

УДК 523.34

**В. І. Нікулішин**

Національний університет «Львівська політехніка»  
вул. С. Бандери 12, Львів, 79013

**Дослідження фізичних властивостей небесних тіл  
за допомогою неперервних базисних функцій  
на прикладі Місяця**

*Розглядається методика дослідження гравітаційного поля Місяця на основі неперервного вейвлет-перетворення. Отримані спектральні характеристики використовуються для пояснення відмінностей між масконами видимої та невидимої сторони Місяця.*

*ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНЫХ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ НА ПРИМЕРЕ ЛУНЫ, Никулишин В. И. — Рассматривается методика исследования гравитационного поля Луны на основе непрерывного вейвлет-преобразования. Полученные спектральные характеристики используются для объяснения различий между масконами видимой и невидимой стороны Луны.*

*AN INVESTIGATION OF PHYSICAL PROPERTIES OF CELESTIAL BODIES BY MEANS OF CONTINUOUS BASE FUNCTIONS ON THE EXAMPLE OF THE MOON, by Nikulishyn V. I. — We consider a procedure for investigation of the Moon's gravitational field which is based on continuous wavelet-transformation. The obtained spectral descriptions are used for explanation of differences between mascons of the visible and invisible sides of the Moon.*

**ВСТУП**

При дослідженнях фізичних властивостей небесних тіл часто виникає потреба аналізу та опрацювання нестационарних в часі (сонячна активність, неоднорідність обертання планет, сейсмічні хвилі) або неодно-

рідних у просторі (гравітаційне та магнітне поле планет, висоти рельєфу) рядів різних типів.

Класичний аналіз, який базується на можливості дослідження ряду у часовій (просторовій) і частотній областях за допомогою прямого і оберненого перетворення Фур'є, попри велику кількість переваг, має вагомий недолік, який не дозволяє одночасно представляти сигнал у частотній і просторовій областях [1]. Частково цей недолік був усунений у віконному перетворенні Фур'є. Повністю проблему одночасного представлення сигналу у просторовій та частотній областях вдалось вирішити за допомогою неперервних базисних функцій, найвідомішими з яких є вейвлет-функції.

Загальний принцип побудови базису вейвлет-перетворення полягає у використанні масштабного перетворення і зміщення. Будь-яка функція, що задовольняє всі властивості вейвлету (локалізація, нульове середнє, обмеженість та автомодельність), породжує повну ортонормовану систему функцій з кінцевим носієм, який побудовано за допомогою масштабного перетворення і зміщення [1, 2]. Саме за рахунок зміни масштабів вейвлети здатні виявити особливості сигналу. Зокрема, при дослідженні потенціальних полів у роботах [5, 6] використовувалось неперервне вейвлет-перетворення, за допомогою якого із значень аномальної частини потенціального поля визначались тип, сила та глибина залягання джерела, що генерує це поле. Подібні методики доцільно застосовувати для аналізу особливостей гравітаційних та магнітних полів небесних тіл.

Метою цієї роботи є короткий аналіз результатів вейвлет-перетворення гравітаційного поля Місяця в районах масконів.

## МЕТОДИКА ТА ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Розглянемо неперервне вейвлет-перетворення

$$W(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} f\left(x - \frac{b}{a}\right),$$

де  $1/\sqrt{a}$  — нормувальний множник,  $\frac{x - b}{a}$  — вейвлет-функція, в

якій  $b$  відповідає за локалізацію функції вздовж осі  $x$ , а параметр  $a$  масштабує функцію. Слід зазначити, що масштаб  $a$  є оберненою величиною до частоти сигналу:

$$\frac{1}{a},$$

де  $\rho_0$  є максимумом функції взаємної кореляції  $\rho(x)$  при  $a = 1$ :

$$\rho(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, 1, 0) \cos(2\pi x) dx,$$

Вихідними даними для цього дослідження є модель гравітаційного по-

ля, отримана в роботі [3] із спостережень японського супутника SELENE, за допомогою якого вперше були отримані безпосередні дані про гравітаційне поле зворотної сторони Місяця.

З використанням гармонічних коефіцієнтів цієї моделі було обчислено гравітаційні збурення та побудовано їхні профілі, що проходять через центри основних масконів видимої (Imbirum, Serenitatis, Crisium, Eratosthenes, Copernicus, Humorum, Nectaris) та зворотної (Orientale, Freundlich — Sharanov, Dirichlet — Jackson, Mendeleev) сторони Місяця зі сходу на захід та з півдня на північ.

Для локалізації розподілу аномальних мас в надрах Місяця виконаємо неперервне вейвлет-перетворення вздовж цих профілів. Для аналізу було вибрано МНАТ-вейвлет, для якого відносна частота  $\omega = 0.23$  Гц ( $a = 1$ ). Його особливість полягає в тому, що значення  $\omega$  зі зміною значень  $a$  дорівнює відносній частоті вертикальної складової сили тяжіння двовимірної точкової маси на глибині  $h = a$ . Отримані значення вейвлет-коефіцієнтів опрацьовано з використанням методики, описаної у роботі [4], де за допомогою методу найменших квадратів отримані вейвлет-коефіцієнти приводяться до реальних густин.

Всі вейвлет-спектри масконів видимої сторони Місяця є однотипними і відрізняються лише глибиною залягання. Максимум густини для маскону Imbirum спостерігається на глибині 210 км (профіль захід — схід) та 250 км (профіль південь — північ), що свідчить про несиметричність розподілу густини в різних напрямках. Що стосується від'ємних значень густини, то їхні мінімуми залягають на глибині від 180 до 200 км. Максимум аномальної густини припадає на верхню мантію (60 — 400 км) та зменшується при заглибленні в нижню мантію, яка сягає 1100 км.

Відповідно до отриманих даних можемо виділити два типи масконів зворотної сторони Місяця. Так, до першого типу відносимо маскони Orientale, Mendel — Rydberg, Moscoviense, Freundlich — Sharanov, Hertzprung. Характерною рисою отриманих розподілів є те, що максимумами та мінімумами густини знаходяться на однакових глибинах (від 45 до 125 км) із значеннями густин від  $-5$  до  $5$  кг/м<sup>2</sup>.

Другий тип масконів (Dirichlet — Jackson, Mendeleev, Korolev) характеризується тим, що з глибиною величини аномальних густин періодично змінюють знак. Це, в свою чергу, свідчить про відмінність механізмів утворення масконів другого та першого типів.

Порівнюючи маскони видимої і невидимої сторін Місяця, можна відзначити, що основні джерела аномалій сили ваги на видимій стороні Місяця знаходяться у верхній та нижній мантіях. Неоднорідності густини зворотної сторони Місяця залягають на глибинах, що відносять до границі кори і верхньої мантії.

Не дивлячись на те, що отриманий результат є формальним розв'язком оберненої задачі гравіметрії і має ряд недоліків, пов'язаних з апіорним вибором форми джерела, такий розподіл можна використовувати для інтерпретації геологічних та геофізичних даних.

## ВИСНОВКИ

1. Встановлено, що застосування вейвлет-перетворення до гравітаційного поля в районах масконів Місяця дозволяє визначити їхні планові координати.
2. Розроблено методику визначення глибини та густини масконів у двовимірному просторі на основі одновимірного неперервного вейвлет-перетворення.
3. Отримані розподіли густини масконів видимої сторони Місяця є однотипними за будовою. Глибини залягання неоднорідностей змінюються від 115 до 220 км. Позитивні аномалії густини знаходяться в межах від 2.5 до 4.9 кг/м<sup>2</sup>, а негативні — від 3.2 до 1.0 кг/м<sup>2</sup>.
4. Обчислена оцінка внутрішньої похибки (СКВ параметрів) не перевищує 10<sup>8</sup> кг/м<sup>2</sup>. Всі значення корелюють з діаметрами масконів.
5. Виконано порівняльну оцінку отриманих глибин залягання масконів з даних інших досліджень і виявлено відмінності в деяких випадках до 100 км. Такі відмінності можна пояснити тим, що розподіли отримано у двовимірному просторі без урахувань мас, що знаходяться перпендикулярно до площини вейвлет-спектру.

1. Астафьева Н. М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физ. наук.—1996.—**166**, № 11.—С. 1145—1170.
2. Дремин И. М., Иванов О., Нечитайло В. Вейвлеты и их использование // Успехи физ. наук.—2001.—**171**, № 5.—С. 465—501.
3. Зазуляк П. М., Нікулішин В. І. Модель гравітаційного поля Місяця одержана за аномаліями у вільному повітрі // Геодезія, картографія і аерофотознімання.—2011.—№ 75.—С. 3—7.
4. Зазуляк П. М., Нікулішин В. І. Моделі розподілу мас масконів Місяця, побудовані з використанням неперервного вейвлет-перетворення // Геодезія, картографія і аерофотознімання.—2013.—№ 78.—С. 160—168.
5. Утёмов Э. В., Нургаліев Д. К. «Естественные» вейвлет-преобразования гравиметрических данных: теория и приложения // Физика Земли.—2005.—№ 4.—С. 88—96.
6. Moreau F., Gibert D., Holschneider M., et al. Wavelet analysis of potential fields // Inverse Problems.—1997.—**13**, № 1.—P. 165—178.

Стаття надійшла до редакції 22.11.13