

PACS numbers: 72.10.Fk, 72.15.Lh, 73.40.Jn, 73.50.Bk, 73.50.Lw, 73.61.At, 73.90.+f

Тензорезистивный эффект в поликристаллической многослойной пленке

Ю. А. Шкурдода, Л. В. Дехтярук*, А. Н. Черноус**

*Сумской государственной педагогический университет им. А. С. Макаренко,
ул. Роменская, 87,
40007 Сумы, Украина*

**Харьковский государственный технический университет
строительства и архитектуры,
ул. Сумская, 40,
61002 Харьков, Украина*

***Сумской государственной университет,
ул. Римского-Корсакова, 2,
40007 Сумы, Украина*

С использованием квазиклассического приближения в рамках модифицированной модели Маядаса и Шацкеса теоретически проанализирован тензорезистивный эффект в многослойной поликристаллической пленке. Получено общее (при произвольном соотношении между толщинами слоев) и асимптотические (для толстых и тонких по сравнению с длиной свободного пробега электронов слоев металла, входящих в состав мультислоя) выражения для коэффициентов продольной и поперечной тензочувствительности. Предсказана их немонотонная зависимость от отношений толщин соседних слоев металла и выполнен детальный численный расчет коэффициента продольной тензочувствительности при различных значениях параметров, характеризующих мультислой.

З використанням квазикласичного наближення у рамках модифікованого моделю Маядаса і Шацкеса теоретично проаналізовано тензорезистивний ефект у багат шаровій полікристалічній плівці. Одержано загальне (при довільному співвідношенні між товщинами шарів) та асимптотичні (для товстих і тонких у порівнянні з довжиною вільного пробігу електронів шарів металу, які входять до складу багат шарової плівки) вирази для коефіцієнтів поздовжньої і поперечної тензочутливості. Передбачено їх немонотонну залежність від відношення товщин суміжних шарів металу і виконано детальний чисельний розрахунок коефіцієнта поздовжньої тензочутливості при довільних значеннях параметрів, які характеризують мультишар.

Within the scope of the modified Mayadas–Shatzkes model, the tensoresistance of a multilayered polycrystalline film is analysed theoretically. The general and asymptotical expressions for the coefficients of the strain-sensitivity (CSS) are obtained. A non-monotonic behaviour of the CSS as a function of the ratio of the adjacent layer thicknesses is predicted. A detailed calculation of the longitudinal CSS for the wide range of the layer thicknesses at various values of the parameters, which characterize the multilayer, is performed.

Ключевые слова: многослойная поликристаллическая пленка, модифицированная модель Маядаса и Шацкеса, тензорезистивный эффект, коэффициенты продольной и поперечной тензочувствительности.

(Получено 27 августа 2010 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы транспортные явления в мультислоях, — периодических структурах, состоящих из чередующихся нанокристаллических слоев разных металлов, — широко изучаются как экспериментально, так и теоретически [1, 2]. Этот интерес в значительной мере обусловлен тем, что, с одной стороны, используемые в микроэлектронике тонкопленочные приборы достаточно часто являются многослойными системами, а с другой стороны, появляется принципиальная возможность получения информации, которая необходима при решении фундаментальных проблем физики твердого тела.

Так, в частности, исследование продольного и поперечного тензорезистивного эффекта в многослойных системах позволит получить дополнительную информацию о процессе электропроводности при деформации многослойного образца. Кроме этого, исследование эффекта тензочувствительности представляет и практический интерес с точки зрения разработки тензорезисторов на основе многослойных элементов.

В настоящем сообщении с использованием модифицированной модели Маядаса и Шацкеса (модель МШ) [3, 4] теоретически исследован эффект тензочувствительности в многослойной поликристаллической пленке. Получено точное и асимптотические (для толстых и тонких по сравнению с длиной свободного пробега электронов слоев металла, из которых состоит мультислой) выражения для коэффициентов тензочувствительности (КТ) — продольной и поперечной. Выполнен подробный численный расчет КТ в многослойном проводнике для широкого интервала толщин при различных значениях параметров, описывающих многослойный проводник.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОБЩАЯ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОДОЛЬНОЙ И ПОПЕРЕЧНОЙ ТЕНЗОЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрим многослойную пленку (МП), состоящую из чередующихся поликристаллических слоев металла разной толщины ($d_i \neq d_j$) и разной чистоты ($l_i \neq l_j$).

Будем считать, что нормаль к границе раздела (ГР) слоев параллельна оси X . Предположим, что к МП приложено параллельно к ГР слоев металла внешнее, однородное электрическое поле напряженностью $E = (0, E_y, 0)$ и (или) продольная (поперечная) деформация.

Количественными характеристиками продольного и поперечного тензорезистивного эффекта являются коэффициенты продольной $\gamma^{(1)}$ и поперечной $\gamma^{(2)}$ тензочувствительности, которые могут быть определены следующим образом [5, 6]:

$$\gamma^{(n)} = \frac{d \ln R_{ML}}{d \ln a_n}, \quad (1)$$

$$R_{ML} = \frac{1}{\sigma} \frac{a_1}{a_2 d}. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) введены следующие обозначения: R_{ML} — сопротивление мультислоя; a_1, a_2 — длина и ширина его слоев, $d = d_1 + d_2$ — толщина элемента периодичности (бислоя) многослойной пленки. Здесь и ниже, если индекс n принимает значения $n = 1$, то соответствующие формулы определяют коэффициент продольной тензочувствительности; если же $n = 2$, то они определяют коэффициент поперечной тензочувствительности.

Удельная проводимость МП σ может быть вычислена с помощью кинетического уравнения Больцмана для квазиклассической функции распределения электронов, дополненного граничными условиями описывающие характер взаимодействия носителей заряда с интерфейсами бислоя.

В случае квадратичного и изотропного закона дисперсии для носителей заряда в каждом слое образца проводимость мультислоя равна [7]:

$$\sigma = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^2 d_i \sigma_{0i} \Phi_i, \quad (3)$$

где σ_{0i} — коэффициенты удельной электропроводности монокристаллического безграничного образца ($d_i \rightarrow \infty$), времена релаксации электронов в которых равно τ_{0i} . Размерные функции Φ_i , входящие в формулу (3), могут быть записаны в следующем виде:

$$\Phi_i = f(\alpha_i) - \langle G_i \rangle, \quad (4)$$

$$G_i = 1 - \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + P_{ij} E_i)(1 + P_{ji} E_j) - Q_{ij} Q_{ji} E_i E_j \right\} \left\{ C_i (1 - P_{ji} E_j) + Q_{ji} \tau_{j,i} E_j C_j \right\} \equiv \\ \equiv 1 - \frac{AB_i}{\Delta}, \quad (5)$$

$$\Delta = 1 - P_{ij}^2 E_i^2 - P_{ji}^2 E_j^2 - 2Q_{ij} Q_{ji} E_i E_j + (Q_{ij} Q_{ji} - P_{ij} P_{ji})^2 E_i^2 E_j^2,$$

$$f(\alpha_i) = 1 - \frac{3}{2} \alpha_i + 3\alpha_i^2 - 3\alpha_i^3 \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha_i} \right) \equiv \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \alpha_i + 3\alpha_i^2, & \alpha_i \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_i} - \frac{3}{5\alpha_i^2}, & \alpha_i \gg 1, \end{cases} \quad (6)$$

$$E_i = \exp \left\{ -\frac{k_i H_i}{x} \right\},$$

$$H_i = 1 + \frac{\alpha_i}{\cos \phi \sqrt{1 - x^2}},$$

$$k_i = \frac{d_i}{l_i},$$

$$\tau_{j,i} = \frac{\tau_{0j} H_i}{\tau_{0i} H_j} \equiv \tau_{0j,i} H_{i,j}, \quad (7)$$

$$\langle \dots \rangle = \frac{6}{\pi k_i} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\phi \cos^2 \phi \int_0^1 dx \frac{(x - x^3)(1 - E_i)}{H_i^2} \left\{ \dots \right\}. \quad (8)$$

Здесь $P_{ij} = \text{const}$ — вероятности зеркального отражения носителя заряда границей раздела между i -м и j -м слоями металла, $Q_{ji} = \text{const}$ — вероятности прохождения электрона через интерфейс с j -го слоя в i -й без рассеяния, так что выполняются неравенства $P_{ij} + Q_{ji} \leq 1$. Зернограничные параметры $\alpha_i = l_i/L_i \times R_i/1 - R_i$, с одной стороны, в зависимости от знака неравенства между длинами свободного пробега электронов l_i и средними размерами кристаллитов в плоскости слоя $L_i = \text{const}$ определяют структуру тонких слоев, входящих в состав МП, с другой стороны, — характер взаимодействия носителей заряда с межкристаллитными границами, т.к. величины $R_i = \text{const}$ определяют вероятности диффузного рассеяния электронов границами зерен.

Если многослойный образец состоит из толстых ($k_i \gg 1$) или тонких ($k_i \ll 1$) слоев металла, то для размерных функций Φ_i могут быть получены следующие асимптотические выражения [7]:

$$\Phi_i = f(\alpha_i) - \frac{3}{8k_i} \left\{ (1 - P_{ij}) \Gamma_{1,i} - Q_{ji} \tau_{0,j,i} \Gamma_{2,i} \right\} \cong$$

$$\cong \begin{cases} 1 - \frac{3}{2} \alpha_i - \frac{3}{8k_i} \left\{ (1 - P_{ij}) \left(1 - \frac{32}{3\pi} \alpha_i \right) - Q_{ji} \tau_{0,j,i} \left(1 - \frac{16}{3\pi} (\alpha_i + \alpha_j) \right) \right\}, & \alpha_i \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_i} \left\{ 1 - \frac{1}{8k_i\alpha_i} \left[(1 - P_{ij}) \left(1 - \frac{512}{105\pi\alpha_i} \right) - Q_{ji} \tau_{0,j,i} \frac{\alpha_i}{\alpha_j} \left(1 - \frac{256(\alpha_i + \alpha_j)}{105\pi\alpha_i\alpha_j} \right) \right] \right\}, & \alpha_i \gg 1, \end{cases} \quad (9)$$

$$\Phi_i \cong \frac{3}{4} \frac{(1 + P_{ij})(1 - P_{ji}) + Q_{ij}Q_{ji} + 2Q_{ji}d_{j,i}}{(1 - P_{ij})(1 - P_{ji}) - Q_{ij}Q_{ji}} k_i \begin{cases} \ln \frac{1}{k_i}, & \alpha_i \leq k_i, \\ \ln \frac{1}{k_i} - \frac{4}{\pi} \alpha_i, & k_i < \alpha_i \ll 1, \\ \ln \frac{1}{\alpha_i k_i}, & 1 < \alpha_i \ll \frac{1}{k_i}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\Gamma_{1,i} = 1 - \frac{32}{3\pi} \alpha_i + 12\alpha_i^2 + \frac{16}{\pi} \left\{ 5 - (4 - 5\alpha_i^2) I_i \right\} \alpha_i^3 - 40\alpha_i^4,$$

$$\Gamma_{2,i} = 1 - \frac{16}{3\pi} \left\{ \alpha_i + \alpha_j - \frac{3\pi}{4} (\alpha_i^2 + \alpha_i\alpha_j + \alpha_j^2) - 3(\alpha_i^3 + \alpha_i^2\alpha_j + \alpha_i\alpha_j^2 + \alpha_j^3) + \frac{3\pi(\alpha_i^4 + \alpha_i^3\alpha_j + \alpha_i^2\alpha_j^2 + \alpha_i\alpha_j^3 + \alpha_j^4)}{2} + \frac{3[\alpha_i^4(1 - \alpha_i^2)I_i - \alpha_j^4(1 - \alpha_j^2)I_j]}{\alpha_i - \alpha_j} \right\},$$

$$I_i = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha_i^2}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha_i^2}}{\alpha_i}, & \alpha_i \leq 1, \\ \frac{\arccos\left(\frac{1}{\alpha_i}\right)}{\sqrt{\alpha_i^2 - 1}}, & \alpha_i > 1. \end{cases}$$

Подставив формулу (3) в (2), а полученный результат — в выражение (1), получим общее аналитическое выражение для коэффициентов тензочувствительности многослойной пленки в условиях внутреннего размерного эффекта (предполагаем, что параметры, описывающие взаимодействие носителей заряда с интерфейсами и границами зерен, не зависят от деформации, являясь параметрами задачи):

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) \frac{\partial \ln \Phi_i}{\partial \ln k_i} - (\eta_{l_j}^{(n)} - \eta_{d_j}^{(n)}) \frac{\partial \ln \Phi_i}{\partial \ln k_j} - \right. \\ \left. - (\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}) \frac{\partial \ln \Phi_i}{\partial \ln \alpha_i} - (\eta_{L_j}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)}) \frac{\partial \ln \Phi_i}{\partial \ln \alpha_j} - (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)}) \frac{\partial \ln \Phi_i}{\partial \ln \tau_{0j,i}} \right\}, \quad (11)$$

где $D_{j,i} = \frac{d_j \sigma_{0j} \Phi_j}{d_i \sigma_{0i} \Phi_i}$, а феноменологические параметры $\eta_{l_i}^{(n)} = -\frac{d \ln l_i}{d \ln a_n}$,

$\eta_{d_i}^{(n)} = -\frac{d \ln d_i}{d \ln a_n}$ и $\eta_{L_i}^{(n)} = -\frac{d \ln L_i}{d \ln a_i}$ определяют изменение длин свободного пробега электронов l_i , толщин слоев d_i и средних размеров кристаллитов L_i в плоскости слоя металла при наличии продольной или поперечной деформации.

Коэффициенты тензочувствительности $\gamma_{0i}^{(n)}$ безграничного образца ($d_i \rightarrow \infty$) с монокристаллической структурой равны [6, 8]:

$$\gamma_{0i}^{(n)} = \eta_{l_i}^{(n)} + 2(2 - n)(1 + \eta_{d_i}^{(n)}),$$

где учтено, что коэффициенты, которые определяют изменение длины и ширины i -го слоя металла МП при наличии деформации совпадают вследствие того, что их размеры вдоль осей Y и Z бесконечно большие.

Подставляя размерные функции Φ_i в виде (4) в формулу (11), получим общие (при произвольном соотношении между толщинами слоев и произвольном характере взаимодействия электронов с интерфейсами образца) выражения для коэффициентов тензочувствительности в многослойной поликристаллической пленке:

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \{ \gamma_{0i}^{(n)} - M_i^{(n)} \}, \quad i \neq j = 1, 2, \quad (12)$$

$$M_i^{(n)} = \frac{1}{\Phi_i} \left\{ (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) J_{di} - (\eta_{l_j}^{(n)} - \eta_{d_j}^{(n)}) J_{di}^* - (\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}) J_{\alpha i} - \right. \\ \left. - (\eta_{L_j}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)}) J_{\alpha i}^* - (\eta_{l_j}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}) J_{\tau i} \right\},$$

$$J_{di} = \left\langle G_i - \frac{k_i E_i H_i}{x} \left\{ G_i (1 - E_i)^{-1} - \Theta_i \right\} \right\rangle, \quad J_{di}^* = \left\langle \frac{k_j E_j H_j}{x} \Theta_i^* \right\rangle, \quad (13)$$

$$J_{\alpha i} = f^*(\alpha_i) + \left\langle \frac{k_i E_i}{x} (H_i - 1) \left\{ G_i (1 - E_i)^{-1} - \Theta_i - \frac{x}{k_i E_i H_i} (\Lambda_i + 2G_i) \right\} \right\rangle, \quad (14)$$

$$J_{\alpha i}^* = \left\langle \frac{k_j E_j}{x} (H_j - 1) \left\{ \Theta_i^* + \frac{x}{k_j E_j H_j} \Lambda_i \right\} \right\rangle, \quad J_{\alpha i} = \langle \Lambda_i \rangle, \quad (15)$$

$$f^*(\alpha_i) = \frac{3}{2} \alpha_i - \frac{3\alpha_i^2 (2 + 3\alpha_i)}{1 + \alpha_i} + 9\alpha_i^3 \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha_i} \right) \cong \begin{cases} \frac{3}{2} \alpha_i - 6\alpha_i^2, & \alpha_i \ll 1, \\ \frac{3}{4\alpha_i} - \frac{6}{5\alpha_i^2}, & \alpha_i \gg 1, \end{cases} \quad (16)$$

$$\Theta_i = \{ P_{ij} (A - B_i) + (Q_{ij} Q_{ji} - P_{ij} P_{ji}) (A + B_i) E_j \} \Delta^{-1} - B_i \Xi_i,$$

$$\Theta_i^* =$$

$$= \frac{A \left((Q_{ij} Q_{ji} - P_{ij} P_{ji}) (1 - E_i) - Q_{ji} \tau_{j,i} \right) + B_i \left(P_{ij} - (Q_{ij} Q_{ji} - P_{ij} P_{ji}) E_i \right)}{\Delta} + B_i \Xi_i,$$

$$\Xi_i = 2A \left\{ P_{ij} P_{ji} E_i + Q_{ij} Q_{ji} E_j - (Q_{ij} Q_{ji} - P_{ij} P_{ji})^2 E_i E_j^2 \right\} \Delta^{-2},$$

$$\Lambda_i = Q_{ji} \tau_{j,i} (1 - E_j) A \Delta^{-1}.$$

Функции G_i , A , B_i и угловые скобки определены формулами (5)–(8).

При отсутствии диффузного рассеяния носителей заряда на межслойных границах ($P_{ij} + Q_{ji} = 1$), коэффициенты тензочувствительности, характеризующие продольный и поперечный тензоэффекты в МП, равны

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} + (\eta_L^{(n)} - \eta_i^{(n)}) \frac{f^*(\alpha_i)}{f(\alpha_i)} \right\},$$

и при выполнении равенств

$$\sigma_{0i} = \sigma_{0j}, \quad l_i = l_j, \quad \alpha_i = \alpha_j, \quad \gamma_{0i} = \gamma_{0j} \quad (17)$$

КТ мультислоя совпадают со своими объемными значениями и равны [5, 8]:

$$\gamma_{\infty}^{(n)} = \gamma_0^{(n)} + (\eta_L^{(n)} - \eta_i^{(n)}) \frac{f^*(\alpha)}{f(\alpha)} \cong \begin{cases} \gamma_0^{(n)} + \frac{3}{2} \alpha \left(1 - \frac{5}{2} \alpha \right) \{ \eta_L^{(n)} - \eta_i^{(n)} \}, & \alpha \ll 1, \\ \gamma_0^{(n)} + \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha} \right\} \{ \eta_L^{(n)} - \eta_i^{(n)} \}, & \alpha \gg 1. \end{cases}$$

Следовательно, в этом случае многослойный проводник формально можно рассматривать как безграничный поликристаллический образец.

Если ГР слоев металла мультислоя абсолютно не прозрачны для носителей заряда ($Q_{ij} = Q_{ji} = 0$), то размерные функции в каждом из слоев образца не зависят от параметров характеризующих соседние слои и КТ равны:

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - \frac{1}{\Phi_i} \left[(\eta_{d_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) J_{d_i} + (\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{L_i}^{(n)}) J_{\alpha_i} \right] \right\}. \quad (18)$$

В формуле (18) размерные функции Φ_i определены выражением (4), функции J_{d_i} и J_{α_i} определены формулами (13) и (14) в которых следует учесть, что ($Q_{ij} = 0$), а выражения для G_i и Θ_i имеют следующий вид:

$$G_i = \frac{1 - P_{ij}}{1 - P_{ij}E_i}, \quad \Theta_i = \frac{P_{ij}(1 - P_{ij})}{(1 - P_{ij}E_i)^2}.$$

Если выполняются равенства (17) и равенства

$$P_{ij} = P_{ji} = P, \quad d_i = d_j = d, \quad (19)$$

то многослойный проводник формально можно рассматривать как тонкий поликристаллический слой металла, КТ которого равны [5, 8]:

$$\gamma^{(n)} = \gamma_0^{(n)} - \frac{1}{\Phi} \left[(\eta_d^{(n)} - \eta_d^{(n)}) J_d + (\eta_L^{(n)} - \eta_L^{(n)}) J_\alpha \right], \quad (20)$$

$$\Phi = \frac{\sigma}{\sigma_0} = f(\alpha) - \langle G \rangle, \quad J_d = \left\langle G - \frac{kEH}{x} \left\{ G(1 - E)^{-1} - \Theta \right\} \right\rangle,$$

$$J_\alpha = f^*(\alpha) + \left\langle \frac{kE}{x} (H - 1) \left\{ G(1 - E)^{-1} - \Theta - \frac{x}{kEH} 2G \right\} \right\rangle,$$

$$G = \frac{1 - P}{1 - PE}, \quad \Theta = \frac{P(1 - P)}{(1 - PE)^2}. \quad (21)$$

Величины $k, E, H, f(\alpha), f^*(\alpha)$ и угловые скобки определены формулами (6)–(8) и (16) в которых следует пренебречь индексом « i ».

Если же выполняются равенства (17) и (19), а носители заряда с одинаковой вероятностью туннелируют в соседние слои металла ($Q_{ij} = Q$), то КТ многослойной пленки снова будут определяться формулой (20) в которой функции G и Θ могут быть получены из формулы (21) путем замены в ней $P \rightarrow P + Q$:

$$G = \frac{1 - (P + Q)}{1 - (P + Q)E}, \quad \Theta = \frac{(P + Q)(1 - (P + Q))}{(1 - (P + Q)E)^2}.$$

Следовательно, для такой модели многослойной пленки (модель Устинова [9]), её КТ, как и коэффициент удельной проводимости [9], зависят только от полной вероятности отражения электронов на границах раздела слоев $(P + Q)$, и многослойный образец снова формально можно рассматривать как тонкий слой металла, однако, в рассматриваемом случае, его границы с вероятностью $(P + Q)$ отражают электроны.

Чтобы упростить процедуру сравнения теоретических соотношений с результатами экспериментальных измерений, получим асимптотические выражение для коэффициентов продольной и поперечной тензочувствительности мультислоя для предельных значений параметров k_i и α_i . Если $k_i \gg 1$, то КТ при произвольных значениях параметров P_{ij} , Q_{ij} и α_i определяются формулой (12) в которой функции J_{di} , J_{di}^* , J_{ai} , J_{ai}^* и J_{ti} (см. формулы (13)–(15)) могут быть записаны в следующем виде:

$$J_{di} = \frac{3}{8k_i} \left\{ (1 - P_{ij}) \Gamma_{1,i} - Q_{ji} \tau_{0j,i} \Gamma_{2,i} \right\}, \quad J_{di}^* = 0, \quad J_{ti} = \frac{3}{8k_i} Q_{ji} \tau_{0j,i} \Gamma_{2,i}, \quad (22)$$

$$J_{ai} = f^*(\alpha_i) - \frac{2\alpha_i}{\pi k_i} \left\{ 2(1 - P_{ij}) \Gamma_{3,i} - Q_{ji} \tau_{0j,i} \Gamma_{4,i} \right\}, \quad J_{ai}^* = \frac{2\alpha_j}{\pi k_i} Q_{ji} \tau_{0j,i} \Gamma_{4,i},$$

$$\Gamma_{3,i} = 1 - \frac{9\pi}{4} \alpha_i - 6 \left(5 - (3 - 5\alpha_i^2) I_i - \frac{1 - \alpha_i^2 I_i}{4(1 - \alpha_i^2)} \right) \alpha_i^2 + 15\pi \alpha_i^3,$$

$$\Gamma_{4,i} = 1 - \frac{3\pi}{4} (2\alpha_i + \alpha_j) +$$

$$+ \frac{3\pi}{2} \left\{ 4\alpha_i^3 + 3\alpha_i^2 \alpha_j + 2\alpha_i \alpha_j^2 + \alpha_j^3 \right\} \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \frac{1 - (1 - \alpha_i^2) I_i}{\alpha_i} \right\} -$$

$$- \frac{3\alpha_j^4}{\alpha_i (\alpha_i - \alpha_j)} \left\{ 1 + \frac{\alpha_j (1 - \alpha_i^2) I_i - \alpha_i (1 - \alpha_j^2) I_j}{\alpha_i - \alpha_j} \right\} - \frac{3\alpha_i^3 I_i}{\alpha_i - \alpha_j}.$$

Если же многослойный образец состоит из слоев металла имеющих крупнозернистую ($\alpha_i \ll 1$) или мелкозернистую ($\alpha_i \gg 1$) структуру, то при произвольных значениях отношения толщин соседних слоев МП $d_{j,i}$, КТ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \gamma^{(n)} &= \\ &= \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} + \frac{3}{2} \alpha_i (\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}) - \frac{3}{8k_i} \left\{ (1 - P_{ij}) \left[\left(1 - \frac{6}{\pi} \alpha_i \right) (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) + \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{6}{\pi} \alpha_i \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) \Big] - \\
& - Q_{ji} \tau_{0j,i} \left[\left(1 - \frac{16}{3\pi} \left(\alpha_j + \frac{\alpha_i}{8} \right) \right) \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) + \frac{6}{\pi} \alpha_i \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{16}{3\pi} \alpha_j \left(\eta_{L_j}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)} \right) - \left(1 - \frac{16}{3\pi} \left(\alpha_j + \frac{\alpha_i}{8} \right) \right) \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{l_j}^{(n)} \right) \right] \Big\}, \quad \alpha_i \ll 1, \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^{(n)} = & \sum_{i,j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} + \left(1 - \frac{4}{5\alpha_i} \right) \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) - \right. \\
& - \frac{1}{2k_i \alpha_i} \left\{ (1 - P_{ij}) \left[\left(1 - \frac{3}{4\alpha_i} \right) \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) + \left(1 - \frac{3}{2\alpha_i} \right) \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - Q_{ji} \tau_{0j,i} \frac{\alpha_i}{\alpha_j} \left[\left(1 + \frac{4}{5\alpha_i} - \frac{\pi(\alpha_i + \alpha_j)}{4\alpha_i \alpha_j} \right) \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \left(1 + \frac{3}{4\alpha_i} - \frac{9(\alpha_i + \alpha_j)}{8\alpha_i \alpha_j} \right) \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) \right] \right\}, \quad \alpha_i \gg 1. \quad (24)
\end{aligned}$$

В случае, когда каждый слой многослойного образца имеет одинаковые структурные характеристики ($\alpha_i = \alpha_j$), формулы (23) и (24) существенно упрощаются и приобретают вид:

$$\begin{aligned}
\gamma^{(n)} = & \\
= & \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} + \frac{3\alpha_i}{2} \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) - \frac{3(1 - P_{ij} - Q_{ji})}{8k_i} \left[\left(1 - \frac{6\alpha_i}{\pi} \right) \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{6}{\pi} \alpha_i \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) \right] \right\}, \quad \alpha_i \ll 1, \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^{(n)} = & \sum_{i,j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} + \left(1 - \frac{4}{5\alpha_i} \right) \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) - \frac{(1 - P_{ij} - Q_{ji})}{2k_i \alpha_i} \times \right. \\
& \times \left. \left[\left(1 - \frac{3}{4\alpha_i} \right) \left(\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)} \right) + \left(1 - \frac{3}{2\alpha_i} \right) \left(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)} \right) \right] \right\}, \quad \alpha_i \gg 1. \quad (26)
\end{aligned}$$

Для многослойной структуры, состоящей из тонких поликри-

сталлических слоев металла ($k_i \ll 1$), для коэффициентов тензочувствительности могут быть получены следующие приближенные выражения при произвольном соотношении между толщинами слоев металла в МП:

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) \left(1 - \ln^{-1} \frac{1}{k_i} \right) \right\}, \quad \alpha_i \leq k_i, \quad (27)$$

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) \left(1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{k_i} - \frac{4\alpha_i}{\pi}} \right) + \frac{(\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}) \frac{4\alpha_i}{\pi}}{\ln \frac{1}{k_i} - \frac{4\alpha_i}{\pi}} \right\}, \quad (28)$$

$$k_i < \alpha_i \ll 1,$$

$$\gamma^{(n)} = \sum_{i \neq j} \frac{1}{1 + D_{j,i}} \left\{ \gamma_{0i}^{(n)} - (\eta_{l_i}^{(n)} - \eta_{d_i}^{(n)}) \left(1 - \frac{1}{\ln \frac{1}{\alpha_i k_i}} \right) + (\eta_{L_i}^{(n)} - \eta_{l_i}^{(n)}) \frac{1}{\ln \frac{1}{\alpha_i k_i}} \right\}, \quad (29)$$

$$1 < \alpha_i \ll \frac{1}{k_i}.$$

Таким образом, мы получили точное, в рамках используемой модели, и асимптотические выражения для коэффициентов тензочувствительности, которые в случае выполнения неравенств $l_i \ll L_i$ или $R_i \ll 1$ (т.е. когда зернограничный параметр $\alpha_i \rightarrow 0$) переходят в соответствующие выражения работы [10]. Дальнейший анализ тензорезистивного эффекта в многослойной поликристаллической пленке возможен только на основе численного расчета.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Для выполнения численного расчета, общую формулу (12), для коэффициента продольной тензочувствительности запишем в виде:

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} = \frac{1}{1 + D_{2,1}} \sum_{i \neq j} (D_{i,j} \gamma_{0i,j}^{(1)})^{i-1} \left\{ 1 - \frac{M_i^{(1)}}{\gamma_{0i}^{(1)}} \right\}. \quad (30)$$

При выполнении неравенства $D_{j,i} \ll 1$ формулу (30) можно записать следующим образом:

$$\gamma^{(1)} = \gamma_{0i}^{(1)} M_i^{(1)} - D_{j,i} \left\{ \gamma_{0i}^{(1)} - M_i^{(1)} - (\gamma_{0j}^{(1)} - M_j^{(1)}) \right\},$$

откуда вытекает, что

$$\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} \cong \begin{cases} 1 - \frac{M_1^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}}, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{\gamma_{02}^{(1)}}{\gamma_{01}^{(1)}} \left(1 - \frac{M_2^{(1)}}{\gamma_{02}^{(1)}} \right), & d_{2,1} \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (31)$$

Кривые, приведенные на рис. 1, полученные численным расчетом

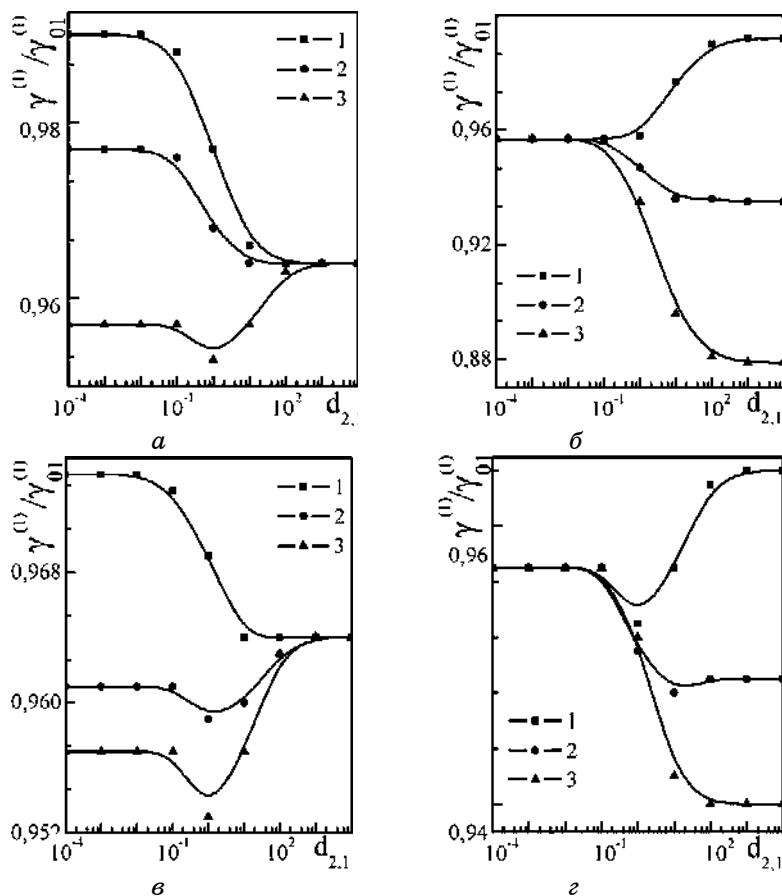


Рис. 1. Зависимость коэффициента продольной тензочувствительности многослойной пленки $\gamma^{(1)}/\gamma_{01}^{(1)}$ от отношения соседних слоев металла $d_{2,1}$ при таких значениях параметров ($\eta_{d_i} = \eta_{L_i} = 0,3$, $\eta_{l_i} = 0,5$, $P_{ij} = P_{ji} = 0,1$, $l_{i,j} = 1$, $Q_{ij} = Q_{ji} = Q$): а — $Q = 0,1$, $\alpha_i = 0,1$, $\eta_{l_2} = 0,4$, $1 - k_1 = 10$, $2 - k_1 = 1$, $3 - k_1 = 0,1$; б — $Q = 0,1$, $k_1 = 0,1$, $\alpha_i = 0,1$, $1 - \eta_{l_2} = 0,5$, $2 - \eta_{l_2} = 0,3$, $3 - \eta_{l_2} = 0,1$; в — $\alpha_i = 0,1$, $\eta_{l_2} = 0,4$, $k_1 = 0,1$, $1 - Q = 0,8$, $2 - Q = 0,5$, $3 - Q = 0,1$; г — $k_1 = 0,1$, $Q = 0,1$, $\eta_{l_2} = 0,4$, $1 - \alpha_2 = 0,1$, $2 - \alpha_2 = 1$, $3 - \alpha_2 = 5$.

том по точной (в рамках используемой модифицированной модели Маядаса и Шацкеса [3, 4]) и иллюстрируют зависимость, нормированной на $\gamma_{01}^{(1)}$, коэффициента продольной тензочувствительности многослойного образца от отношения толщин соседних слоев металла $d_{2,1}$ при различных значениях параметров, которые характеризуют МП. Полученные зависимости показывают, что в области малых значений $d_{2,1} < 0,1$ (рис. 1, а-г) численные значения КТ определяется своим значением в слое толщиной d_1 и характером взаимодействия носителей заряда с межслоевыми границами многослойного образца, в то время как при $d_{2,1} \gg 1$, поведение $\gamma^{(1)}(d_{2,1})$ определяется отношением объемных значений коэффициентов тензочувствительности (рис. 1, б). Если же $d_1 \sim d_2$, то характер поведения зависимости $\gamma^{(1)}(d_{2,1})$ определяется конкуренцией вклада в КТ объемного и интерфейсного рассеяния электронов.

Если доминирующим механизмом релаксации носителей заряда есть их рассеяние на границах раздела слоев, то на зависимости $\gamma^{(1)}(d_{2,1})$ возникает минимум, который с увеличением вероятности прохождения электронов в соседние слои МП без рассеяния (рис. 1, в) или параметра α_i вырождается, и коэффициент продольной тензочувствительности монотонным образом изменяется с увеличением периода многослойной поликристаллической пленки $d_{2,1}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, коэффициент продольной тензочувствительности многослойной поликристаллической пленки немонотонным образом зависит от толщины слоев. В области толщин $d_{2,1} \ll 1$ КТ определяется своим значением в слое металла толщиной d_1 , в то время как при выполнении противоположного неравенства $d_{2,1} \gg 1$ коэффициент тензочувствительности асимптотически стремится к отношению своих объемных значений. Если же толщины элемента периодичности имеют один порядок ($d_1 \sim d_2$), на размерной зависимости возникает минимум, который обусловлен диффузным характером взаимодействия носителей заряда с границами раздела слоев.

Экспериментальное исследование зависимости коэффициентов продольной и поперечной тензочувствительности от толщины слоев многослойного поликристаллического образца позволяет получить информацию о характере взаимодействия носителей заряда с межслоевыми границами многослойной пленки.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. У. Jin and J. В. Ketterson, *Adv. Phys.*, **38**, No. 3: 189 (1989).
2. I. Ю. Проценко, Н. I. Шумакова, *Технологія одержання і застосування*

- плівкових матеріалів* (Суми: СумДУ: 2007).
3. A. F. Mayadas, M. Shatzkes, and J. F. Janak, *Appl. Phys. Lett.*, **14**, No. 11: 345 (1969).
 4. A. F. Mayadas and M. Shatzkes, *Phys. Rev. B*, **1**, No. 4: 1382 (1970).
 5. C. R. Tellier and A. J. Tosser, *Size Effects in Thin Films* (Amsterdam–Oxford–New York: ESPC: 1982).
 6. Э. Г. Мейксин, *Несплошные керментные пленки. Физика тонких пленок*, (Москва: Мир: 1978), т. VIII.
 7. A. Chornous, L. Dekhtyaruk, M. Marszalek, and I. Protsenko, *Cryst. Res. Technol.*, **41**, No. 4: 388 (2006).
 8. Л. В. Дехтярук, Є. О. Забіла, С. І. Проценко, А. М. Чорноус, *Металлофиз. новейшие технол.*, **26**, № 10: 1333 (2004).
 9. В. В. Устинов, *ФММ*, **49**, вып. 1: 31 (1980).
 10. Л. В. Дехтярук, И. Е. Проценко, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **4**, № 3: 695 (2006).