated with a flare // *Astrophys. J.*—1982.—263.—P. 970—981.
27. *Shibasaki K.* High-beta disruption in the solar atmosphere // *Astrophys. J.*—2001.—557, N 1.—P. 326—331.
28. *Zaitsev V. V., Stepanov A. V.* Towards the circuit theory of solar flares // *Solar Phys.*—1992.—139, N 2.—P. 343—356.

Поступила в редакцию 23.12.03