

УДК 524.33-337

С. А. Хан

Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского  
95007 Симферополь, Ялтинская 4

### Расчет синтетических спектров звезд с учетом влияния магнитного поля и стратификации химических элементов с глубиной

*Описана компьютерная программа SynthM расчета синтетических спектров с учетом влияния магнитного поля в предположении о ЛТР и плоскопараллельной структуре атмосферы звезды. Результаты тестовых расчетов параметров Стокса  $I$ ,  $Q$ ,  $U$ ,  $V$  находятся в хорошем согласии с результатами вычислений по программе Н. Пискунова SynthMag. Для избранных линий, наблюдаемых в спектре звезды  $\beta$  CrV, проведен тестовый расчет синтетических профилей. С помощью программы SynthM можно выполнять расчеты синтетических спектров с заранее заданным распределением содержания химических элементов с глубиной. В качестве модели магнитного поля можно использовать или две заложенные аналитические модели, или задавать величину и направление поля для каждого узла интегрирования по поверхности звезды.*

**РОЗРАХУНОК СИНТЕТИЧНИХ СПЕКТРІВ ЗІРОК З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ МАГНІТНОГО ПОЛЯ І СТРАТИФІКАЦІЇ ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ГЛИБИНОЮ**, Хан С. А. — *Описано комп'ютерну програму SynthM розрахунку синтетичних спектрів з урахуванням впливу магнітного поля у припущенні про ЛТР і плоскопаралельну структуру атмосфери зорі. Результати тестових розрахунків параметрів Стокса  $I$ ,  $Q$ ,  $U$ ,  $V$  добре узгоджуються із результатами обчислень за програмою Н. Пискунова SynthMag. Для вибраних ліній, що спостерігаються в спектрі зорі  $\beta$  CrV, проведено тестовий розрахунок синтетичних профілів. За допомогою програми SynthM можна проводити розрахунки синтетичних спектрів із заздалегідь заданим розподілом змісту хімічних елементів з глибиною. За модель магнітного поля можна використати дві вбудовані аналітичні моделі, або ж задавати величину і напрям поля для кожного вузла інтегрування по поверхні зорі.*

**CALCULATION OF SYNTHETIC SPECTRA OF STARS WITH CONSIDERATION FOR MAGNETIC FIELD EFFECT AND STRATIFICATION OF CHEMICAL ELEMENTS WITH DEPTH**, by Khan S. A. — *The computer code SynthM of spectrum synthesis in magnetic stellar atmospheres*

under the assumption of LTE in plane-parallel atmosphere is described. The comparison of calculated Stokes IQUV shows good agreement between SynthM and N. Piskunov's SynthMag codes. We carried out test calculation of synthetic profiles of selected lines observed in spectrum of  $\beta$  CrB. SynthM code allows one to calculate synthetic spectra with present abundances stratification. The code allows us to use two built-in analytical models of stellar magnetic field configuration. Also, it is possible to use arbitrary model of magnetic field configuration by setting the modulus and direction of field for each integrating node of a surface grid.

## ВВЕДЕНИЕ

Магнитное поле оказывает прямое воздействие на процесс формирования спектральных линий в звездной атмосфере. В силу эффекта Зеемана спектральные линии поглощения оказываются расщепленными на ряд компонентов с различной поляризацией:  $\pi$ -компоненты и  $\sigma$ -компоненты. Так как проходящее излучение поляризовано, то изменяется и форма уравнения переноса излучения. Кроме этого, у многих звезд, обладающих магнитными полями, есть стратификация содержания химических элементов с глубиной. В нашей работе описана методика расчета синтетического спектра (четырёх параметров Стокса) звезды с учетом влияния магнитного поля и заданного *ad hoc* распределения содержания химических элементов с глубиной, реализованная автором в компьютерной программе SynthM.

## РАСЩЕПЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

В магнитном поле атомный уровень  $k$ , характеризующийся квантовыми числами  $J_k$ ,  $L_k$ ,  $S_k$ , расщепляется на  $2J_k + 1$  составляющую  $M_k = -J_k, \dots, +J_k$ . Абсолютная величина расщепления определяется величиной поля  $|\mathbf{B}|$  и фактором Ланде  $g_k$ , который в случае LS-связи вычисляется по формуле

$$g_k = \frac{3}{2} + \frac{S_k(S_k + 1) - L_k(L_k + 1)}{2J_k(J_k + 1)}. \quad (1)$$

Возможные переходы между расщепленными уровнями определяются правилами отбора:

$$\Delta M = M_u - M_l = \begin{cases} +1 \equiv b, \\ 0 \equiv p, \\ -1 \equiv r, \end{cases} \quad (2)$$

где  $u$  обозначает верхний, а  $l$  — нижний атомный уровень.

Для нормального триплета правила отбора  $p$ ,  $b$ ,  $r$ , соответственно обозначают: несмещенный  $\pi$ -компонент и  $\sigma$ -компоненты, смещенные в коротковолновую (*blue*) и длинноволновую (*red*) область спектра относительно  $\pi$ -компонента. В общем случае аномального эффекта Зеемана индексы  $p$ ,  $b$ ,  $r$  обозначают серии компонентов, соответствующих каждому правилу отбора. При этом некоторые из  $b$ - ( $r$ -компонентов) могут быть смещены в (длинно-) коротковолновую область.

Сдвиг компонентов относительно лабораторной длины волны центра линии  $\lambda_0$  определяется формулой

$$\Delta\lambda = \frac{e\lambda_0^2 |\mathbf{B}|}{4\pi mc^2} (g_l M_l - g_u M_u). \quad (3)$$

Относительные интенсивности  $S_{p,b,r}$  зеемановских компонентов могут быть вычислены согласно [2] следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta J = 0: \quad S_p &= M^2, & S_{b,r} &= \frac{1}{4} (J-M)(J+1+M), \\ \Delta J = +1: \quad S_p &= J^2 - M^2, & S_{b,r} &= \frac{1}{4} (J-M)(J-1-M), \\ \Delta J = -1: \quad S_p &= (J+1)^2 - M^2, & S_{b,r} &= \frac{1}{4} (J+1+M)(J+M+2), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $M = -J, \dots, +J$ . Заметим, что интенсивности  $\pi$ -, а также  $\sigma$ -компонентов, расположенных симметрично относительно  $\lambda_0$ , одинаковы.

#### УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ДЛЯ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Для описания поляризованного излучения используется вектор Стокса, состоящий из четырех параметров Стокса:  $\mathbf{I} = \{I, Q, U, V\}^T$ . Тогда уравнение переноса для поляризованного излучения, согласно [10], можно записать в виде

$$\frac{d\mathbf{I}}{dz} = -\mathbf{K}\mathbf{I} + \mathbf{J}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{K}$  — матрица поглощения, а  $\mathbf{J}$  — вектор излучения, которые определяются выражениями

$$\mathbf{K} = k_c \mathbf{1} + \sum_{\text{lines}} k_0^{\text{line}} \Phi_{\text{line}}, \quad (6)$$

$$\mathbf{J} = k_c S_c \mathbf{e}_0 + \sum_{\text{lines}} k_0^{\text{line}} S_{\text{line}} \Phi_{\text{line}} \mathbf{e}_0. \quad (7)$$

Здесь  $\mathbf{1}$  — единичная матрица ( $4 \times 4$ ),  $\mathbf{e}_0 = \{1, 0, 0, 0\}^T$ ,  $k_c$  и  $S_c$  — непрозрачность и функция источника в континууме,  $S_{\text{line}}$  — функция источника в линии,  $k_0^{\text{line}}$  — полный коэффициент поглощения в центре линии (без учета уширения и магнитного поля),  $\Phi$  — матрица поглощения ( $4 \times 4$ ). В случае ЛТР:  $S_{\text{line}} = S_c = B_\nu$  (функция Планка).

Введем прямоугольную систему координат (рис. 1), в которой будет определен вектор Стокса. Ось  $z$  направлена на наблюдателя, вектор магнитного поля  $\mathbf{B}$  расположен под углом  $\gamma$  ( $0 \leq \gamma \leq \pi$ ) к лучу зрения. Азимутальный угол  $\chi$  отсчитывается против часовой стрелки от оси  $x$  в плоскости изображения с точки зрения наблюдателя.

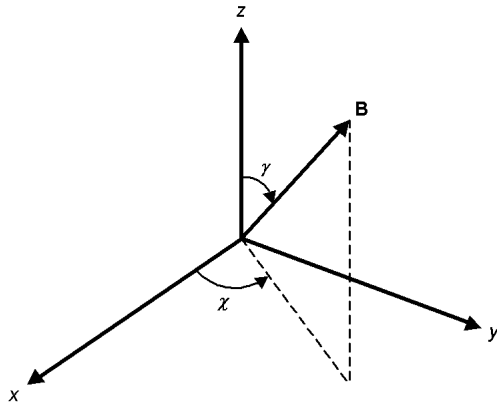


Рис. 1. Система координат (ось  $z$  направлена на наблюдателя), в которой определены вектор магнитного поля  $\mathbf{B}$  и вектор Стокса

Тогда матрица  $\Phi$  равна

$$\Phi = \begin{pmatrix} \varphi_I & \varphi_Q & \varphi_U & \psi_V \\ \varphi_Q & \varphi_I & \psi_V & -\psi_U \\ \varphi_U & -\psi_V & \varphi_I & \psi_Q \\ \varphi_V & \psi_U & -\psi_Q & \varphi_I \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_I &= \frac{1}{2} \left[ \varphi_p \sin^2 \gamma + \frac{1}{2} (\varphi_r + \varphi_b) (1 + \cos^2 \gamma) \right], \\ \varphi_Q &= \frac{1}{2} \left[ \varphi_p - \frac{1}{2} (\varphi_r + \varphi_b) \right] \sin^2 \gamma \cos 2\chi, \\ \varphi_U &= \frac{1}{2} \left[ \varphi_p - \frac{1}{2} (\varphi_r + \varphi_b) \right] \sin^2 \gamma \sin 2\chi, \\ \varphi_V &= \frac{1}{2} (\varphi_r - \varphi_b) \cos \gamma, \\ \psi_Q &= \frac{1}{2} \left[ \psi_p - \frac{1}{2} (\psi_r + \psi_b) \right] \sin^2 \gamma \cos 2\chi, \\ \psi_U &= \frac{1}{2} \left[ \psi_p - \frac{1}{2} (\psi_r + \psi_b) \right] \sin^2 \gamma \sin 2\chi, \\ \psi_V &= \frac{1}{2} (\psi_r - \psi_b) \cos \gamma. \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициенты  $\varphi_{p,b,r}$  и  $\psi_{p,b,r}$ , описывающие профили поглощения и аномальной дисперсии, равны

$$\varphi_j = \sum_{i_j=1}^{N_j} S_{i_j} H \left( a, v - \frac{\Delta \lambda_{i_j}}{\Delta \lambda_D} \right), \quad (10)$$

$$\psi_j = 2 \sum_{i_j=1}^{N_j} S_{i_j} F \left( a, v - \frac{\Delta \lambda_{i_j}}{\Delta \lambda_D} \right), \quad (11)$$

где  $j = p, b, r$  (серии компонентов), а суммирование проводится по всем компонентам каждой серии. Величина доплеровского сдвига линии равна  $\Delta \lambda_D = \lambda / c \sqrt{2kT/m}$ , где  $c$  — скорость света,  $k$  — постоянная Больцмана,  $m$  — масса атома,  $T$  — температура. Величины  $S_j$  — это относительные интенсивности компонентов, которые нормируются на единицу по отдельности для каждой серии:  $\sum S_{p,b,r} = 1$ .

Функции  $H(a, v)$  и  $F(a, v)$  — это функции Фойгта и Фарадея — Фойгта:

$$H(a, v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(v-y)^2 + a^2} dy, \quad (12)$$

$$F(a, v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(v-y)e^{-y^2}}{(v-y)^2 + a^2} dy. \quad (13)$$

Параметры  $a$  и  $v$  определяются в единицах доплеровского сдвига  $\Delta \lambda_D$  следующим образом:

$$a = \Gamma \lambda_0^2 / 4\pi c \Delta \lambda_D, \quad (14)$$

$$v = (\lambda - \lambda_0) / \Delta \lambda_D, \quad (15)$$

где  $\Gamma$  — постоянная затухания вследствие излучения, уширения Штарка и Ван-дер-Ваальса.

#### РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

Перед решением уравнения переноса необходимо проделать следующую последовательность вычислений для всей сетки глубин в атмосфере звезды:

- рассчитать параметры функции Фойгта  $a$  и  $v$ ;
- вычислить функции Фойгта и Фарадея — Фойгта;
- вычислить коэффициенты  $\varphi$  и  $\psi$  согласно (9);
- вычислить непрозрачность в континууме;
- для каждой учитываемой спектральной линии вычислить матрицу  $\Phi$  согласно (8) и сформировать матрицы  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{J}$ , которые фигурируют непосредственно в уравнении переноса (5).

Есть несколько разработанных методов решения уравнения переноса. В программе SynthM используется метод DELO [10] с квадратичной аппроксимацией функции источника с глубиной [11]. В сравнении с другими методами решения уравнения переноса метод DELO обладает хорошим быстродействием (сходимостью) и точностью. Описание других методов и их сравнение можно найти, например, в работе [8].

Рассмотрим метод DELO (Diagonal Element Lambda Iteration). Как видно из (8), все диагональные элементы матрицы поглощения  $\mathbf{K}$  одинаковы и равны

$$\kappa_I = \kappa_c + \sum_{\text{lines}} \kappa_0^{\text{line}} \varphi_I^{\text{line}}. \quad (16)$$

Определим оптическую глубину как

$$d\tau = -\kappa_I dz \quad (17)$$

и введем модифицированную матрицу поглощения, главная диагональ которой содержит нули, следующим образом:

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K}/\kappa_I - \mathbf{I}, \quad (18)$$

а также модифицированный вектор  $\mathbf{J}$ :

$$\mathbf{S}' = \mathbf{J}/\kappa_I. \quad (19)$$

Тогда уравнение переноса (5) можно переписать в виде

$$\frac{d\mathbf{I}}{d\tau} = \mathbf{I} - \mathbf{S}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{S} = \mathbf{S}' - \mathbf{K}'\mathbf{I}$ .

Для заданного интервала оптических глубин  $\tau_i$  и  $\tau_{i+1}$  формальное решение уравнения (20) можно записать в виде

$$\mathbf{I}(\tau_i) = e_i \mathbf{I}(\tau_{i+1}) + \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} e^{-(\tau - \tau_i)} \mathbf{S}(\tau) d\tau, \quad (21)$$

где  $e_i = e^{-\delta_i}$  и  $\delta_i = \tau_{i+1} - \tau_i$ .

В случае отсутствия магнитного поля, то есть, когда  $\mathbf{K}' = 0$ , уравнение (21) превращается в обычное формальное решение уравнения переноса. Для получения явной зависимости между  $\mathbf{I}(\tau_i)$  и  $\mathbf{I}(\tau_{i+1})$  можно использовать линейную аппроксимацию функции источника с глубиной:

$$\mathbf{S}(\tau) = [(\tau_{i+1} - \tau)\mathbf{S}_i + (\tau - \tau_i)\mathbf{S}_{i+1}]/\delta_i. \quad (22)$$

Используя данное соотношение, интеграл (21) можно взять аналитически:

$$\mathbf{X}_i \cdot \mathbf{I}(\tau_i) = \mathbf{Y}_i \cdot \mathbf{I}(\tau_{i+1}) + \mathbf{Z}_i, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= 1 + (\alpha_i - \beta_i) \mathbf{K}'_i, \\ \mathbf{Y}_i &= (e_i \mathbf{1} - \beta_i \mathbf{K}'_{i+1}), \\ \mathbf{Z}_i &= (\alpha_i - \beta_i) \mathbf{S}'_i + \beta_i \mathbf{S}'_{i+1}, \\ \alpha_i &= 1 - e_i, \\ \beta_i &= [1 - (1 + \delta_i) e_i] / \delta_i. \end{aligned} \quad (24)$$

Для более точного решения уравнения переноса вместо линейной аппроксимации (22) можно использовать квадратичную аппроксимацию, как это было предложено в работе [11] и детально расписано в [8], а именно:

$$\mathbf{S}(\tau) = \alpha_i \mathbf{S}_i + \beta_i \mathbf{S}_{i+1} + \gamma_i \mathbf{S}_{i+2}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{z - \delta_{i+1} y}{(\delta_i + \delta_{i+1}) \delta_i}, \\ \beta_i &= \frac{(\delta_{i+1} + \delta_i) y - z}{\delta_i \delta_{i+1}}, \\ \gamma_i &= x + \frac{z - (\delta_i + 2\delta_{i+1}) y}{\delta_{i+1} (\delta_i + \delta_{i+1})}, \\ x &= 1 - e_i, \\ y &= \delta_i - x, \\ z &= \delta_i^2 - 2y. \end{aligned} \quad (26)$$

#### ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПО ДИСКУ

Для интегрирования интенсивностей по видимому диску звезды введем прямоугольную систему координат (рис. 2), начало отсчета которой располагается в центре звезды, ось  $z$  направлена на наблюдателя, ось  $y$  выбрана так, что ось вращения лежит в плоскости  $yz$ .

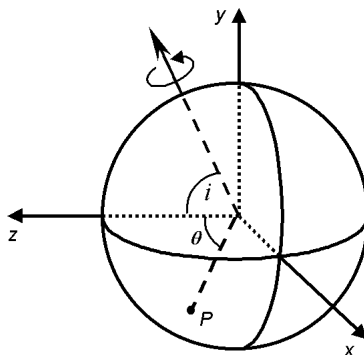


Рис. 2. Система координат, в которой определяется интегральный поток излучения от звезды. Ось  $z$  направлена на наблюдателя, ось  $y$  выбрана так, что ось вращения лежит в плоскости  $yz$ .

$$r(\lambda - \lambda_c) = \frac{\int_{-1}^{+1} \int_{-(1-x^2)^{1/2}}^{+(1-x^2)^{1/2}} I(x, y, \lambda - \lambda_c - \lambda_c x(v_e/c) \sin i) dy dx}{\int_{-1}^{+1} \int_{-(1-x^2)^{1/2}}^{+(1-x^2)^{1/2}} I_0(x, y) dy dx}, \quad (27)$$

где  $v_e$  — экваториальная скорость вращения звезды,  $i$  — угол наклона оси вращения к лучу зрения,  $I_0$  — интенсивность в континууме,  $\lambda_c$  — длина волны центра линии,  $c$  — скорость света.

Если в интегралах выражения (27) сделать замену переменных

$$u = \frac{2y}{\sqrt{1-x^2}} - 1, \quad (28)$$

то их можно привести к виду с постоянными пределами интегрирования:

$$r(\lambda - \lambda_c) = \frac{\int_{-1}^{+1} \int_{-3}^{+1} I(x, u, \lambda - \lambda_c - \lambda_c x(v_e/c) \sin i) (1-x^2) du dx}{\int_{-1}^{+1} \int_{-3}^{+1} I_0(x, u) (1-x^2) du dx}. \quad (29)$$

Для вычисления подобных интегралов можно воспользоваться квадратурной формулой Гаусса, узлы интегрирования которой определяются корнями полинома Лежандра. На рис. 3, *а* приведен пример разбиения видимого диска звезды по формуле Гаусса с размерностью  $15 \times 15$  точек.

Для вычисления интенсивности излучения в произвольной точке сетки разбиения необходимо знать модуль магнитного поля и его направление (углы  $\gamma$  и  $\chi$ ). То есть, исследователь должен задать любую произвольную конфигурацию магнитного поля (модель поля) по поверхности звезды.

Однако во многих случаях можно упростить вычисления и значительно уменьшить время счета, если предположить, например, что величина и направление магнитного поля в каждой точке зависит только от расстояния до центра диска (как это реализовано в программе Пискунова SynthMag [7]), а параметр скорости вращения звезды  $v \sin i$  равен нулю. В таком

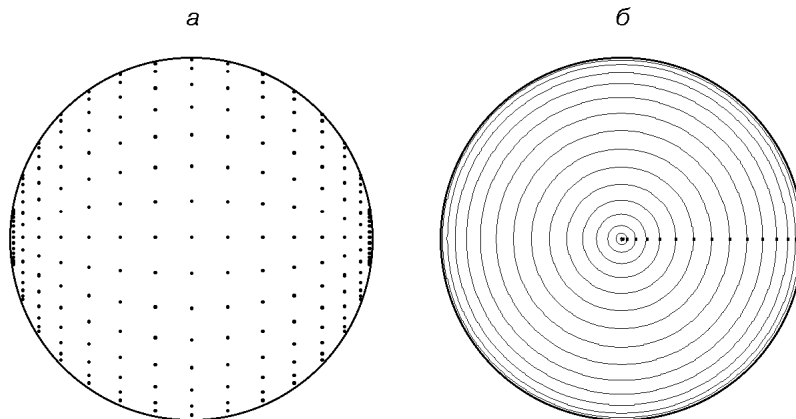


Рис. 3. Положение узлов интегрирования (отмечены жирными точками) на видимом диске звезды: *а* — при интегрировании по двум координатам ( $15 \times 15$  узлов), *б* — по одной координате (15 узлов); концентрические окружности демонстрируют принцип разбиения диска по кольцам

случае двойное интегрирование в выражении (27) можно заменить на однократное по  $x$ :

$$r(\lambda - \lambda_c) = \frac{\int_0^{+1} I(x, y, \lambda - \lambda_c) \cdot 2\pi x dx}{\int_0^{+1} I_0(x, y) \cdot 2\pi x dx}, \quad (30)$$

что эквивалентно разбиению видимого диска звезды на ряд концентрических окружностей (рис. 3, б). В программе SynthM реализованы оба метода интегрирования для произвольного числа узлов.

#### ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Программа SynthM основана на модифицированной версии (SynthVa) программы расчета синтетических спектров из пакета программ STARSP В. Цымбала [12]. Исходные тексты составлены на языке Fortran95. Программа предназначена для расчета синтетического спектра звезд в предположении о ЛТР и плоско-параллельной структуре атмосферы. Уравнение переноса решается с помощью метода DELO с квадратичной аппроксимацией функции источника с глубиной. Атомные параметры спектральных линий и константы уширения извлекаются из базы данных VALD [9]. Для случая, когда факторы Ланде для верхнего и нижнего уровня неизвестны, зеемановское расщепление рассчитывается как классический триплет по заданному значению эффективного фактора Ланде. Эффект Пашена — Бака не учитывается. Для вычисления функций Фойгта и Фарадея — Фойгта используется аппроксимация по формулам Хумлисека [6]. Вычисление синтетического спектра производится с постоянным заданным шагом по длине волны. Файл модели атмосферы может быть задан в формате программы Куруца ATLAS9 или в формате, который используется в программе SynthMag. Стратификация содержания химических элементов табулируется в виде дополнительных данных в файле модели атмосферы и учитывается при вычислении концентраций ионов и заселенностей атомных уровней в слоях атмосферы звезды. Значения микротурбулентной скорости и параметра скорости вращения звезды  $v \sin i$  задаются во входном файле конфигурации. Учет вращения в программе производится непосредственно при расчете синтетического спектра: рассчитываются удельные интенсивности излучения в различных точках диска звезды и затем производится интегрирование по квадратурной формуле Гаусса — Лежандра. Результат работы программы сохраняется в виде четырех файлов, которые содержат рассчитанные параметры Стокса  $I, Q, U, V$ . В программу SynthM может быть заложена любая конфигурация магнитного поля, величина и направление которого затабулированы для каждой точки интегрирования. Кроме этого, можно использовать заложенные в программу аналитические модели.

#### МОДЕЛИ КОНФИГУРАЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

По-видимому, ни одна из моделей, в основу которой заложено глобальное дипольное, квадрупольное (и более высоких моментов) магнитное поле, не может претендовать на соответствие реальной конфигурации, хотя каждая из них в первом приближении подходит для описания того или иного конкретного случая. Дело в том, что большое количество различных вариантов конфигурации поля может давать практически идентичное выходное поляризованное излучение, которое доступно нашим наблюдениям. Нет способа отдать предпочтение той или иной конфигурации, располагая



наблюдениями для одной лишь фазы вращения звезды. По-видимому, данную проблему можно решить с помощью техники Doppler Imaging (доплеровское картирование), которая основана на восстановлении изображения (температуры, химсостава, магнитного поля по поверхности звезды) по модуляции профилей спектральных линий вращением звезды, и является решением обратной задачи. Теоретически, располагая большой серией наблюдений поляризованных спектров для различных фаз вращения, можно подобрать такую конфигурацию магнитного поля (конкретные значения величины и направления поля в каждой точке поверхности звезды), которая является единственным решением задачи.

Однако не всегда имеющегося наблюдательного материала достаточно для доплеровского картирования. Поэтому используются обобщенные характеристики магнитного поля:  $H_{\text{эф}}$  — эффективное магнитное поле,  $H_s$  — поверхностное магнитное поле, определяемое как среднее значение модуля поля,  $H_l$  — усредненная продольная составляющая поля. Необходимо лишь подобрать такую модель поля, чтобы результирующий синтетический спектр совпал с наблюдаемым. При этом можно отделить влияние микро-турбулентной скорости или скорости вращения звезды на уширение спектральной линии от влияния магнитного поля (зеemanовское уширение). Поэтому применяются упрощенные схемы для моделирования конфигурации поля, применение которых во многих случаях представляется целесообразным. Рассмотрим модели поля, которые используются в программе SynthM.

Первая модель магнитного поля такая же, как в программе Пискунова SynthMag. Модель задается тремя параметрами — величинами составляющих поля  $B_r$ ,  $B_m$ ,  $B_l$ . Преобразование их в систему координат наблюдателя, изображенную на рис. 2, осуществляется по формулам

$$\begin{aligned} B_x &= B_r \sin \theta + B_l \cos \theta, \\ B_y &= B_m, \\ B_z &= B_r \cos \theta - B_l \sin \theta. \end{aligned} \quad (31)$$

Такое описание поля при вычислении только двух параметров Стокса  $I$  и  $V$  эквивалентно аксиально-симметричной конфигурации магнитного поля.

Как видно, есть зависимость лишь от угла  $\theta$ , поэтому для ускорения счета в случае  $v \sin i = 0$  интегрирование можно проводить по формуле (30).

Вторая модель использует формулы В. Халака [3], выведенные с использованием двух точечных источников поля с мнимыми магнитными зарядами разных знаков, расположенных произвольно под поверхностью звезды. Данный подход позволяет моделировать центрированный магнитный диполь, смещенный диполь, диполь малого размера. В случае же произвольно заданной конфигурации поля или при использовании модели, получаемой в представлении мнимых магнитных зарядов, интегрирование относительных интенсивностей необходимо проводить по формуле (29).

#### ТЕСТОВОЕ СРАВНЕНИЕ ПРОГРАММ SynthM и SynthMag

Программа Н. Пискунова SynthMag достаточно давно и широко используется для расчетов синтетических спектров с учетом влияния магнитного поля. С ее помощью были проведены исследования химсостава атмосфер Ср-звезд. Сравнение SynthMag с другими программами расчета синтетических спектров с учетом влияния магнитного поля, выполненное Вейдом, Ландстритом и др. [14], не показало каких-либо существенных различий между ними.

Атомные данные для избранных спектральных линий, извлеченные из базы данных VALD

Ион	$\lambda_0$ , нм	lggf	$E_{low}$ , эВ	$J_{low}$	$E_{up}$ , эВ	$J_{up}$	$g_{low}$	$g_{up}$	$g_{mean}$	$lg\gamma_{rad}$	$lg\gamma_{stark}$	$lg\gamma_{waals}$
Fe II	492.3927	-1.32	2.891	2.5	5.408	1.5	2	2.4	1.69	8.489	-6.583	-7.914
Cr II	614.7154	-2.843	4.756	1.5	6.773	2.5	1.2	1.38	1.51	8.41	-6.656	-7.926
Fe II	614.7741	-2.721	3.889	1.5	5.905	0.5	1.2	2.7	0.83	8.53	-6.588	-7.945
Fe I	614.7835	-1.671	4.076	4.0	6.092	3	1.26	1.21	1.34	7.601	-6.059	-7.843
Fe II	614.9258	-2.720	3.889	0.5	5.905	0.5	0	2.7	1.35	8.53	-6.588	-7.945

Поэтому было бы целесообразно провести тестовые расчеты с помощью программ SynthM и SynthMag, и сравнить полученные результаты, чтобы убедиться в корректности первой.

При сравнении необходимо обеспечить идентичность входных данных. Источник параметров спектральных линий в обеих программах один и тот же — база данных VALD. Подробные сведения о спектральных линиях, которые использовались при проведении тестовых расчетов, собраны в таблице. При расчетах нами была использована модель атмосферы звезды  $\gamma$  Eri со следующими параметрами:  $T_{эф} = 7700$  К,  $lgg = 4.2$ , содержание Fe и Cr, спектральные линии которых используются в расчетах, соответственно равно  $-4.40$  и  $-5.43$ . В обеих программах использовалась одна и та же модель конфигурации магнитного поля. Вычисления удельных интенсивностей по диску производились для семи значений  $\mu = \cos \theta$ . В программе SynthMag конкретные значения  $\mu$  заранее затабулированы в коде программы, так как жестко связаны с внешней процедурой интегрирования удельных интенсивностей. В программе SynthM значения  $\mu$  определялись узлами интегрирования квадратурной формулы Гаусса.

Обратим внимание на следующее важное обстоятельство. Поскольку в срав-

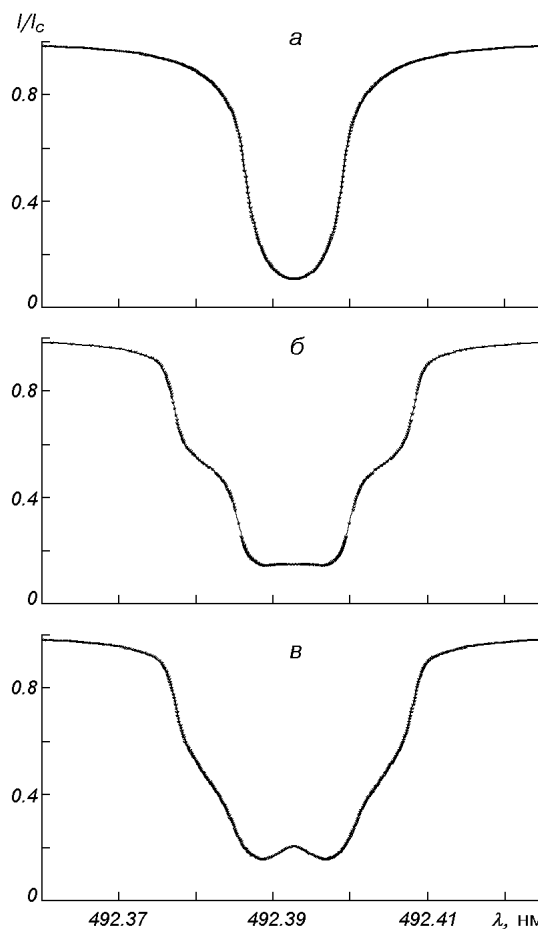


Рис. 4. Синтетические профили линии Fe II  $\lambda$  492.3 нм, рассчитанные программами SynthM (сплошные кривые) и SynthMag (крестики): а — проинтегрированные по диску профили линии без учета магнитного поля, б и в — соответственно профили в центре диска и проинтегрированные по диску учетом магнитного поля ( $B_r = 300$ ,  $B_m = 200$ ,  $B_l = 100$  мТл)

нении не участвовал наблюдаемый спектр, расчеты были проведены для нулевой скорости вращения звезды, а полученные спектры *не* сворачивались с инструментальным профилем (гауссианой). Дело в том, что свертка с гауссианой, равно как и учет скорости вращения, приводят к загроблению мелких деталей спектра (в том числе зеемановских компонентов), в то время как ни инструментальный профиль, ни величина скорости вращения звезды не имеют непосредственного отношения к учету влияния магнитного поля. Так, например, использование значения  $v \sin i \approx 2$  км/с позволяет получить хорошее согласие между спектрами, рассчитанными с различной конфигурацией магнитного поля. С увеличением скорости вращения до 10 км/с и более сравнение программ расчета спектров с точки зрения корректности учета влияния магнитного поля не имеет смысла. По этой же причине скорость микротурбуленции была положена равной нулю. Поскольку в рассматриваемых программах метод расчета непрозрачности в водородных линиях различен, мы не учитывали водородные линии, чтобы провести наиболее аккуратное сравнение.

Первое сравнение проведем для случая, когда магнитное поле равно нулю, чтобы убедиться в отсутствии значимых отличий в результатах расчета уширения, непрозрачности в континууме, методах интегрирования по диску и т. д. На рис. 4, *а* представлено сравнение профилей сильной линии железа Fe II  $\lambda$  492.3927 нм. Как видно, профили практически идентичны. Отличие относительных интенсивностей ( $R = I/I_c$ ) в центре линии составляет 0.004.

Теперь выполним сравнение профилей с учетом магнитного поля в конфигурации  $B_r = 300$ ,  $B_m = 200$ ,  $B_l = 100$  мТл. На рис. 4, *б* изображены профили, рассчитанные для центральной точки диска звезды, на рис. 4, *в* — результат интегрирования по диску. Максимальные отличия наблюдаются в центрах компонентов расщепления и составляют: 0.002 (рис. 4, *б*) и 0.0035 (рис. 4, *в*). На рис. 5 представлено сравнение параметров Стокса.

В завершение рассчитаем небольшой участок спектра в районе  $\lambda$  614.7 нм (рис. 6), содержащий три линии железа и хрома ( $B_r = 500$ ,  $B_m = 200$ ,  $B_l = 0$  мТл). Наибольшее расхождение относительных интенсивностей составляет 0.006.

По-видимому, полученные расхождения вызваны накоплением ошибки вычислений, связанной с различной точностью представления вещественных чисел, а также использованием различных методов интегрирования по диску в программах SynthM и SynthMag.

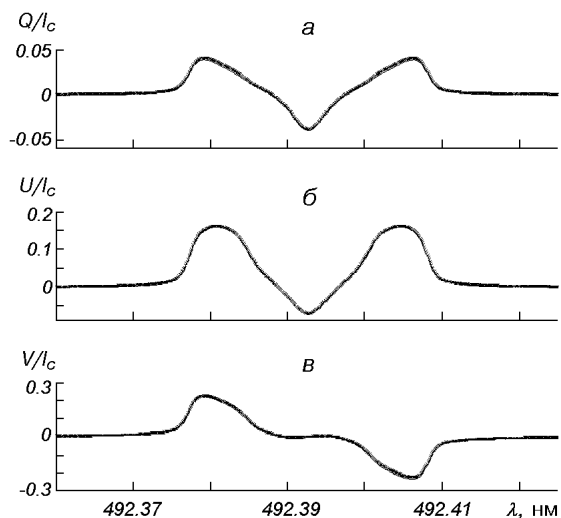


Рис. 5. Параметры Стокса  $Q$ ,  $U$ ,  $V$ , рассчитанные программами SynthM (сплошные кривые) и SynthMag (крестики). Параметры модели поля:  $B_r = 300$ ,  $B_m = 200$ ,  $B_l = 100$  мТл)

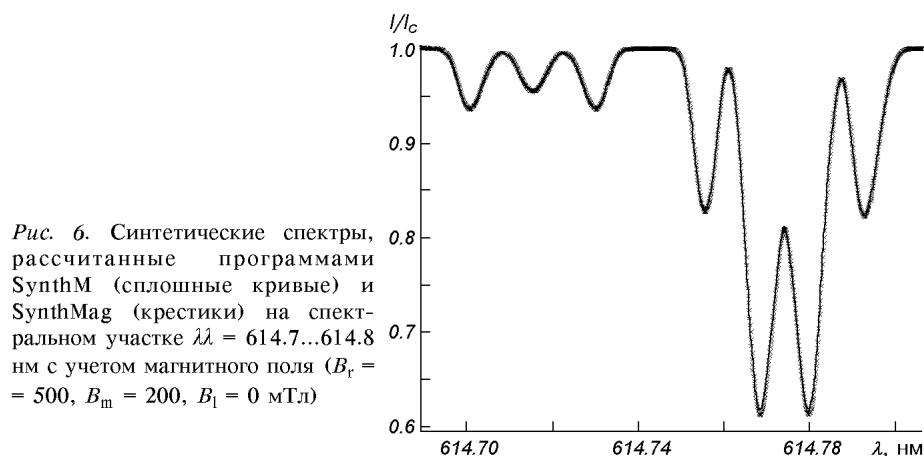


Рис. 6. Синтетические спектры, рассчитанные программами SynthM (сплошные кривые) и SynthMag (крестики) на спектральном участке  $\lambda\lambda = 614.7...614.8$  нм с учетом магнитного поля ( $B_r = 500$ ,  $B_m = 200$ ,  $B_l = 0$  мТл)

Заметим, что сравнение программ с учетом непрозрачности, обусловленной водородными линиями (в районе  $\lambda = 492.3$  нм располагается крыло линии  $H_\beta$ ), не выявило каких-либо дополнительных расхождений профилей линии Fe II  $\lambda 492.3927$  нм.

В дальнейшем была выполнена серия расчетов для различных спектральных участков с использованием разнообразных моделей атмосфер и поля. Значимых отклонений между расчетами, выполненными программами SynthM и SynthMag, обнаружено не было.

#### РАСЧЕТ СИНТЕТИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ ЛИНИЙ, НАБЛЮДАЕМЫХ В СПЕКТРЕ $\beta$ CrV

Для демонстрации практического использования программы мы рассчитали синтетический спектр магнитной звезды  $\beta$  CrV в диапазоне длин волн  $\lambda\lambda = 614.65...615.0$  нм и сравнили его с наблюдаемым.

При расчете синтетического спектра мы использовали модель атмосферы, рассчитанную программой LLModels [13], со следующими параметрами:  $T_{\text{эф}} = 8300$  К,  $\lg g = 4.0$  [1]. Программа LLModels позволяет задавать индивидуальное содержание каждого химического элемента в атмосфере звезды. При этом мы использовали данные о содержании химических элементов в атмосфере  $\beta$  CrV из работ [1, 5].

Список спектральных линий и их параметры были извлечены из венской базы данных VALD в режиме *extract all*. Всего на указанный спектральный участок приходится 81 линия, из которых наиболее весомый вклад оказывают следующие три: Cr II  $\lambda 614.7154$  нм, Fe II  $\lambda 614.7741$  нм, Fe II  $\lambda 614.9258$  нм, подробные сведения о которых представлены в таблице. Величина  $v \sin i$  для звезды  $\beta$  CrV согласно [4] составляет  $3.5 \pm 1.5$  км/с.

При расчетах мы использовали модель магнитного поля, заданную формулами (31). Наблюдаемый спектр  $\beta$  CrV был получен на телескопе ЗТШ в Крымской астрофизической обсерватории для фазы вращения звезды 0.087. На рис. 7, а представлено сравнение наблюдаемого спектра с синтетическим, который был рассчитан со следующими параметрами:  $v \sin i = 5$  км/с, скорость микротурбуленции  $v_{\text{turb}} = 0$  км/с, содержание железа и хрома принято равным:  $\lg \epsilon_{\text{Fe}} = -4.1$ ,  $\lg \epsilon_{\text{Cr}} = -4.4$ . Параметры модели конфигурации магнитного поля:  $B_r = 500$ ,  $B_m = 300$ ,  $B_l = 0$  (мТл). Синтетический спектр был свернут с гауссиановской аппроксимацией инструментального профиля. Параметр гауссианы FWHM (ширина линии на

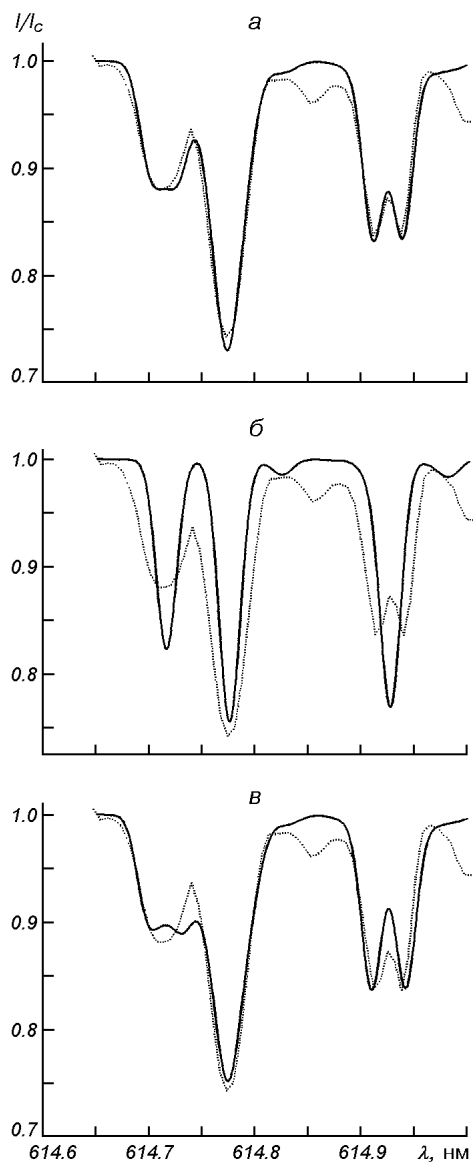


Рис. 7. Сравнение наблюдаемого (точки) и синтетического (сплошные линии) спектров  $\beta$  CrV. Параметры моделирования приведены в тексте: *a* — расчет для конфигурации магнитного поля  $B_r = 500$ ,  $B_m = 300$ ,  $B_l = 0$  мТл; *б* — без учета магнитного поля; *в* — для конфигурации магнитного поля  $B_r = 600$ ,  $B_m = 300$ ,  $B_l = 0$  мТл

половине максимума) был определен по спектральным линиям сравнения и составил 0.18.

На рис. 7, *б* для наглядности представлено сравнение наблюдаемого спектра с синтетическим, который был рассчитан с приведенными выше параметрами, но без учета магнитного поля. Из сравнения рис. 7, *а* и *б* хорошо видно, что зеемановское расщепление спектральных линий приводит к уширению наблюдаемых профилей (так называемое зеемановское уширение). В случае, когда величина расщепления велика (больше, чем доплеровское уширение вследствие вращения), компоненты расщепления становятся разрешимы, и их можно видеть в наблюдаемом спектре (линия Fe II  $\lambda$  614.9258 нм). Из наблюдений расщепленных спектральных линий, компоненты которых разрешены, можно определить среднюю величину модуля магнитного поля по поверхности звезды.

Кроме этого, профиль расщепленной линии прямо зависит от геометрии реального магнитного поля (в случае расчета синтетического спектра — от модели конфигурации магнитного поля). На рис. 7, *в* представлено сравнение наблюдаемого спектра с синтетическим, который был рассчитан с указанными выше параметрами, но с магнитным полем в конфигурации  $B_r = 600$ ,  $B_m = 300$ ,  $B_l = 0$  мТл. Из рис. 7, *а* и *в* хорошо видно, как изменяется профиль расщепленной линии при различной конфигурации магнитного поля.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами была разработана программа расчета синтетических спектров звезд с учетом влияния магнитного поля и заданной стратификации содержания химических элементов с глубиной. Тестирование не показало значимых отличий от результатов, полученных с помощью программы Н. Пискунова SynthMag, для всех четырех параметров Стокса. На примере расчета синтетических профилей линий, наблюдаемых в спектре  $\beta$  CrV, продемон-

стрировано практическое использование программы. Программа SynthM объединяет в себе блоки расчета зеемановского расщепления, синтетического спектра и интегрирования по диску. Магнитное поле можно задать с помощью двух аналитических моделей или затабулированных значений величины и направления поля в каждой точке интегрирования (произвольная конфигурация).

Разработанная программа, во-первых, имеет самостоятельное значение как инструмент для анализа наблюдаемых спектров, и во-вторых, войдет как один из основных элементов в разрабатываемую в настоящее время программу расчета моделей атмосфер с учетом магнитного поля и комплекс программ, обеспечивающих полуэмпирическое построение 3D-моделей звездных атмосфер.

Автор признателен В. Цымбалу, стимулировавшему данную работу, за плодотворные дискуссии, Т. Рябчиковой за ряд ценных указаний и всестороннее тестирование программы, О. Кочухову за полезное обсуждение вопроса, Д. Ляшко за помощь в обработке спектра  $\beta$  CrB, любезно предоставленного С. Плачиндой, Д. Шуляку за содействие в расчете модели атмосферы, В. Халаку за консультации по моделям с мнимыми магнитными зарядами, Н. Пискунову за предоставленную программу.

1. Саванов И. С., Маланушенко В. П. О содержании элементов в атмосфере химически-пекулярной звезды  $\beta$  CrB // *Астрофизика*.—1990.—33, № 2.—С. 251—258.
2. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. — М.: Наука, 1977.—320 с.
3. Халак В., Халак Ю. Н., Шаврина А. В., Полосухина Н. С. Новый подход к моделированию поверхностных магнитных полей химически пекулярных звезд // *Астрон. журн.*—2001.—78, № 7.—С. 655—660.
4. Bagnulo S., Landolfi M., Mathys G., Landi-Innocenti M. Modelling of magnetic fields of CP stars. III. The combined interpretation of five different magnetic observables: theory, and application to  $\beta$  Coronae Borealis // *Astron. and Astrophys.*—2000.—358, N 2.—P. 929—942.
5. Hardorp J., Shore S. S. Determination of the abundances of the rare earths in the AP star  $\beta$  CrB // *Publs Astron. Soc. Pacif.*—1971.—83, N 2.—P. 605—606.
6. Humlicek J. Optimized computation of the Voigt and complex probability function // *J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer.*—1982.—27, N 4.—P. 437—444.
7. Piskunov N. Modeling magnetic fields on stars other than the Sun // *Proceeding of the 2nd International Workshop on Solar Polarization / Eds J. Stenflo and K. N. Nagendra, Bangalore, India, 1998. — Boston: Kluwer Acad. Publ. ASSL, 1999.—P. 515—525.*
8. Piskunov N., Kochukhov O. Doppler Imaging of stellar magnetic fields. I. Techniques // *Astron. and Astrophys.*—2002.—381, N 2.—P. 736—756.
9. Piskunov N. E., Kupka F., Ryabchikova T. A., et al. VALD: The Vienna Atomic Line Data Base // *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.*—1995.—112, N 3.—P. 525—535.
10. Rees D. E., Durrant C. J., Murphy G. A. Stokes profile analysis and vector magnetic fields. II. Formal numerical solutions of the Stokes transfer equations // *Astrophys. J.*—1989.—339, N 2.—P. 1093—1106.
11. Socas-Navarro H., Trujillo Bueno J., Ruiz Cobo B. Non-LTE Inversion of Stokes Profiles Induced by the Zeeman Effect // *Astrophys. J.*—2000.—530, N 2.—P. 977—993.
12. Tsymbal V. STARSP: A Software System For the Analysis of the Spectra of Normal Stars // *ASP Conf. Ser.*—1996.—108.—P. 198—199.
13. Tsymbal V., Shulyak D. Line-by-line opacity stellar atmosphere models // *Modelling of Stellar Atmospheres / Eds N. E. Piskunov, W. W. Weiss, D. F. Gray. Uppsala Astron. Soc. Pacific.*—2003.—CDA14.—(IAU Symp. N 210)
14. Wade G. A., Bagnulo S., Kochukhov O., et al. LTE spectrum synthesis in magnetic stellar atmospheres. The intergreement of three independent polarised radiative transfer codes // *Astron. and Astrophys.*—2001.—374, N 1.—P. 265—279.

Поступила в редакцию 01.09.03